Alianza Editorial

Laura Calero ♡

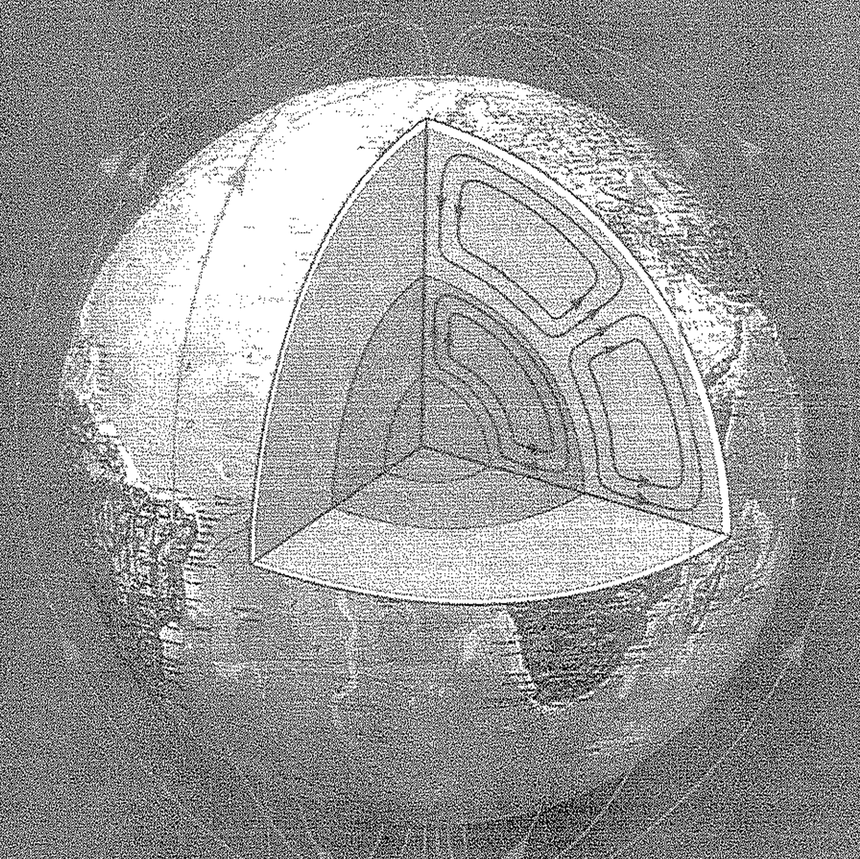
Laura

ISBN 84-206-8167-[illegible]

Agustín Udías y Julio Mezcua
Fundamentos de geofísica

Agustín Udías y Julio Mezcua

Fundamentos de geofísica



Alianza
Universidad Textos

Alianza Universidad Textos

Agustín Udías
Julio Mezcua

Fundamentos de geofísica

Alianza
Editorial

Juan Ignacio Luca de Tena, 15; teléf. 393 88 88; 28027 Madrid
ISBN: 84-206-8167-9
Depósito legal: M. 41.287-1997
Fotocomposición: EFCA, S. A.
Parque Industrial «Las Monjas»
Torrejón de Ardoz - 28850 Madrid
Impreso en Anzos, S. L.
La Zarzuela, 6 - Fuenlabrada (Madrid)
Printed in Spain

ÍNDICE

A mis padres in memoriam
J. M. R.

La excelente acogida que tuvo la primera edición de *Fundamentos de Geofísica* nos ha movido a preparar esta segunda edición. En su preparación se han corregido todas las erratas que aparecían en la primera edición y que se nos han hecho llegar desde diversas fuentes. Hemos mantenido el nivel introductorio básico del texto y de esta forma no se han añadido contenidos más avanzados. La experiencia docente durante estos últimos años nos ha hecho introducir una serie de aclaraciones y precisiones que mejoran la comprensión del texto. Por otro lado, durante estos diez años desde la aparición de la primera edición se han producido importantes avances en prácticamente todos los aspectos de la Geofísica, sobre todo en el campo de la instrumentación y la observación. En esta nueva edición hemos tratado de recoger de forma breve y asequible estos avances así como se ha puesto al día la bibliografía. El libro, como ya se dijo en el prólogo a la primera edición, está pensado como una introducción general a la Geofísica para alumnos universitarios de lengua española. Agradecemos a todos los que nos han comunicado correcciones y sugerencias para esta segunda edición, en especial, E. Buforn, D. Muñoz, M. Herraiz, M. L. Osete y J. Téllez, de la Universidad Complutense de Madrid; E. Carreño, J. L. Caturla, J. M. Martínez Solares, J. Rueda e I. Socías, del Instituto Geográfico Nacional, Madrid; M. Sevilla y R. Vieira, Instituto de Geodesia y Astronomía, CSIC-UCM, Madrid, y E. Suriñach, Universidad de Barcelona.

A. UDÍAS y J. MEZCUA
Madrid, 1997

PRÓLOGO A LA PRIMERA EDICIÓN

La necesidad de un libro de texto de Geofísica general en castellano se ha dejado sentir cada vez con más urgencia. La experiencia de más de un decenio de enseñanza en las universidades de Madrid y Barcelona nos ha demostrado, claramente, la dificultad de los alumnos que empiezan esta especialidad en la utilización de los textos franceses o ingleses. La iniciación en los fundamentos de una ciencia, teniendo como único recurso textos extranjeros, impone una serie nueva de obstáculos, sobre todo, en nuestro país, donde, aun a nivel universitario, el conocimiento de idiomas es muy limitado. Esta dificultad lleva a la excesiva dependencia por los alumnos de las notas y apuntes tomados en clase, necesariamente esquemáticos y muy limitados. Los contactos con las universidades en Iberoamérica nos han permitido hacer extensible la misma necesidad entre los alumnos de Geofísica.

Por otra parte, el número de centros en los que se imparte docencia de esta especialidad ha aumentado en los últimos años, haciendo más acusada la demanda de textos en español. Pero, incluso prescindiendo del interés puramente pedagógico, existen otras razones de carácter más general, que nos han impulsado a la difícil tarea de escribir este libro. Éstas tienen que ver con la expresión y comprensión de los conceptos científicos en el propio idioma. No deja de ser empobrecedor para el propio idioma el constante recurso al inglés como única lengua científica. Lo que, sin duda, es una ventaja a la hora de la comunicación científica internacional, puede resultar un serio obstáculo para el desarrollo científico de los demás países. La actual hegemonía del inglés como vehículo de expresión científica está llevando a un empobrecimiento progresivo del lenguaje científico de las otras lenguas. Esto es sobremanera alarmante en el caso del español, cuya producción científica autóctona ha sido, y es todavía, más bien escasa.

En el caso de la Geofísica, la situación es quizás aún más preocupante. A pesar de que en los primeros decenios de este siglo, coincidiendo con un temprano desarrollo de la Geofísica, se publicaron en español obras de Gravimetría, Sismología y Pros-

pección, como las de V. Inglada, Navarro-Neumann y García-Siñeriz, posteriormente el estancamiento, del que sólo se salva la Prospección con las obras de Orellana y Cantos-Figuerola, es más que manifiesto. Reconociendo las dificultades que la composición de una obra de este tipo lleva consigo, nos hemos atrevido a ello, movidos más por la necesidad que sentimos de ella, que por ninguna otra razón. Hemos procurado elegir cuidadosamente los términos castellanos para los conceptos científicos, todavía de uso no frecuente en nuestra lengua, y presentar un texto que en la medida de nuestras fuerzas no desdiga de la lengua en la que está escrito.

El carácter de la presente obra, como lo indica su título, es el de servir de base e iniciación a los estudios de Geofísica. En ella se insiste en la finalidad pedagógica simplificando, aunque sin perder el rigor, las cuestiones más complejas y deteniendo la exposición en una primera aproximación de los modelos de los procesos. Se pretende presentar los desarrollos a un nivel asequible para los alumnos con una preparación media de Física y Matemáticas. El punto de partida es siempre el de las ecuaciones fundamentales de la Física, con las que el alumno se supone ya familiarizado. Los alumnos de Geología que se hallan en una mayor dificultad ante los desarrollos matemáticos pueden pasar por alto éstos y concentrarse en la comprensión de los resultados finales. La aplicación de la Física a los fenómenos de la Tierra exige un proceso de aproximaciones sucesivas, cada vez más cercanas a la situación real y que, a su vez, conllevan una mayor complejidad fisicomatemática.

En este libro nos limitamos conscientemente a las primeras aproximaciones, cuyo desarrollo, sin embargo, damos con suficiente detalle, de forma que pueda ser seguido por el alumno sin tener que acudir a otros textos. Desarrollos más complejos y avanzados están sólo descritos a grandes rasgos o simplemente referidos. Éstos los puede encontrar el alumno en los textos más avanzados que se citan en la bibliografía, y para los que habrá adquirido una base suficiente. A lo largo del texto se han intercalado breves notas de carácter histórico respecto a los temas tratados. Estas indicaciones tienen como finalidad presentar el sentido temporal del desarrollo de nuestros conocimientos sobre la Tierra, algunos, como su esfericidad, que se remontan a la antigüedad clásica, mientras otros, como los de la magnetosfera, son muy recientes. El sistema de unidades utilizado, siguiendo la tendencia más generalizada hoy, es el Sistema Internacional. Se ha descartado, a pesar de su larga tradición, el uso del gal en Gravimetría y de la gamma en Geomagnetismo, aunque mantenemos el gramo por centímetro cúbico para expresar la densidad.

El espacio dedicado a la bibliografía es bastante extenso, ya que el libro está concebido como una introducción, que se abra a otros textos más avanzados y especializados. En cada capítulo se citan en primer lugar los correspondientes a los cuatro o cinco textos generales en los que el alumno puede encontrar de otro modo la misma materia, a un nivel todavía asequible y formando una primera ampliación de los temas tratados. A éstos siguen los textos especializados de carácter más avanzado que forman un segundo nivel de profundización y que, en muchos casos, puede estar muy por encima de las posibilidades del alumno medio. Finalmente, se reseñan algunos artículos científicos de especial significación, para ilustrar algunos puntos concretos de los desarrollos. Ni éstos, ni los libros son citados en el interior del texto, pues no lo encontramos necesario para el nivel introductorio de esta obra. En todo caso, el énfasis de las obras citadas se ha puesto en los libros, de los que a veces se especifican los

capítulos pertinentes, más que en artículos, que nos parecen de más difícil acceso y comprensión.

La materia comprendida en un texto general de Geofísica es un problema, en el que los autores deben necesariamente tomar una decisión. Así se ha decidido excluir los temas de Meteorología y Oceanografía y centrarse únicamente en lo que hoy se denomina Geofísica de la Tierra sólida o Geofísica interna, aunque se ha incluido un capítulo sobre el Magnetismo externo. Los tres bloques principales los forman las materias relacionadas con la Gravimetría, Sismología y Geomagnetismo, a los que se han añadido unos capítulos sobre Inducción eléctrica, Geotermia y Radiactividad.

En el primer capítulo se realiza un breve repaso de una serie de temas generales sobre diversos aspectos de la Geofísica, tales como su origen, división, las asociaciones internacionales, su incidencia en la sociedad, las obras generales más importantes y las revistas de más difusión. Estos temas, apenas mencionados en otros textos, los creemos de interés para el alumno que se inicia en esta ciencia. A los temas relacionados con el campo gravitatorio de la Tierra se han dedicado seis capítulos, incluyendo en ellos los problemas de la rotación, las órbitas de los satélites artificiales y las mareas terrestres. En los seis dedicados a Sismología se tratan, además de la propagación de ondas, las características de los terremotos y la estructura del interior de la Tierra. Al Geomagnetismo se dedican cinco capítulos, que incluyen el campo interno y su origen, el campo externo y los fundamentos del Paleomagnetismo. A éstos siguen un capítulo sobre inducción eléctrica y dos de flujo térmico y radiactividad y distribución de las temperaturas en el interior de la Tierra. En todos los casos, se trata el problema de la instrumentación y el de la aplicación de los métodos geofísicos a la prospección. Un último capítulo, con el título genérico de Geodinámica, presenta en forma descriptiva las teorías modernas de la estructura y dinámica de la litosfera. Este capítulo tiene un carácter de resumen, presentando cómo los distintos tipos de observaciones geofísicas encuentran un marco unificado en las actuales teorías geodinámicas. No se ha de buscar, por tanto, en este capítulo un análisis cuantitativo de los procesos geodinámicos, que se puede encontrar en las obras que en él se citan. La obra se concluye con seis apéndices sobre notación vectorial y tensorial, coordenadas esféricas, armónicos esféricos, unidades, parámetros y constantes de la Tierra y, finalmente, una colección de problemas y ejercicios. Estos últimos no quieren ser una colección exhaustiva, sino más bien servir de indicación, a modo de ejemplo, de los que cada profesor puede proponer a los alumnos para ejercitar y desarrollar los conocimientos adquiridos.

Como se ha dicho al principio de este prólogo, esta obra nace de la experiencia docente de más de diez años, a lo largo de los que el texto ha ido pasando por una serie de versiones sucesivas, utilizadas por los alumnos en forma de apuntes. A ellos debemos agradecer en primer lugar su participación en esta obra, con sus preguntas, sugerencias, correcciones, discusiones, etc. La última versión ha sido revisada por muchos colegas, a los que agradecemos sus corecciones, sugerencias y aportaciones, muchas de las cuales han sido incorporadas al texto. En especial deseamos expresar nuestro agradecimiento a M. Sevilla y R. Vieira, del Instituto de Geodesia y Astronomía, Universidad Complutense-CSIC; a M. Catalán y M. Boloix, del Observatorio de la Marina, San Fernando; a J. O. Cardús, L. F. Alberca, E. Galdón y E. Sanclement, del Observatorio del Ebro, y a J. M. Martínez Solares y A. López Arroyo, del Instituto Geográfico Nacional.

Una mención especial merece el equipo de la Cátedra de Geofísica de la Universidad Complutense, J. M. Brun, E. Orellana, J. R. Pascual, M. C. Hernández, D. Muñoz, E. Buforn, E. Suriñach, M. Herraiz, J. Ardizone y M. L. Osete, quienes han cooperado a distintos niveles de la composición del texto y han contrastado y corregido la última versión. Igualmente deseamos expresar nuestro agradecimiento al equipo del Servicio de Geofísica del Instituto Geográfico Nacional: J. Galán, O. García, F. Lambas, T. Rivas, J. Revuelta y M. Sánchez Venero, por su cooperación en instrumentación y comentarios al texto. De una manera especial merece nuestro agradecimiento Josefina García, quien mecanografió distintas versiones del texto, descifrando pacientemente las notas manuscritas, y M. S. López, que también ayudó en este trabajo.

A. UDÍAS y J. MEZCUA
Madrid, 1986

Capítulo 1
GEOFÍSICA Y CIENCIAS DE LA TIERRA

Sin saber que la búsqueda de las cosas perdidas está entorpecida por los hábitos rutinarios y es por eso que cuesta tanto encontrarlas.

G. GARCÍA MÁRQUEZ, *Cien años de soledad.*

1.1. Desarrollo de la Geofísica

Muchos de los contenidos científicos de la Geofísica son tan antiguos como la ciencia misma. Esto no es de extrañar, ya que la Tierra es el primer laboratorio en el que se realizan observaciones y al que se aplican las teorías científicas. Muchas de las disciplinas que componen hoy la Geofísica extienden sus raíces hasta los orígenes de las ciencias en la Antigüedad. Entre los antiguos griegos de los siglos III y IV a. de C., como, por ejemplo, Eratóstenes y Aristóteles, por sólo citar a dos, se encuentran ya cálculos geodésicos del tamaño de la Tierra y discusiones sobre el origen de los terremotos. La Geofísica moderna se desarrolla a la par de la ciencia en los siglos XVI y XVII con Galileo, Gilbert, Newton, Halley, etc., y progresa juntamente con ella en los siglos XVIII y XIX. Sin embargo, el término «Geofísica», de acuerdo con W. Kertz, aparece por primera vez en 1863 en el tratado de Adolf Mühry *Beitraege zur Geophysik und Klimatographie.* Georg von Neumayer, en 1871, define la Geofísica como el conocimiento de las relaciones físicas de la Tierra. En 1880, el profesor de Geografía de Könisberg Karl J. Zöppritz define más concretamente la Geofísica como aquella parte de las ciencias de la Tierra que trata del estudio de la actividad de las fuerzas físicas responsables del origen, evolución y estructura de la Tierra. La Geofísica para él llena un vacío existente en las ciencias de la Tierra que entonces constituían la Geografía y la Geología.

Antes de la generalización del término «Geofísica», los contenidos de esta ciencia se designaron con otros nombres. A. G. Werner, que procedía de la minería y geología, utiliza en 1755 el término «Geognosia», y mucho antes, en el siglo XVII, J. Zahn y A. Kircher utilizaron el de «Geoscópica». Alejandro von Humbolt, al que se le considera como uno de los padres de la Geofísica moderna y cuya influencia en esta ciencia fue muy grande, utilizó el término «Physikalische Geographie» (Geografía Física) y Franz Neumann el de «Physik der Erde» (Física de la Tierra). A finales del

siglo XVIII y principios del XIX, fuera del ámbito germano, en Francia, encontramos el uso del término «Theorie de la Terre» (Teoría de la Tierra) por De la Metherie y el de «Physique du Globe» (Física del Globo) por Saigey, término este último que sigue usándose en la actualidad. En Inglaterra, el profesor de Cambridge W. Hopkins introduce en 1838 el término «Physical Geology» (Geología Física) para designar la ciencia que trata de los aspectos fisicomatemáticos de la Geología.

ATHANASII KIRCHERI
E SOC. JESU
MUNDUS
SUBTERRANEUS,
in XII Libros digeftus;
QUO
Divinum Subterreftris Mundi Opificium, mira Ergafteriorum Naturæ in eo diftributio, verbo
Protei Regnum,
Univerfæ denique Naturæ majeftas & divitiæ fumma rerum varietate exponuntur, Abditorum effectuum Caufæ acri indagine inquifitæ demonftrantur, cognitæ per Artis & Naturæ conjugium ad Humanæ vitæ neceffarium ufum vario Experimentorum apparatu, necnon novo modo & ratione applicantur.
AD
ALEXANDRUM VII.
PONT. OPT. MAX.
EDITIO TERTIA,
Ad fidem fcripti exemplaris recognita, & prioribus emendatior: cum ab Auctore Romæ fubmiffis variis Obfervationibus novifque Figuris auctior.
TOMUS I.

AMSTELODAMI,
Apud JOANNEM JANSSONIUM à WAESBERGE & FILIOS,
ANNO CIↃ IↃC LXXVIII. *Cum Privilegiis.*

FIGURA 1.1. Primera página de la obra *Mundus Subterraneus,* de Atanasio Kircher (1601-1680), publicada en Amsterdam en 1664, que tuvo una gran influencia en las primeras teorías sobre la constitución de la Tierra. (Biblioteca del Instituto y Observatorio de la Marina, San Fernando.)

Como resume Kertz, al final del siglo XIX, la Física había perdido el interés por la Tierra, para la Geología los métodos de la Geofísica le eran extraños y sus temas demasiado generales y algo parecido le sucedía a la Geografía. Esta situación justificaba el nacimiento de una ciencia separada con un nombre y contenido específico, la Geofísica. Esta ciencia queda consagrada definitivamente a finales del siglo XIX con el texto de S. Günther *Handbuch der Geophysik,* publicado en 1887, con la primera revista especializada creada en 1893 por G. Gerland, *Beiträge zur Geophysik,* y con la primera cátedra de Geofísica establecida en 1898 en la Universidad de Göttingen y que ocupó Emil Wiechert.

La tendencia a unificar en una sola ciencia, a la que finalmente se dio el nombre de Geofísica, los aspectos fisicomatemáticos de los fenómenos relacionados con la Tierra encuentra desde sus principios el problema de establecer su relación con dos ciencias más antiguas, la Geografía y la Geología. Ya Günther en el prólogo de su obra se extiende en este sentido sobre el significado de la Geofísica y su carácter físico en contraste con el carácter más descriptivo de la Geografía y el limitado a los materiales directamente observables en la superficie de la Tierra y en pequeña escala de la Geología. Sin embargo, la separación entre Geología y Geofísica no es tan clara al principio, como lo desmuestran la obra de E. Suess *Das Anlitz der Erde,* y M. Neumayr y E. Suess, *Erdgeschichte,* que tratan igualmente temas de ambas ciencias.

Otro problema es la relación entre la Geofísica y la Geodesia, ciencia con una larga tradición y vinculada en muchos aspectos a la Astronomía. Sobre este asunto hay muchas opiniones, aunque se suele vincular a la Geofísica la parte de la Geodesia física y Gravimetría.

Hemos visto que el inicio de la Geofísica como una ciencia independiente se realiza en la tradición alemana desde la Física y las Matemáticas y de una manera un tanto desligada de la Geología. Esta desconexión se agudiza en cierta manera durante la primera mitad de este siglo, durante la cual las interrelaciones entre ambas disciplinas fueron escasas. Esta situación es algo distinta en Estados Unidos, al estar en muchas universidades la Geofísica integrada en un mismo departamento junto con la Geología. El contacto entre ambas disciplinas es, en efecto, muy necesario. La parte de la Geofísica que trata de la Tierra sólida necesita del conocimiento detallado de las capas superficiales que aporta la Geología, y su interpretación de la evolución temporal de las estructuras, y la Geología a su vez necesita de la Geofísica, si no quiere anclarse en una interpretación meramente cualitativa y descriptiva de los fenómenos geológicos. El geólogo, que estudia una región muy concreta, necesita relacionar sus observaciones con procesos tectónicos y estructuras más amplias y profundas cuya información le aporta la Geofísica. Afortunadamente, la tendencia actual es la de un acercamiento de ambas disciplinas, al acentuarse la matematización y el empleo de métodos físicos en el estudio de los problemas geológicos. Baste mencionar, entre otros, la determinación de las edades de estratos y fósiles por métodos radiactivos, el uso del magnetismo remanente de las rocas para determinar el movimiento relativo de bloques de la corteza terrestre y el empleo, cada vez más frecuente, de los métodos geofísicos al estudio de los estratos y formaciones geológicas. Por otra parte, al enfrentarse la Geofísica con problemas cada vez más concretos de la estructura y dinámica de la corteza terrestre, necesita para la interpretación

de sus observaciones la información de los estudios geológicos. Un gran impulso a esta cooperación interdisciplinar se ha logrado con los proyectos internacionales Geodinámico y de la Litosfera en los que entre 1970 y 1990 se aunaron esfuerzos de todas las disciplinas de las ciencias de la tierra para abordar problemas relacionados con la estructura y dinámica de litosfera, corteza y manto superior de la Tierra. Es muy posible que con el tiempo la separación tan rígida entre Geofísica y Geología desaparezca en beneficio de unas ciencias de la Tierra unificadas, en las que las distintas metodologías científicas tengan su aplicación al estudio de los fenómenos relacionados con la Tierra.

1.2. División de la Geofísica

Uno de los problemas de una ciencia tan amplia como la Geofísica es el de establecer un criterio racional para su división. Si en un principio era fácil el considerarla como una única ciencia, el desarrollo de los últimos años hace cada vez menos posible el abarcar tanto los campos en los que se ha ido subdividiendo como la diversidad de los métodos que en cada uno de ellos se utilizan. No solamente los distintos campos de la Geofísica se van independizando cada vez más, sino que se van creando otros nuevos, necesitándose así de nuevas divisiones, como es el caso del Paleomagnetismo, la Geocronología y la ciencia del interior de los planetas. Este último tema, el estudio del interior de los planetas, su estructura y dinámica, su atmósfera y su sismicidad, posibles ya gracias a los viajes espaciales, ha planteado la cuestión de hasta qué punto la Geofísica se refiere sólo a la Tierra.

Manteniéndonos de momento en el estudio de la Tierra, su mismo objeto impone sobre la Geofísica una cierta unidad. Todos los procesos y estructuras localizadas desde el centro de la Tierra, hasta el límite exterior de la Magnetosfera, son objeto de estudio de la Geofísica. Una de las primeras divisiones propuestas por Gutenberg en el prólogo del libro *Lehrbuch der Geophysik,* publicado en 1929, se basa en los distintos campos de la Física que se aplican a la Tierra sólida, los mares y la atmósfera. La Geofísica queda de esta forma dividida en capítulos de Mecánica, Gravitación, Electricidad, Magnetismo, Óptica, Calor y Composición de la Materia. Más extendida que esta división es la que se basa en una serie de distintas disciplinas que se han ido formando en el seno de la Geofísica. No existe unanimidad de criterios para esta división, y algunas disciplinas forman ciencias con entidad propia, como la Geodesía y la Meteorología. Una división incluyendo estas materias es la siguiente:

Geodesia y Gravimetría.
Sismología.
Geomagnetismo y Aeronomía.
Oceanografía física.
Meteorología.
Geodinámica.
Geoquímica y Volcanología.
Planetología.
Prospección Geofísica.

Parecida a esta división es la propuesta por la *Unión Internacional de Geodesia y Geofísica* (IUGG) para sus secciones:

Geodesia.
Sismología y Física del interior de la Tierra.
Meteorología y Física de la atmósfera.
Geomagnetismo y Aeronomía.
Ciencias físicas de los océanos.
Hidrología científica.
Volcanología y Química del interior de la Tierra.

La *Unión Geofísica Americana* (AGU) añade a estas divisiones las de Paleomagnetismo, Tectonofísica, Planetología y Física solar e Interplanetaria. Es difícil, por tanto, el dar una división única y algunas de estas disciplinas, como la Geoquímica o la Física interplanetaria, parecen quedar un poco fuera del ámbito de la Geofísica. Por otro lado, algunas disciplinas se han desarrollado hasta formar casi ciencias separadas, como pueden serlo la Oceanografía y la Meteorología.

Una parte importante de la Geofísica la constituye su aplicación a la búsqueda de recursos minerales, es decir, lo que se suele llamar Geofísica aplicada o Prospección geofísica. La existencia de esta rama ha llevado a establecer una primera división de la Geofísica en pura y aplicada. Tanto la división como los términos empleados no son muy afortunados. No está claro por qué el solo interés económico hace de una ciencia que sea pura o aplicada. Este planteamiento lleva a situaciones un tanto absurdas. Por ejemplo, la refracción sísmica para el estudio de la estructura de la corteza terrestre pertenece a la Geofísica pura, mientras que si se aplica a la búsqueda de petróleo, pertenece a la aplicada. Naturalmente, no se puede ignorar que la Geofísica aplicada a la búsqueda de minerales se ha convertido en una disciplina en sí misma, con sus revistas especializadas y sus asociaciones internacionales.

Otra división de tipo muy general y que se ha utilizado, sobre todo en Francia, es la de Geofísica interna y externa. La primera trata de los fenómenos relacionados con la Tierra sólida, dejando para la segunda los de la atmósfera, océanos, campo magnético externo, medio interplanetario, etc. En realidad, todas las divisiones tienen un poco de arbitrarias, ya que es muy difícil poner límites a unas disciplinas con respecto a otras. No se puede buscar, por tanto, una racionalidad completa en la definición de todo lo que se ha de incluir en la Geofísica y cómo se ha de dividir ésta. Por ejemplo, es difícil decidir si el estudio del medio interplanetario o de la actividad del Sol debe pertenecer a la Geofísica o a la Astrofísica. Muchas veces las inclusiones y divisiones tienen un peso histórico y no corresponden a una clasificación puramente metodológica. El problema, además, no es excesivamente importante y podemos dejarlo a las interminables discusiones de los congresos de las asociaciones científicas.

1.3. Cooperación internacional

Un factor de gran importancia en el desarrollo de la Geofísica es el de la cooperación internacional. En otros campos de la ciencia es posible el progreso científico rea-

lizado por grupos aislados, aunque esto sea cada vez menos el caso, pero en Geofísica, la colaboración internacional es completamente necesaria. La comunicación y colaboración entre los distintos observatorios, donde se realizan observaciones geofísicas, es una condición totalmente necesaria para el progreso de esta ciencia. Por esta razón, en el desarrollo de la Geofísica ha jugado y sigue jugando un papel muy importante la asociación internacional que lleva por nombre *Unión Internacional de Geodesia y Geofísica* (IUGG; International Union of Geodesy and Geophysics).



FIGURA 1.2. Jorge Juan y Santacilia (1713-1773), cosmógrafo y astrónomo que tomó parte en la expedición para medir el arco de meridiano en Perú y fue el fundador en 1734 del Observatorio Astronómico de Marina de San Fernando (Cádiz).

Nace esta asociación en 1919, en los años que siguen a la Primera Guerra Mundial, como parte del entonces también creado *Consejo Internacional de Investigaciones*. En 1931, este Consejo pasa a formar el *Consejo Internacional de Uniones Científicas* (ICSU), órgano del que hoy depende la IUGG. Con anterioridad a 1919, existía ya la *Asociación Internacional de Geodesia*, fundada en 1883, y cuyo origen hay que remontar a la *Asociación Centroeuropea de Geodesia* (Mitteleuropäische Gradmessung), fundada en Prusia en 1862. También es anterior a la formación de la IUGG la *Asociación Internacional de Sismología*, fundada en el Sexto Congreso Internacional de Geografía de Londres, en 1899, y que celebró su primera asamblea general en 1901.

La IUGG está actualmente compuesta por siete asociaciones: Asociación Internacional de Geodesia (IAG; International Association of Geodesy), Asociación Internacional de Sismología y Física del Interior de la Tierra (IASPEI; International Association of Seismology and Physics of the Earth Interior), Asociación Internacional de Meteorología y Ciencias de la Atmósfera (IAMAS; International Association of Meteorology and Atmospheric Sciences), Asociación Internacional de Geomagnetismo y Aeronomía (IAGA; International Association of Geomagnetism and Aeronomy), Asociación Internacional de Ciencias Físicas del Océano (IAPSO; International Association of Physical Sciences of the Oceans), Asociación Internacional de Volcanología y Química del Interior de la Tierra (IAVCEI; International Association of Volcanology and Chemistry of the Earth Interior), Asociación Internacional de Ciencias Hidrológicas (IAHS; International Association of Hydrological Sciences).

La IUGG está dedicada al estudio científico de la Tierra y su aplicación a las necesidades de la sociedad tales como la búsqueda de recursos minerales, la reducción de los efectos causados por desastres naturales y la preservación del medio ambiente. Su fin es, como lo expresan sus estatutos, el promover el estudio de todos los problemas que se refieren a la figura de la Tierra, la física del Globo, los océanos y la atmósfera, iniciando, facilitando y coordinando las investigaciones de todos los problemas de la Geodesia y Geofísica que requieren cooperación internacional. Uno de los medios de que se ha servido la IUGG para promover la investigación ha sido el establecer periódicamente proyectos internacionales de cooperación científica. El primero de éstos, el *Año Polar Internacional* (1882-1883), es en realidad anterior a la fundación de la IUGG y en él participaron científicos de once naciones. En el segundo *Año Polar Internacional* (1932-1933) la participación se dobló a 22 países. De singular importancia fue el proyecto denominado el *Año Geofísico Internacional* (IGY, *International Geophysical Year*), que en 1957-58 aunó los esfuerzos de científicos de muchos países en proyectos conjuntos de investigación relativos a la Tierra entera. El IGY cooperó eficazmente, entre otras cosas, a la instalación de nuevos observatorios y la modernización de los métodos de medida y su estandarización. Uno de los logros más importantes fue la adopción de programas de intercambio de datos en todos los campos de la Geofísica, creándose para este fin los *Centros Mundiales de Datos* (WDC, *World Data Centers*).

Otro proyecto internacional patrocinado por la IUGG fue el *Proyecto del Manto Superior*, 1963-1970, cuyos resultados han sido muy importantes para el conocimiento de la naturaleza de la corteza y parte superior del manto terrestre. Como conti-

nuación de este proyecto, se inauguró en 1971, durante la Asamblea General de la IUGG en Moscú, el *Proyecto Geodinámico Internacional,* cuyo fin era el estudio de los procesos dinámicos de la corteza terrestre, con especial relación a las nuevas teorías de la tectónica global. Este proyecto se prolongó hasta 1980 y en su organización participó la *Unión Internacional de Geología,* estableciéndose por primera vez a nivel internacional una estrecha colaboración entre geofísicos y geólogos. Los resultados de este proyecto han contribuido de una manera decisiva a nuestro conocimiento de los procesos dinámicos de la corteza terrestre. Los comités nacionales, establecidos para llevar adelante este proyecto, sirvieron para fomentar el desarrollo de las ciencias de la Tierra en cada país. Para la década de los 80, nuevamente en colaboración entre las Uniones de Geodesia y Geofísica y de Geología, se estableció un nuevo proyecto internacional que llevó por nombre *Proyecto de la Litosfera* y cuyo fin era el estudio de los procesos y estructura de los cien primeros kilómetros de la Tierra. En este proyecto se propusieron también aspectos más prácticos, como son las condiciones geodinámicas relacionadas con los yacimientos de minerales y las catástrofes naturales. En la actualidad la IUGG colabora activamente en el programa del Decenio Internacional para la Reducción de Desastres Naturales (IDNDR; International Decade for Natural Disaster Reduction) establecido por las Naciones Unidas para la década de los años 90. Prácticamente todas las asociaciones de la Unión participan en este proyecto internacional cuyo fin es reducir los efectos de las catástrofes naturales.

Además de la IUGG, otras asociaciones a nivel más local contribuyen a la comunicación entre científicos y al desarrollo de la Geofísica. A nivel europeo, conviene destacar la *Comisión Sismológica Europea,* fundada en 1951, y la *Sociedad Geofísica Europea,* de más reciente fundación, en 1973. También con ámbito europeo se encuentra la Unión Europea de Geociencias (EUG; European Union of Geosciences) establecida en 1981 como un grupo de estudio de la Asamblea Parlamentaria del Consejo de Europa que incluye a todas las ciencias de la Tierra. Entre las sociedades de ámbito nacional, conviene destacar por el prestigio de sus publicaciones y congresos la *Unión Geofísica Americana (American Geophysical Union,* AGU), la *Sociedad Sismológica de América (Seismological Society of America,* SSA) y la *Real Sociedad Astronómica (Royal Astronomical Society,* RAS), con una importante sección de Geofísica. Un reciente proyecto europeo interdisciplinar de ciencias de la Tierra, propuesto por la *Fundación Europea de las Ciencias (European Science Foundation,* ESF) con el nombre de *Geotransversal Europeo,* puede presentarse también como un ejemplo más de cooperación internacional.

1.4. Libros, revistas y congresos

El desarrollo de una disciplina científica va unido a la publicación de obras importantes, que van marcando, a lo largo del tiempo, su progreso. A continuación daremos una breve reseña de los textos generales de Geofísica y su aplicación a la prospección, que nos parecen más relevantes, sin pretender dar una bibliografía exhaustiva. Entre ellos mencionamos los textos más antiguos, que es interesante conocer, aunque sean hoy difíciles de encontrar. Al final de este capítulo se presenta una lista de los más asequibles entre los de carácter general. La bibliografía de cada tema viene dada al final de los respectivos capítulos y en ella se citan también los capítulos pertinentes de algunos de los textos generales.

Entre los textos más antiguos de Geofísica se pueden citar los siguientes: *Lehrbuch der mathematischen und physischen Geographie* (1829), de J. C. Schmidt; la obra monumental *Kosmos* (1845-1858), de A. von Humboldt; *Physics of the Earth's Crust* (1889), de O. Fischer, y el ya citado de S. Gunther, *Handbuch der Geophysik* (1898). De principios de este siglo son las obras *Physik der Erde* (1911), de M. P. Rudzki, y *Physique du Globe* (1923), de C. Maurain. En 1924 aparece la primera edición del libro de H. Jeffreys *The Earth, its origin, history and physical constitution,* verdadero clásico que se volverá a publicar en cinco ediciones sucesivas, la última en 1970. En 1929, B. Gutenberg edita *Lehrbuch der Geophysik,* y entre 1930 y 1939, la serie de nueve volúmenes del *Handbuch der Geophysik,* en los que colaboran los geofísicos más destacados de su tiempo.

Dentro de la obra *Handbuch der Physik - Encyclopedia of Physics* corresponden a Geofísica los volúmenes 47, 48 y 49, de cuya edición se encarga J. Bartels y después K. Rawer, publicándose entre 1956 y 1972. En 1959 aparece la obra de B. Gutenberg *Physics of the Earth's Interior,* que trata los diversos campos de la Geofísica desde el punto de vista de la información que aportan sobre el interior de la Tierra. En el mismo año aparecen *Physics and Geology,* de Jacobs, Russell y Wilson, con énfasis en los temas comunes a Geología y Geofísica, y el libro de introducción de B. Howell *Introduction to Geophysics.*

En los años setenta aparecen varios textos generales de introducción a la Geofísica, que reflejan ya los progresos realizados durante los años sesenta. La obra de W. Kertz *Einführung in die Geophysik,* publicada en dos pequeños volúmenes en 1969 y 1971, es una introducción concisa y clara, que a pesar de su poca extensión contienen considerable información. También conciso es el texto de Stacey *Physics of the Earth* (1969[1], 1977[2], 1992[3]) y el de Garland *Introduction to Geophysics, Mantle, Core and Crust* (1971[1], 1979[2]), que constituyen una clara puesta al día de los progresos de la Geofísica y que han recibido una buena acogida como lo demuestran sus reediciones. A nivel introductorio están también, de Bremaeker, *Geophysics. The Earth Interior* (1985); Cara (1989), *Geophysique;* Fowler, *The Solid Earth. An Introduction to Global Geophysics* (1990), y Poirier, *Introduction to Physics of the Earth's Interior* (1991). Un enfoque distinto al de estas obras es el de Officer en su libro *Introduction to Theoretical Geophysics* (1974), en el que el énfasis se pone en la parte teórica y en los desarrollos matemáticos, lo que le hace especialmente adecuado para la docencia.

Recogiendo los desarrollos teóricos y los resultados de las observaciones a un nivel más avanzado, se encuentra el tratado editado por Coulomb y Jobert, en el que colaboran varios autores franceses, *Traite de Geophysique Interne,* en dos volúmenes, publicados en 1973 y 1976.

Entre los libros modernos que se sitúan en una conjunción entre la Geofísica y la Geología conviene citar el de Verhoogens, Turner, Weiss, Warhaftig y Fyfe *The Earth* (1970) y el de Press y Siever *Earth* (1974). Este último trata de enfocar las ciencias de la Tierra en el marco de la tectónica global. Dentro de esta línea, se pueden considerar también algunos libros de geodinámica o tectonofísica, como el de Lliboutry *Tectonophysique et Geodynamique; una synthese Geologie structural-Geophy-*

sique interne (1982) y el de Turcotte y Schubert, *Geodynamics; an application of continuous physics to geological problems* (1982). A un nivel más descriptivo y elemental, Gass, Smith y Wilson logran en su libro *Understanding the Earth* (1971) y su reedición con el mismo título en 1992 por Brown, Hawkesworth y Wilson, una presentación clara y amena del estado de las ciencias de la Tierra después de la Tectónica de Placas.

Entre los textos generales de Geofísica aplicada a la prospeccción, los más antiguos son los de Ambronn, *Methoden der angewandte Geophysik* (1926), y Broughton-Edge y Laby, *The principles and practice y geophysical prospecting* (1931). Otras obras ya clásicas son las de Jakosky, *Exploration Geophysics* (1940); Heiland, *Geophysical exploration* (1946); Nettleton, *Geophysical prospecting for oil* (1940); Cagniard, *La prospection geophysique* (1950), y Dobrin, *Introduction to geophysical prospecting* (1952). Entre los más modernos conviene destacar Grant y West, *Interpretation theory in applied Geophysics* (1965), y Telford *et al., Applied Geophysics* (1976).

En español, los textos generales de Geofísica son pocos. El de L. Lozano *Introducción a la Geofísica* (1972) es solamente una transcripción de sus notas de clase. Traducciones, existen la de Howell, *Introducción a la Geofísica* (Ed. Omega, 1960), y las de Smith, *Temas de Geofísica* (Ed. Reverte, 1976), y de Gass, Smith y Wilson, *Introducción a las Ciencias de la Tierra* (Ed. Reverte, 1978), ambas de nivel introductorio. De Geofísica aplicada conviene mencionar la obra pionera de García Siñeriz *Los métodos Geofísicos de prospección* (1928); el de Ramírez y Durán, *Nociones de prospección Geofísica* (1978). Aunque de carácter más especializado, merecen una mención especial las dos obras de Orellana *Prospección geoeléctrica en corriente continua* (1972) y *Prospección geoeléctrica por campos variables* (1974).

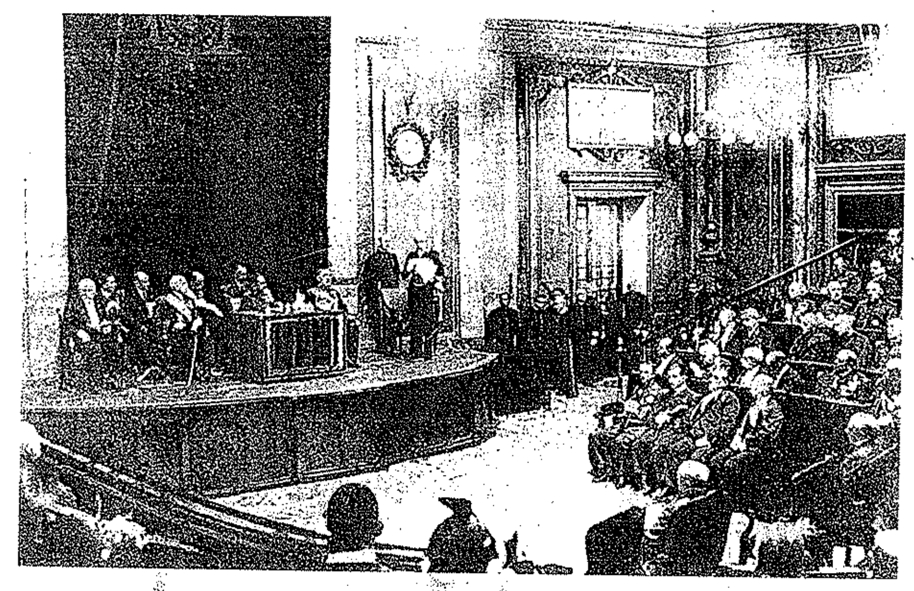


FIGURA 1.3. Sesión inaugural de la II Asamblea General de la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica celebrada en Madrid el 1 de octubre de 1924 y presidida por S. M. Alfonso XII. (Foto Alfonso.)

El número actual de revistas de Geofísica es relativamente grande. Una lista no completa viene dada al final de este capítulo. Entre ellas conviene destacar por su importancia *Journal of Geophysical Research,* publicada por la AGU y que actualmente se ha desdoblado en tres series. La misma sociedad publica además *Reviews of Geophysics,* con artículos de puesta al día; *Geophysical Letters,* de artículos cortos y publicación rápida; *Tectonics,* dedicada a la tectonofísica, y *EOS,* con información general sobre congresos, libros y otros temas de interés para el geofísico. Otra revista importante es *Geophysical Journal International,* órgano de la Sociedad Geofísica Europea resultado de la fusión de *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, Journal of Geophysics,* anteriormente *Zeitschrift für Geophysik* de la Sociedad Geofísica Alemana, y *Annales de Geophysique.* Dedicada a las ciencias de la atmósfera y océano está la revista *Annales Geophysicae.* En los países del Este existen varias publicaciones nacionales. La revista rusa *Izvestia,* sección de Geofísica, es de gran difusión, aunque poco asequible por razón de la lengua. Existe, desde 1965, una traducción al inglés publicada en Norteamérica. Del Japón, donde existe una abundante literatura geofísica, citaremos *Journal of Physics of the Earth,* publicada en inglés y muy difundida. Dos revistas relativamente recientes que han alcanzado una amplia difusión son *Earth and Planetary Science Letters* y *Physics of the Earth and Planetary Interiors.*

Más especializadas y abarcando sólo partes de la Geofísica citaremos algunas. De Geofísica aplicada son importantes *Geophysics, Geophysical Prospecting* y *Journal of Applied Geophysics.* De sismología, la revista más antigua y que conserva un alto nivel es el *Bulletin of the Seismological Society of America.* La misma sociedad edita también *Seismological Research Letters.* Recientemente se ha empezado a publicar el *Journal of Seismology.* Dedicadas preferentemente a temas de geodinámica y tectonofísica están las revistas *Tectonophysics, Tectonics* y *Journal of Geodynamics.* Al tema muy actual de la aplicación de la informática a las ciencias de la Tierra está *Computers in Geosciences.* Finalmente, para el estudio de los fenómenos de la ionosfera y magnetosfera conviene destacar las dos revistas *Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics* y *Planetary and Space Science.*

En España se publica por la Universidad Complutense la revista *Física de la Tierra,* y por el Instituto Geográfico Nacional, *Avances en Geofísica y Geodesia;* en México, por la Unión Geofísica Mexicana, *Geofísica Internacional,* y en Perú, por el Instituto Panamericano de Geografía e Historia, *Revista Geofísica.* Desafortunadamente el Consejo Superior de Investigaciones Científicas español dejó de publicar en 1992 la *Revista de Geofísica,* que se venía publicando desde 1942.

Otro factor importante en el desarrollo de la Geofísica son los congresos, tanto nacionales como internacionales, y las reuniones y simposios científicos. El número de estas reuniones ha aumentado tanto que una lista de los celebrados cada año apenas deja ninguna fecha libre. Entre estos congresos hay que destacar por su importancia las asambleas generales de IUGG, que se celebran cada cuatro años y representan un verdadero acontecimiento científico y social. Con más frecuencia, cada dos años, se reúnen las diversas asociaciones internacionales que forman parte de la IUGG. En Europa la Sociedad Geofísica Europea y la Unión Europea de Geociencias se reúnen

cada año y cada dos años la Comisión Sismológica Europea. Todas estas reuniones atraen un gran número de científicos. A nivel nacional se celebran también reuniones con distinta periodicidad. En España, desde 1973, se reúne cada dos años la Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica. En mayor número se celebran en diversos lugares reuniones, simposios y conferencias de asistencia limitada y temas muy concretos. La asistencia a los congresos se ha convertido en una obligación de los científicos modernos para constatar hacia dónde se dirigen los esfuerzos de la investigación de los grupos de distintos países, cuáles son los últimos resultados obtenidos y las nuevas técnicas empleadas. Estas novedades, debido a la lentitud en la publicación, pueden demorarse más de un año en aparecer en las revistas.

1.5. Geofísica y sociedad

Antes de dar por terminado este pequeño esbozo sobre diversos aspectos de la Geofísica, conviene añadir unas ideas sobre su función social. Quizás a algunos les parezca esto fuera de lugar. Sin embargo, debemos recordar que la ciencia está basada, como todo cuerpo de conocimientos objetivos, en el fenómeno de la intercomunicación humana. Una tendencia, muy extendida hoy entre los filósofos de la ciencia moderna, es la de definir la objetividad en términos de intersubjetividad, es decir, en términos de coparticipación de los mismos conocimientos y experiencias. Una de las cualidades fundamentales del observable científico es el que sea público y repetible. La ciencia nace, por tanto, necesariamente dentro de una comunidad humana, a la que podemos llamar la comunidad científica. La ciencia no puede considerarse como un fenómeno individual, ya que la objetividad científica sólo queda garantizada en términos de la publicidad y repetibilidad de las observaciones y los experimentos.

Estas ideas responden al fenómeno interno de la ciencia, y no nos dicen nada todavía sobre lo que podemos llamar la función social de la ciencia. Tenemos que dar un paso más, e investigar el papel de la comunidad científica dentro de la comunidad humana total que llamamos sociedad. La ciencia no es fruto solamente, ni siquiera principalmente, de un afán por el saber puro, sino que está enraizada, más de lo que a veces estamos dispuestos a admitir, en las necesidades y afanes humanos. Toda ciencia tiene pues una proyección social, lo mismo que tiene una responsabilidad ética.

La proyección social de Geofísica no es difícil de ver, ya que muchos de los fenómenos que estudia tienen una relación directa con el bienestar de la sociedad. La Meteorología está continuamente ofreciendo sus servicios al ciudadano, a la navegación marítima y aérea, a la previsión de catástrofes como ciclones y tornados, etc. Los terremotos son, todavía hoy, una de las catástrofes naturales que causan más pérdidas de vidas y bienes materiales. Baste con recordar los últimos terremotos en distintas partes del mundo con un elevado número de víctimas y daños. El esfuerzo de la Sismología por buscar un método eficaz de predicción de este tipo de catástrofes será una aportación incalculable al bien de la sociedad. Aunque este tipo de previsión no es todavía posible, los daños de los terremotos sí pueden aminorarse con la construcción de estructuras resistentes a los movimientos sísmicos. Los esfuerzos en el campo de la ingeniería sísmica y la preparación de códigos de construcción sismorresistente son una muestra del interés social de esta ciencia. Con relación a algunos tipos de catástrofes, como son los tsunamis o maremotos, los sistemas de alarma ya en funcionamiento han aminorado las pérdidas de vidas; y lo mismo puede decirse de la previsión de las erupciones volcánicas, allí donde existen sistemas de alarma.

El servicio de las observaciones geomagnéticas no se reduce a la confección de mapas magnéticos, necesarios para la navegación. En el futuro el conocimiento de las condiciones de la magnetosfera puede ser de gran importancia en la navegación espacial. En realidad, el concepto de servicio no es extraño a la Geofísica, sino quizá más enraizado en ella que en otras ciencias. No es sin motivo que los Institutos de Geofísica en su aplicación práctica reciben en todos los idiomas el nombre de «servicios». Así tenemos en español el «Servicio de Sismología» y el «Servicio Meteorológico», en alemán «Wetterdienst» y «Erdbebendienst» y en inglés «Meteorological Service» y «Earth Enviromental Science Service», por sólo citar algunos. Estos servicios están orientados no sólo a la prevención de catástrofes, sino a la información sobre las condiciones de la atmósfera, de la sismicidad, o de otros factores en bien del progreso general de la sociedad.

Otro aspecto del interés social de la Geofísica lo constituye el campo de la aplicación de los métodos de prospección, a la búsqueda de nuevos recursos materiales, en minerales, petróleo, agua, etc., de los que depende el bienestar y aun la supervivencia del hombre sobre la Tierra. Las necesidades tecnológicas y el agotamiento de las fuentes más directas de materias primas y combustibles hacen más necesaria la búsqueda de otras fuentes de riquezas mineralógicas. En este aspecto tienen una gran importancia los diversos métodos de prospección geofísica, para descubrir las riquezas aún escondidas en la corteza terrestre.

El perfeccionamiento de estos métodos, y su aplicación a escala global en beneficio de toda la humanidad, es una de las respuestas al creciente temor de que la Tierra llegue pronto a agotar sus posibilidades de sostener la creciente población humana, y las exigencias cada vez mayores de consumo de energía de la tecnología. El convencimiento, cada vez más claro, de que vivimos en un sistema de recursos limitados impone un límite al aumento continuo de gasto de energía impuesto por el desarrollo tecnológico y exige una búsqueda de fuentes alternativas de energía. Muchas de éstas, como son la energía solar, eólica, geotérmica, etc., están fundamentadas en los conocimientos aportados por la Geofísica. Estos nuevos campos de aplicación de la Geofísica pueden ser decisivos en el futuro de la humanidad.

La creciente preocupación por el medio ambiente ha determinado una nueva orientación en Geofísica hacia estos problemas. El cambio climático, la contaminación de la atmósfera, océanos, ríos y lagos, las catástrofes naturales como terremotos, erupciones volcánicas y huracanes son algunos de los problemas ambientales en los que la Geofísica tiene mucho que aportar. Por otro lado, la utilización de métodos geofísicos de prospección superficial para determinar la contaminación debida al almacenamiento de residuos abre nuevas perspectivas que han dado origen a lo que se llama la Geofísica Ambiental. Cada vez más la Geofísica está orientándose hoy hacia los problemas del medio ambiente.

1.6. Bibliografía

Geofísica general

BROWN, G.; HAWKESWORTH, C., y WILSON, C. (editores) (1992): *Understanding the Earth*, Cambridge University Press.
BREMAEKER, J. C. DE (1985): *Geophysics. The Earth Interior*, John Wiley and Sons, Nueva York.
CARA, M. (1989): *Geophysique*, Dunod Bordas, París.
COULOMB, J., y JOBERT, G. (1963): *The Physical Constitution of the Earth*, Hafner Publ. Co. Nueva York.
— (1973 y 1976): *Traite de Geophysique interne*, Masson et Cie. París, 2 vols. (COUL).
EGYED, L. (1969): *Physik der festen Erde*, Akademiai Kiao, Budapest.
FLÜGGE, S. (editor) (1956-1972): *Handbuch der Physik-Encyclopedia of Physics* (Geophysics, vols. 47, 48 y 49), Springer Verlag, Berlín.
FOWLER, C. M. R. (1990): *The Solid Earth. An Introduction to Global Geophysics*, Cambridge University Press.
GARLAND, G. D. (1971[1], 1979[2]): *Introduction to Geophysics; Mantle, core and crust*, W. B. Saunder, Filadelfia (GARL).
GASKELL, T. F. (1970): *Physics of the Earth*. Thames and Hudson, Londres.
GASS, I. G.; SMITH, P. J., y WILSON, R. C. L. (editores) (1971): *Understanding the Earth*, The Open University Press, Reading.
GUTENBERG, B. (1959): *Physics of the Earth's Interior*, Academic Press, Nueva York.
HOWELL, B. F. (1959): *Introduction to Geophysics*, McGraw-Hill, Nueva York.
ISRAEL, H. (1969): *Einfürung in die Geophysik*, Springer Verlag, Berlín.
JACOBS, J. A.; RUSELL, R. D., y WILSON, J. T. (1959[1], 1974[2]): *Physics and Geology*, McGraw-Hill, Nueva York.
JAMES, D. E. (1989): *The Encyclopedia of Solid Earth Geophysics*, Van Nostrand Reinhold, Nueva York.
JEFFREYS, H. (1924[1], 1922[2], 1952[3], 1959[4], 1970[5]): *The Earth, its Origin, History and Physical Constitution*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (JEFF).
KERTZ, W. (1969, 1971): *Einführung in die Geophysik* (2 tomos), Bibliographisches Institut, Manheim.
LLIBOUTRY, L. (1982): *Tectonophysique et Geodynamique. Une synthese Géologie structurale-Géophysique interne*, Masson, París.
LOZANO, L. (1972): *Introducción a la Geofísica*, Edit. Paraninfo, Madrid.
MENKE, W., y ABBOT, D. (1990): *Geophysical Theory*, Columbia University Press, Nueva York.
OFFICER, C. B. (1974): *Introduction to Theoretical Geophysics*, Springer Verlag, Nueva York.
ODISHAW, H. (1964): *Research in Geophysics*, M. I. T. Press (2 tomos), Cambridge, Mass.
POIRIER, J. P. (1991): *Introduction to Physics of the Earth's Interior*, Cambridge University Press.
PRESS, F., y SIEVER, R. (1964): *Earth*, Freeman, San Francisco.
RUNCORN, S. K. (editor) (1960): *Methods and Techniques in Geophysics*, Interscience publ., Nueva York.
— (1967): *International Dictionary of Geophysics*, Oxford.
SCHICK, R., y SCHNEIDER, G. (1973): *Physik der Erdkorpers*, Ferdinand Enke Verlag, Stuttgart.
STACEY, F. D. (1969[1], 1977[2], 1992[3]): *Physics of the Earth*, John Wiley and Sons, Toronto (1 y 2); Brookfield Press, Brisbane (3) (STAC).
STRAHLER, A. N. (1963): *The Earth Sciences*, Harper and Row, Nueva York.

TOPERCZER, M. (1960): *Lehrbuch der Allgemeinen Geophysik*, Springer Verlag, Viena.
TUCKER, R. H.; COOK, A. H.; IYER, H. M., y STACEY, F. D. (1970): *Global Geophysics*, American Elsevier, Nueva York.
TURCOTTE, D. L., y SCHUBERT, G. (1982): *Geodynamics. Application of continuous physics to geological problems*, John Wiley and Sons, Nueva York.
VERHOOGEN, J.; TURNER, F. J.; WEISS, L. E.; WARHHAFTIG, C., y FYFE, W. (1970): *The Earth*, Holt Rinehart and Winston Inc., Nueva York.
WYLLIE, P. J. (1971): *The Dynamic Earth.*, J. Wiley and Sons, Nueva York.

Geofísica aplicada

CANTOS FIGUEROLA, J. (1974): *Tratado de Geofísica Aplicada*, Litoprint, Madrid.
CAGNIARD, L. (1950): *La prospection géophysique*, Presses Univer., París.
DOBRIN, M. B. (1952[1], 1976[2]): *Introduction to Geophysical Prospecting*, McGraw-Hill, Nueva York (DOBR). Trad. española: *Introducción a la prospección geofísica*, Ediciones Omega, Barcelona (1961).
DOBRIN, M. B., y SAVIT, C. H. (1988[4]): *Introduction to geophysical prospecting*, McGraw-Hill, Nueva York.
DOHR, G. (1981): *Applied Geophysics*, F. Enke, Stuttgart.
EVE, A. S., y KEYS, D. A. (1956): *Applied Geophysics*, Cambridge Univ. Press.
GRANT, F. S., y WEST, G. F. (1965): *Interpretation Theory in Applied Geophysics*, McGraw-Hill, Nueva York (GRAN).
GRIFFITHS, D. H., y KING, R. F. (1965[1], 1981[2]): *Applied Geophysics for Geologists and Engineers*, Pergamon Press, Oxford. Trad. española: *Geofísica aplicada para ingenieros y geólogos*, Paraninfo, Madrid (1972).
HAALCK, H. (1953): *Lehrbuch der Angewandten Geophysik*, Gebrüder Borntraeger, Berlín.
HEILAND, C. A. (1946): *Geophysical Exploration*, Prentice Hall, Nueva York.
JAKOSKY, J. J. (1950): *Exploration Geophysics*, Trija Pub. Co., Los Ángeles.
KEARY, P., y BROOKS, M. (1984): *An introduction to Geophysical Exploration*, Blackwell, Oxford.
MARES, S. (1984): *Introduction to Applied Geophysics*, D. Reidel, Dordrecht.
NETTLETON, L. L. (1940): *Geophysical Prospecting for Oil*, McGraw-Hill, Nueva York (NETT).
PARASNIS, D. S. (1966): *Mining Geophysics*, Elsevier, Amsterdan. Trad. española: *Geofísica Minera*, Paraninfo, Madrid.
— (1962[1], 1972[2], 1979[3], 1986[4]): *Principles of Applied Geophysics*, Chapman and Hall, Londres (PARA). Trad. española: *Principios de Geofísica Aplicada*, Paraninfo, Madrid.
RAMÍREZ, J. E., y DURÁN, L. G. (1975): *Nociones de prospección geofísica*, Univ. Nac. de Colombia, Bogotá.
ROTHÉ, E., y ROTHÉ, J. P. (1952): *Prospection Géophysique*, Gauthier-Villars, París (2 vols.).
SHARMA, P. V. (1975[1], 1986[2]): *Geophysical Methods in Geology*, Elsevier Science Publishing, Amsterdam.
SHERIFF, R. E. (1978): *A First Course in Geophysical Exploration*, D. Reidel, Dordrecht.
— (1984): *Encyclopedic Dictionary of Exploration Geophysics*, Soc. Explor. Geophys.
— (1989): *Geophysical Methods*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J.
—, TELFORD, W. M.; GELDART, L. P., y SHERIFF, R. E. (1976[1], 1990[2]): *Applied Geophysics*, Cambridge University Press.

Revistas científicas

— *Annales Geophysicae,* vol. 1, 1983. Continuación de *Annales de Geophysique* (vol. 1, 1948) y *Annali di Geofisica* (vol. 1, 1948). La parte de tierra sólida se suprime en 1992.
— *Annali di Geofisica,* vol. 1, 1948 (interrumpida entre 1982 y 1993). Istituto Nazionale di Geofisica, Roma.
— *Bulletin of the Earthquake Research Institute,* vol. I, 1926 (bimensual). Earthquake Research Institute, University of Tokyo, Tokio, Japón.
— *Bulletin Géodesique,* vol. I, 1924 (trimestral). Assocciation Internationale de Géodesie, París, Francia.
— *Bulletin of the Seismological Society of America,* vol. I, 1911 (trimestral). Seismological Society of America, Berkeley, EE.UU.
— *Computers and Geosciences,* vol. 1, 1974, Elsevier Scientific Publisher, Amsterdam.
— *Earth and Planetary Science Letters,* vol. I, 1966 (mensual). North Holland Publ. Co., Amsterdam, Holanda.
— *Física de la Tierra,* vol. 1, 1989 (anual). Universidad Complutense de Madrid.
— *Fisica Ziemli,* vol. 1, 1937 (mensual). Academia de Ciencias de la URSS, desde 1993 Academia de Ciencias Rusa, Moscú.
— *Geofísica Internacional,* vol. I, 1961. Unión Geofísica Mexicana, México.
— *Geophysical Journal International,* vol. 109, 1992, Royal Astronomical Society, Deutsche Geophysikalische Gesellschaft y European Geophysical Society. Continuación de *Geophysical Journal of the R.A.S.,* vol. 1, 1958, a su vez continuación de *Geophysical Supplement of the Monthly Notices of the R.A.S.,* vol. 1, 1922, y de *Zeitschrift für Geophysik,* vol. 1, 1924 (desde 1974, *Journal of Geophysics*).
— *The Geophysical Magazine,* vol. I, 1926. Central Meteorological Observatory of Japan, Tokio, Japón.
— *Geophysical Prospecting,* vol. I, 1953 (trimestral). European Association of Exploration Geophysicists, La Haya, Holanda.
— *Geophysics,* vol. I, 1936 (mensual). Society of Exploration Geophysicists, Houston, Texas, EE.UU.
— *Journal of Applied Geophysics,* vol. I, 1965. Hasta 1993, *Geoexploration.* Elsevier Scientific Publishers, Amsterdam.
— *Journal of Geodynamics,* vol. I, 1984. Elsevier Scientific Publishers, Amsterdam.
— *Journal of Geomagnetism and Geoelectricity,* vol. I, 1949 (trimestral). Society of Terrestrial Magnetism and Electricity, Tokio, Japón.
— *Journal of Geophysical Research* (antes de 1949 publicado con el nombre de *Terrestrial Magnetism and Electricity*), col. I, 1986 (hasta 1958, trimestral; 1959-62, mensual; desde 1963, quincenal). American Geophysical Union, Washington, EE.UU.
— *Journal of Physics of the Earth,* vol. I, 1952. Sociedades de Sismología, Geodesia y Volcanología de Japón, Tokio.
— *Journal of Seismology,* vol. I, 1997. Kluwer, Dordrecht.
— *Physics of the Earth and Planetary Interiors,* vol. I, 1967. Elsevier Publishing Co. Amsterdam, Holanda.
— *Planetary and Space Science,* vol. I, 1952 (mensual). Pergamon Press, Nueva York, EE.UU.
— *Pure and Applied Geophysics (PAGEOPH),* vol. I, 1939 (hasta 1970 con el nombre de *Geofisica Pura e Applicata,* Milán). Birkenhauser, Basel.
— *Reviews of Geophysics,* vol. I, 1963 (trimestral). American Geophysical Union, Washington, EE.UU.
— *Revista Geofísica,* vol. I, 1971. Instituto Panamericano de Geografía e Historia, México.
— *Seismological Research Letters,* vol. I, 1992. Seismological Society of America.
— *Tectonics,* vol. I, 1982. Americam Geophysical Union.
— *Tectonophysics,* vol. I, 1964 (mensual). Elsevier Publishing Co., Amsterdam, Holanda.
— *Terra Nova,* vol. I, 1989. (Suplemento Terra Abstracts) European Union of Geosciences.
— *Transaction of the American Geophysical Union,* vol. I, 1920 (mensual). American Geophysical Union, Washington, EE.UU.

Capítulo 2
FIGURA DE LA TIERRA Y CAMPO DE LA GRAVEDAD

¿Quién fijó las medidas de la Tierra? ¿Lo sabrías? ¿Quién tiró el cordel sobre ella? ¿Sobre qué se afirmaron sus bases? ¿Quién asentó su piedra angular?

Libro de Job, cap. 38.

2.1. Figura de la Tierra

El problema de la figura de la Tierra es uno de los más antiguos de la historia de la ciencia. Las primeras concepciones babilónicas y egipcias representan a la Tierra como un disco plano cubierto por una bóveda semiesférica a la que están sujetos los astros. Filósofos y astrónomos griegos de los siglos V y VI a. de C., como Eudoxo, Anaximandro, etc., y de la escuela pitagórica, entre otros, consideraron ya a la Tierra como una esfera flotando en el espacio, y Aristarco de Samos (s. III a. de C.) llegó a medir su tamaño relativo a la Luna. La primera medida de la circunferencia de la Tierra es debida a Eratóstenes (275-194 a. de C.), que midió la diferencia de latitud entre Alejandría y Siene (actual Aswan), ciudades situadas aproximadamente sobre un meridiano, y la segunda muy cercana al Trópico. Obtuvo para la circunferencia de la Tierra 252.000 estadios (1 estadio aproximadamente 160 m), cometiendo solamente un error que se estima aproximadamente en un 16 por 100. Otra medida fue hecha por Posidonio de Apamea (s. I a. de C.), midiendo la diferencia de latitud entre Rodas y Alejandría por observaciones astronómicas con un resultado algo menor, 240.000 estadios. El geógrafo romano Estrabón combinando las medidas de Eratóstenes y Posidonio dio un valor mucho menor de 180.000 estadios. Este valor fue divulgado en Occidente durante la Edad Media. Estas medidas estuvieron vigentes hasta que se realizaron medidas modernas de un grado de latitud a partir del siglo XVI que finalmente pusieron de manifiesto la elipticidad de la Tierra.

La determinación de la forma en la Tierra puede resolverse desde dos puntos de vista: uno geométrico, por medición de cadenas de triangulación, y otro dinámico, por determinación de su campo gravitatorio. En cuanto al primero, se puede determinar la forma de la Tierra midiendo longitudes de arcos de meridianos y paralelos. Desde el segundo punto de vista, la observación del campo gravitatorio nos conduce

a la determinación de la forma que debe tener la Tierra, para que sea responsable de los valores de gravedad observados. En este capítulo introduciremos el problema desde el punto de vista dinámico.

2.2. Coordenadas y fuerzas derivadas de la rotación

Dada la forma aproximadamente esférica de la Tierra, es lógico referir las observaciones a un sistema de coordenadas esféricas r, θ, λ (Apéndice 2). La coordenada r tiene su origen en el centro de masas de la Tierra. El ángulo θ se mide en sentido horario desde el eje de rotación de la Tierra y recibe el nombre de colatitud geocéntrica; su complemento ϕ, la latitud geocéntrica, se mide desde el plano ecuatorial al radio vector $\boldsymbol{r}$, positiva en el hemisferio norte y negativa en el sur. El ángulo λ, o longitud, se mide positivo hacia el este, tomando como origen arbitrariamente un meridiano cero. En 1884 se adoptó el que pasa por el Observatorio de Greenwich, Inglaterra. El sistema así definido se denomina geocéntrico (Fig. 2.1).

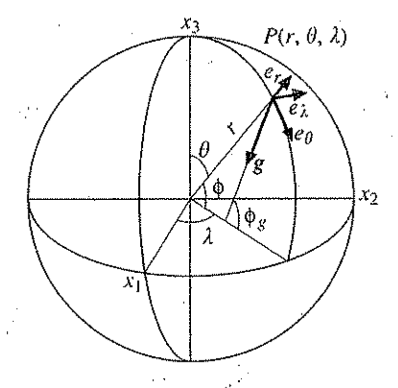


FIGURA 2.1. Sistema de coordenadas cartesianas de la Tierra (x_1, x_2, x_3) y esférico polar (r, θ, λ). Para un punto P de su superficie, sistema local de ejes en la dirección de los vectores unitarios (e_r, e_θ, e_λ).

El ángulo ϕ no es observable directamente, por lo que se sustituye por ϕ_g la latitud geográfica astronómica. Ésta viene dada por el complemento del ángulo que forma la vertical en un punto P con la dirección del eje de rotación de la Tierra. La vertical a la que nos referimos aquí es la vertical física, que viene dada por la dirección de la plomada (vector $\boldsymbol{g}$) suspendida en dicho punto P, mientras que una paralela al eje de rotación de la Tierra viene materializada, en primera aproximación, por la visual desde ese punto a la estrella Polar. La diferencia entre las latitudes geográfica astronómica y geocéntrica de un punto es pequeña, no excediendo los once minutos de arco.

Para estudiar fenómenos que tienen lugar en un punto P de la superficie de la Tierra, se sitúa en él un sistema cartesiano de coordenadas (x_1, x_2, x_3) o sistema local con x_3, en la dirección de la vertical (positivo hacia el zénit, o nadir, según los casos) y x_1, x_2 en el plano de horizonte, en las direcciones del meridiano y paralelo, respectivamente (positivos en la dirección del Norte y Este). Debido a su pequeña diferencia, en muchos casos se considera x_3 como si correspondiera a la dirección radial (Fig. 2.2).

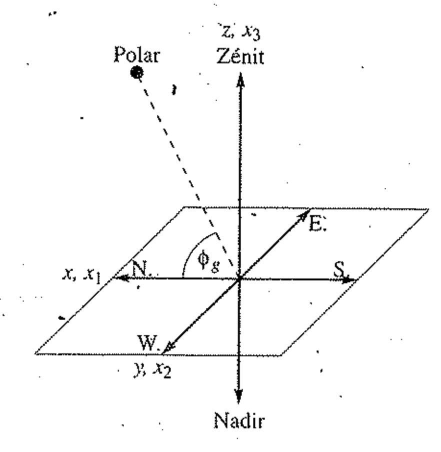


FIGURA 2.2. Sistema de coordenadas geográficas en un punto de la superficie de la Tierra.

Debido a que la Tierra gira sobre sí misma alrededor de un eje que coincide aproximadamente con la dirección de la estrella Polar, si referimos las ecuaciones de la dinámica a un sistema de coordenadas fijo en un punto de la superficie de la Tierra y que gira con ella, éstas se verán afectadas por este giro. En general, si el vector velocidad angular es $\boldsymbol{\omega}$, el efecto debido a la rotación en un punto viene dado por:

$$\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}) - 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\boldsymbol{v}} - \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{t} \qquad [2.1]$$

donde $\boldsymbol{r}$ es el radio vector del centro al punto y $\boldsymbol{v}$ su velocidad con respecto a las coordenadas.

En notación tensorial (Apéndice 1):

$$a_i = -e_{ijk}\omega_j e_{klm}\omega_l x_m - 2e_{ijk}\omega_j v_k - e_{ijk}\dot{\omega}_j x_k \qquad [2.2]$$

El primer término de esta expresión representa la aceleración centrífuga, el segundo la de Coriolis y el tercero la dependiente de la aceleración angular. Si, como en el caso de la Tierra, se considera la velocidad angular ω constante, sus componentes en las direcciones de e_r, e_θ, e_λ en un punto P de colatitud θ, son:

$$(\omega \cos \theta, -\omega \operatorname{sen} \theta, 0) \qquad [2.3]$$

Es fácil deducir que los componentes de la aceleración centrífuga referidos a este sistema en P son:

$$(\omega^2 r \operatorname{sen}^2 \theta, \omega^2 r \operatorname{sen} \theta \cos \theta, 0) \qquad [2.4]$$

y los de la aceleración de Coriolis:

$$[(2v_\lambda\omega \text{ sen } \theta, 2v_\lambda\omega \cos \theta, -2(v_r\omega \text{ sen } \theta + v_\theta\omega \cos \theta)] \quad [2.5]$$

El efecto de la aceleración centrífuga se ha de tener en cuenta en cada punto de la superficie de la Tierra, siempre que las ecuaciones se refieran a un sistema de ejes que gira con ella y la de Coriolis, cuando intervienen velocidades con respecto a dicho sistema. Este último efecto es particularmente importante al hablar de corrientes marinas y atmosféricas.

2.3. Campo de la gravedad en una Tierra esférica

Si se considera la Tierra como una esfera de radio a en rotación de velocidad angular ω constante, las fuerzas que actúan sobre una masa unidad, en un punto P fijo en su superficie son: $\boldsymbol{F}$ la atracción gravitacional de la masa de la Tierra y $\boldsymbol{f}$ la debida a la aceleración centrífuga. Los componentes de estas fuerzas en las coordenadas esféricas r, θ, λ son:

$$(F_r, F_\theta, F_\lambda) = \left(-\frac{GM}{r^2}, 0, 0\right) \quad [2.6]$$

$$(f_r, f_\theta, f_\lambda) = (\omega^2 r \text{ sen}^2 \theta, \omega^2 r \text{ sen } \theta \cos \theta, 0) \quad [2.7]$$

donde M es la masa de la Tierra, r la distancia del centro al punto P (radio de la esfera), G la constante de gravitación universal y ω la velocidad angular. Si se define el vector de la gravedad $\boldsymbol{g}$ como la suma de estas dos fuerzas, éste viene dado por (Fig. 2.3):

$$(g_r, g_\theta, g_\lambda) = \left(-\frac{GM}{r^2} + \omega^2 r \text{ sen}^2 \theta, \omega^2 r \text{ sen } \theta \cos \theta, 0\right) \quad [2.8]$$

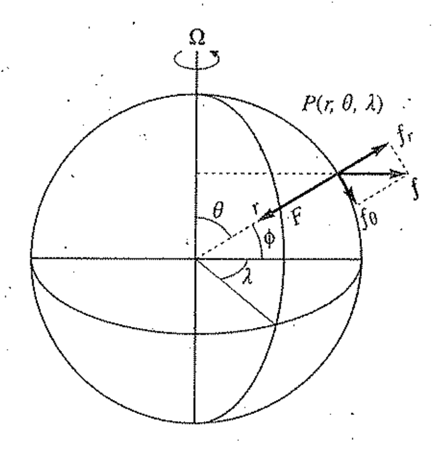


FIGURA 2.3. Composición de las fuerzas gravitacional y centrífuga, actuantes sobre un punto de la superficie de una Tierra esférica en rotación. Se ha exagerado el vector correspondiente a la fuerza centrífuga.

Cada una de estas dos fuerzas puede deducirse de un potencial escalar, el potencial gravitatorio V y el de la fuerza centrífuga Φ. Este último puede considerarse como la energía cinética producida por esta fuerza. La suma de estos dos potenciales nos da el potencial de la gravedad U:

$$U = V + \Phi = \frac{GM}{r} + \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \text{ sen}^2 \theta \quad [2.9]$$

El potencial U puede expresarse también utilizando la latitud ϕ en la forma:

$$U = \frac{GM}{a}\left[\frac{a}{r} + \frac{m}{2}\left(\frac{r}{a}\right)^2 \cos^2 \phi\right] \quad [2.10]$$

El valor:

$$m = \frac{a^3\omega^2}{GM} \quad [2.11]$$

es el cociente entre las fuerzas centrífuga y gravitacional sobre la esfera en el ecuador ($\phi = 0$), parámetro de gran importancia al estudiar el campo de la gravedad, como se verá más adelante.

El vector de la gravedad $\boldsymbol{g}$ puede deducirse ahora como el gradiente del potencial U. En gravimetría es costumbre utilizar el signo positivo del gradiente y definir el potencial también con signo positivo [2.9]. En coordenadas esféricas el gradiente viene dado por:

$$(g_r, g_\theta, g_\lambda) = \left(\frac{\partial U}{\partial r}, \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial \theta}, \frac{1}{r \text{ sen } \theta}\frac{\partial U}{\partial \lambda}\right) \quad [2.12]$$

El resultado es el mismo que la expresión [2.8]. En términos del parámetro m los componentes $(g_r, g_\theta, g_\lambda)$ son:

$$g_r = -\frac{GM}{a^2}\left[\left(\frac{a}{r}\right)^2 - m\frac{r}{a}\cos^2 \phi\right] \quad [2.13]$$

$$g_\theta = \frac{GM}{a^2} m \frac{r}{a} \cos \phi \text{ sen } \phi \quad ; \quad g_\lambda = 0 \quad [2.14]$$

El vector $\boldsymbol{g}$ tiene componentes g_r y g_θ, por lo que no coincide con la dirección radial (Fig. 2.4).

En el sistema SI la gravedad viene dada en ms^{-2}. En el sistema cgs la unidad utilizada en Gravimetría es el gal (1 gal = 1 cms^{-2}, en honor a Galileo). Para las anomalías gravimétricas se utilizan submúltiplos de estas unidades SI μms^{-2} (en Prospección se denomina ug, unidad gravimétrica) y en cgs, mgal; su correspondencia es:

$$1 \text{ mgal} = 10\ \mu\text{ms}^{-2} = 10 \text{ ug}$$

A la aproximación de la figura de la Tierra por una esfera de radio a, la llamaremos aproximación de orden cero. Es importante hacer notar que en este caso la superficie de la Tierra esférica no coincide con una superficie equipotencial de U. En efecto, tomemos el valor del potencial en el polo ($\phi = 90°$):

$$U_0 = \frac{GM}{a} \qquad [2.15]$$

Sustituyendo este valor en la expresión [2.10] para el potencial y despejando r nos queda:

$$r = a\left(1 + \frac{m}{2}\cos^2\phi\right) \qquad [2.16]$$

que representa un elipsoide de revolución de aplanamiento $m/2$ referido al eje polar (semieje menor). La superficie equipotencial tiene semieje polar a y ecuatorial $a(1 + m/2)$. Esta ecuación no debe confundirse con la [2.44], que viene referida al eje ecuatorial (semieje mayor).

Si se sustituyen en las ecuaciones [2.13] y [2.14] los siguientes valores:

a = 6.371 km (radio de la esfera de igual volumen)
$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m³/kg s²
$M = 5{,}976 \times 10^{24}$ kg
$\omega = 1/24$ h^{-1} $= 7{,}292 \times 10^{-5}$ s^{-1}

el valor para m es:

$$m = 3{,}45 \times 10^{-3}$$

y para g_r y g_θ se obtienen, salvo el signo, los valores siguientes en ms^{-2}:

θ = 0° (polos):	g_r = 9,820 24	g_θ = 0
θ = 45°	g_r = 9,803 40	g_θ = 0,016 84
θ = 90° (ecuador):	g_r = 9,785 55	g_θ = 0

En estos valores se puede apreciar que la rotación hace que la gravedad sea menor en el ecuador que en los polos, y que para latitudes intermedias su componente tangencial no sea nulo, aunque su valor máximo sea sólo de aproximadamente un 2 por 1.000 del total.

Si comparamos estos valores con los observados, por ejemplo, para los polos y el ecuador, se ve que hay una cierta diferencia.

Valores observados de la gravedad:

θ = 0° (polos):	g_r = 9,832 21 ms^{-2}
θ = 90° (ecuador):	g_r = 9,780 49 ms^{-2}

Con respecto a los valores calculados para la Tierra esférica, los valores observados son mayores en el polo y menores en el ecuador. Esta diferencia se explica por el hecho de que la Tierra está achatada en los polos y ensanchada en el ecuador. En consecuencia, el radio polar es menor que el que se ha tomado para la esfera (radio de la esfera de igual volumen) y el ecuatorial mayor, con el consiguiente efecto para la atracción gravitacional.

2.4. Potencial de la gravedad

Históricamente, la primera sospecha sobre la desviación de la forma de la Tierra de la esfera se basa en las consideraciones teóricas de Newton y Huyghens, sobre el efecto combinado de la fuerza gravitacional y centrífuga, sobre una masa líquida que predecían que la Tierra debía tener una forma achatada por los polos.

Sin embargo, las primeras medidas modernas de la longitud de arcos de meridianos parecían indicar lo contrario, es decir, una figura alargada por los polos. Estas medidas fueron hechas, en primer lugar, por J. Fresnel, en 1525, de París a Amiens, y fueron más tarde continuadas hasta Perpignan a lo largo del meridiano 3°E por Picard y Cassini en 1672. Otras medidas pioneras son las realizadas por Snell en 1615, en Holanda, en las que usó por primera vez el método de triangulación. La controversia sobre la figura de la Tierra no se resolvió hasta que se llevaron a cabo nuevas medidas en regiones cercanas al polo y al ecuador, organizadas por la Academia de Ciencias de Francia. Las expediciones tuvieron lugar entre 1735 y 1743 en Laponia, bajo la dirección de Maupertuis y Clairaut, y en Perú, bajo la de Bouguer y La Condomine. En esta última expedición participaron los españoles Jorge Juan y Antonio de Ulloa. Estas medidas confirmaron el achatamiento de los polos y obtuvieron para el aplanamiento de la Tierra un valor de 1/266.

Consideremos ahora el problema del potencial de la Tierra sin asignarle una forma determinada.

Si la Tierra tiene una masa M y su potencial gravitatorio es V, el potencial de la gravedad U está formado por la suma de este potencial y el de la fuerza centrífuga Φ:

$$U = V + \Phi = V + \frac{1}{2}\,\omega^2 r^2 \operatorname{sen}^2\theta \qquad [2.17]$$

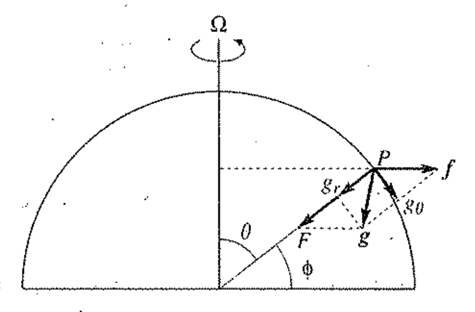


FIGURA 2.4. Componentes g_r y g_θ del vector gravedad g para una Tierra esférica en rotación. El vector f de la fuerza centrífuga está exagerado.

Para puntos exteriores a la Tierra se cumple la ecuación de Laplace para V, pero no para Φ:

$$\nabla^2 V = 0 \qquad [2.18]$$

$$\nabla^2 \Phi = 2\omega^2 \qquad [2.19]$$

Si suponemos que el potencial V tiene simetría con respecto al eje de rotación de la Tierra, es decir, es sólo función de r y θ, la ecuación de Laplace, en coordenadas esféricas, es:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \operatorname{sen}\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\operatorname{sen}\theta\frac{\partial V}{\partial \theta}\right) = 0 \qquad [2.20]$$

Por el método de separación de variables (Apéndice 3), esta ecuación tiene soluciones del tipo:

$$V = (r^n, r^{-n-1})(A_n P_n(\cos\theta) + B_n Q_n(\cos\theta)) \qquad [2.21]$$

donde P_n y Q_n son los polinomios de Legendre de primera y segunda clase. Una de las condiciones que ha de satisfacer el potencial V, en el exterior es $\lim_{r\to\infty} V = 0$ y, por tanto, en la solución sólo entrarán potencias negativas de r. Los polinomios de segunda clase también son eliminados, al no estar acotados para los valores extremos del $\cos\theta$. Finalmente, se puede expresar la solución para el potencial V como una suma, en la forma:

$$V(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n\left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} P_n(\cos\theta) \qquad [2.22]$$

en la que se ha introducido a, el radio ecuatorial de la Tierra a efectos de normalización. Aplicando la condición de que $\lim_{r\to\infty} (Vr) = GM$, se deduce que $A_0 = GM/a$ y sustituyendo en [2.22], obtenemos después de sacar GM/a factor común:

$$V = \frac{GM}{a}\sum_{n=0}^{\infty} J_n\left(\frac{a}{r}\right)^{n} P_n(\cos\theta) \qquad [2.23]$$

siendo las constantes $J_n = \dfrac{aA_n}{GM}$ y $J_0 = 1$.

Separando el primer sumando, la ecuación queda en la forma:

$$V = \frac{GM}{a}\left[\frac{a}{r} + \sum_{n=1}^{\infty} J_n\left(\frac{a}{r}\right)^{n} P_n(\cos\theta)\right] \qquad [2.24]$$

La ecuación [2.24] nos da una expresión para el potencial gravitatorio de la Tierra

con un desarrollo en polinomios de Legendre de primera clase, con coeficientes J_n. De esta forma, el potencial total de la gravedad viene dado por:

$$U = \frac{GM}{a}\left[\frac{a}{r} + \sum_{n=1}^{\infty} J_n\left(\frac{a}{r}\right)^{n} P_n(\cos\theta) + \frac{m}{2}\left(\frac{r}{a}\right)^2 \operatorname{sen}^2\theta\right] \qquad [2.25]$$

Como puede verse, el primer término corresponde a la atracción debida a la masa M concentrada en el centro de la Tierra (potencial de una esfera). Para valores grandes de r este término es el dominante.

2.5. Interpretación física de los coeficientes del desarrollo. Aproximación de primer orden

Consideremos ahora el problema desde el punto de vista físico de la atracción gravitatoria, a la que está sometida una masa unidad situada en un punto P en el exterior de la Tierra, cuando ésta no tiene forma esférica. El problema de la atracción de la Tierra, aproximada por un elipsoide a un punto externo, lo trató en primer lugar Maclaurin (1698-1746). Este problema no se resolvería completamente hasta la introducción de la idea del potencial por Lagrange en 1773 y su desarrollo por Laplace, que en 1784 estableció la ecuación que lleva su nombre para puntos fuera de masa. Más tarde, Poisson, en 1813, propondría la expresión para puntos de masa.

Consideremos la Tierra formada por una masa M, contenida dentro de un volumen V, situando el centro de coordenadas en su centro de masa y el eje x_3 en la dirección de su eje de rotación. El potencial V en un punto P fuera de la Tierra vendrá dado por la integral sobre la masa total del potencial creado por cada diferencial dM. En el problema suponemos simetría con respecto a λ:

$$V(r,\theta) = \int_M \frac{G\,dM}{q} \qquad [2.26]$$

donde q es la distancia de cada diferencial dM al punto P y puede expresarse por:

$$q^2 = r^2 + s^2 - 2rs\cos\psi \qquad [2.27]$$

donde r es la distancia del origen al punto P, s del origen a cada elemento dM y ψ el ángulo entre las direcciones de r y s (Fig. 2.5).

Sustituyendo este valor en la ecuación [2.26], nos queda para el potencial la expresión:

$$V = G\int_M \frac{dM}{r\left(1 + \dfrac{s^2}{r^2} - 2\dfrac{s}{r}\cos\psi\right)^{1/2}} \qquad [2.28]$$

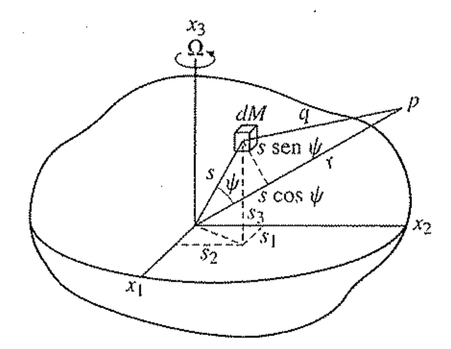


FIGURA 2.5. Atracción de un elemento de masa dM, correspondiente a un cuerpo de forma arbitraria, sobre un punto exterior p.

Precisamente la expresión [2.27], para $1/q$, corresponde a una de las funciones generatrices de los polinomios de Legendre (armónicos zonales) (Apéndice 3) y puede expresarse en la forma:

$$\left(1 + \frac{s^2}{r^2} - \frac{2s}{r}\cos\psi\right)^{-1/2} = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{s}{r}\right)^n P_n(\cos\psi) \qquad [2.29]$$

Sustituyendo los tres primeros términos del desarrollo en polinomios de Legendre en la ecuación [2.28] obtenemos:

$$V(r,\theta) = \frac{G}{r}\int_M dM + \frac{G}{r}\int_M \frac{s}{r}\cos\psi\, dM + \frac{G}{2r}\int_M \left(\frac{s}{r}\right)^2 (3\cos^2\psi - 1)\, dM \qquad [2.30]$$

El primer término es el potencial de toda la masa concentrada en el origen (GM/r). Como el origen está en el centro de masa, el segundo término representa la suma de todos los momentos de los elementos de masa con respecto a un eje que pasa por dicho centro, que es cero. El tercer término de [2.30] puede descomponerse en la forma:

$$\frac{G}{r^3}\int_M s^2\, dM - \frac{3G}{2r^3}\int_M s^2 \operatorname{sen}^2\psi\, dM \qquad [2.31]$$

Poniendo $s^2 = 1/2\,[(s_2^2 + s_3^2) + (s_3^2 + s_1^2) + (s_1^2 + s_2^2)]$, la primera integral de [2.31] representa la suma de los momentos de inercia con respecto a los ejes x_1, x_2 y x_3, a los que llamaremos A, B y C, mientras que la segunda es el momento de inercia I, alrededor del eje $\overline{OP}$. Por tanto, el potencial V resulta:

$$V = \frac{GM}{r} + \frac{G}{2r^3}(A + B + C - 3I) \qquad [2.32]$$

Si ahora se impone la condición de simetría respecto al eje x_3, tendremos $A = B$ y si los cosenos directores del eje $\overline{OP}$ son (l, m, n), podemos expresar I en función de los momentos de inercia A, B y C utilizando la relación:

$$I = Al^2 + Bm^2 + Cn^2 = A(l^2 + m^2) + Cn^2 \qquad [2.33]$$

Poniendo:

$$n = \cos\theta = \operatorname{sen}\phi$$

y

$$l^2 + m^2 = 1 - n^2 = \cos^2\phi$$

resulta:

$$A + B + C - 3I = -(C - A)(3\operatorname{sen}^2\phi - 1) \qquad [2.34]$$

Sustituyendo en [2.32], se obtiene finalmente para V:

$$V = \frac{GM}{r} - \frac{1}{2}\frac{G}{r^3}(C - A)(3\operatorname{sen}^2\phi - 1) \qquad [2.35]$$

Esta es la expresión del potencial gravitatorio de la Tierra, en aproximación hasta términos en r^{-3}, en función de la masa total M y los momentos de inercia C respecto al eje de rotación, y A a un eje ecuatorial.

Como el desarrollo de V en potencias de r debe ser único, de la comparación de la expresión [2.35] con los tres primeros términos de la expresión [2.24], cambiando el signo a J_2, se obtiene:

$$J_1 = 0 \;;\; J_2 = \frac{C - A}{a^2 M} \qquad [2.36]$$

El coeficiente J_2, llamado *factor de forma dinámica* de la Tierra, es una de las constantes fundamentales en Geodesia y Astronomía.

Si en la ecuación [2.35] añadimos el potencial debido a la fuerza centrífuga, obtenemos para el potencial de la gravedad:

$$U = \frac{GM}{r} - \frac{1}{2}\frac{G}{r^3}(C - A)(3\operatorname{sen}^2\phi - 1) + \frac{1}{2}r^2\omega^2\cos^2\phi \qquad [2.37]$$

Sacando factor común GM/a y sustituyendo J_2 resulta:

$$U = \frac{GM}{a}\left[\frac{a}{r} - \frac{J_2}{2}\left(\frac{a}{r}\right)^3(3\operatorname{sen}^2\phi - 1) + \frac{m}{2}\left(\frac{r}{a}\right)^2\cos^2\phi\right] \qquad [2.38]$$

donde m es ahora el cociente entre la fuerza centrífuga y gravitacional en el ecuador:

$$m = \frac{a^3\omega^2}{GM} \qquad [2.39]$$

La ecuación [2.37], conocida como la fórmula de Mac Cullagh (1809-1847), expresa el potencial de la gravedad en función de la masa y momentos de inercia de la Tierra. Esta fórmula se llama de aproximación de primer orden y, como veremos más adelante, representa el potencial de un elipsoide de revolución de momentos de inercia C y A. Si $C = A$, la ecuación [2.37] se reduce a la de la Tierra esférica. La ecuación [2.38] expresa el mismo potencial en términos del factor dinámico de forma J_2 y el coeficiente m.

2.6. Forma de la Tierra

Como la Tierra no es totalmente rígida, podemos suponer que la forma de su superficie exterior, exceptuando la topografía, se ha adaptado a las fuerzas que actúan sobre ella y se puede aproximar por la de una superficie equipotencial, W = cte, donde W es el potencial real de la Tierra. Este potencial puede aproximarse por el potencial deducido en [2.38] de forma analítica, si se tienen en cuenta las hipótesis que se han hecho. En la deducción de U hemos supuesto independencia con respecto a λ, y una aproximación hasta r^{-3}, en el desarrollo en potencias del inverso de la distancia. Bajo estas condiciones, la forma de una superficie equipotencial que coincida con el valor del potencial real en la superficie libre del mar es $U = U_0$, donde U vendrá dada por la ecuación [2.38]. En esta ecuación se puede despejar r, que ahora es el radio vector desde el centro a la superficie $U = U_0$, resultando:

$$r = \frac{GM}{U_0}\left[1 - \frac{J_2}{2}\left(\frac{a}{r}\right)^2 (3 \operatorname{sen}^2\phi - 1) + \frac{m}{2}\left(\frac{r}{a}\right)^3 \cos^2\phi\right] \qquad [2.40]$$

Haciendo una nueva aproximación, se sustituye $r = a$ en el interior del paréntesis de la ecuación [2.40], resultando:

$$r = \frac{GM}{U_0}\left[1 + \frac{J_2}{2} + \frac{1}{2}m - \left(\frac{3}{2}J_2 + \frac{m}{2}\right)\operatorname{sen}^2\phi\right] \qquad [2.41]$$

Pero según la ecuación [2.38], para un punto en el ecuador donde $r = a$, y $\phi = 0°$, el potencial U_0 es:

$$U_e = U_0 = \frac{GM}{a}\left[1 + \frac{J_2}{2} + \frac{m}{2}\right] \qquad [2.42]$$

que sustituido en la ecuación [2.41] resulta:

$$r = a\left[1 - \left(\frac{3}{2}J_2 + \frac{m}{2}\right)\operatorname{sen}^2\phi\right] \qquad [2.43]$$

En esta expresión se han despreciado los términos de segundo orden de J_2 y m. Si consideramos un elipsoide de revolución de semiejes a y c, el aplanamiento viene definido por $\alpha = (a - c)/a$. El radio vector de dicho elipsoide en aproximación de primer orden es:

$$r = a(1 - \alpha \operatorname{sen}^2\phi) \qquad [2.44]$$

De la comparación de [2.43] y [2.44] podemos deducir que la superficie de la Tierra, bajo las hipótesis supuestas y para una aproximación de primer orden, representa un elipsoide de revolución de aplanamiento:

$$\alpha = \frac{3}{2}J_2 + \frac{m}{2} \qquad [2.45]$$

Esta relación puede obtenerse también despejando $(a - c)/a$ en la ecuación que resulta al sustituir en [2.38] los valores de $r = c$ para el polo, y $r = a$ para el ecuador, e igualar expresiones.

Si se introduce una nueva constante, denominada *elipticidad dinámica*, definida como el cociente de los momentos de inercia:

$$H = \frac{C - A}{C} \qquad [2.46]$$

sustituyendo en la expresión [2.36] se obtiene para el valor del coeficiente J_2:

$$J_2 = \frac{HC}{a^2M} \qquad [2.47]$$

Sustituyendo este valor en la expresión [2.45], resulta:

$$\frac{2}{3}\alpha - \frac{1}{3}m = \frac{HC}{a^2M} \qquad [2.48]$$

Esta ecuación relaciona los parámetros α, m, H, C, a y M, todos ellos con un sentido físico perfectamente determinado. De ellos, m α y H son constantes adimensionales y del mismo orden de magnitud; los dos últimos dependen sólo de la forma de la Tierra y el primero de su campo gravitacional y rotación.

Así pues, puede concluirse que la forma de la Tierra es, en una aproximación de primer orden, la de un elipsoide de revolución. Por tanto, se podría haber procedido también determinando el potencial de un elipsoide de semiejes a y c. La distancia entre las superficies esférica y elipsódica para la Tierra es de unos 15 km. Las diferencias entre la superficie equipotencial real de la Tierra y la del elipsoide no son mayores de 100 m. El buen ajuste que representa el elipsoide se refleja en los valores de los coeficientes J_n que para J_2 es del orden de 10^{-3} y para $n > 2$, del orden de 10^{-6}, o menores. De éstos, J_3 representa la falta de simetría con respecto al plano ecuatorial. Las desviaciones introducidas por J_3 con respecto al elipsoide son del orden de 20 m (Fig. 2.7).

2.6.1. *Latitud geodésica*

Una vez definido un elipsoide como figura de referencia para aproximar la de la Tierra, podemos definir la latitud geodésica ϕ_d como el ángulo que forma la normal al elipsoide en un punto y el plano ecuatorial. De acuerdo con la figura 2.6, la latitud geocéntrica viene dada por:

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{z}{x} \qquad [2.49]$$

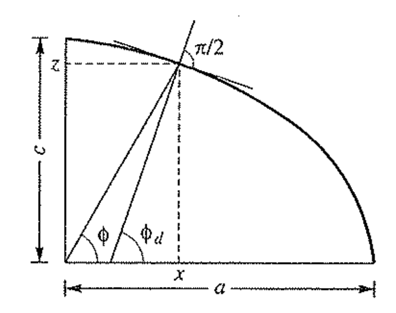


FIGURA 2.6. Latitud geocéntrica ϕ y geodésica ϕ_d de un punto sobre la superficie del elipsoide.

La relación entre la latitud geocéntrica y la geodésica puede deducirse fácilmente. Consideremos la sección del elipsoide en el plano (x, z); la ecuación de una elipse de aplanamiento α y semiejes a y c es:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \qquad [2.50]$$

Como la latitud geodésica ϕ_d está medida entre la normal a la superficie del elipsoide y el plano ecuatorial:

$$\operatorname{tg} \phi_d = -\frac{dx}{dz} \qquad [2.51]$$

Derivando en [2.50]:

$$\frac{dx}{dz} = -\frac{a^2}{c^2}\frac{z}{x} \qquad [2.52]$$

y sustituyendo la latitud geocéntrica se obtiene:

$$\operatorname{tg} \phi_d = \frac{a^2}{c^2} \operatorname{tg} \phi = \frac{1}{(1-\alpha)^2} \operatorname{tg} \phi \qquad [2.53]$$

expresión que relaciona ambas latitudes.

2.7. Aceleración de la gravedad. Fórmula de Clairaut de primer orden

Hemos visto la aproximación de primer orden, tanto para el potencial de la gravedad de la Tierra como para la forma de su superficie. Veamos ahora una aproximación semejante para la aceleración de la gravedad.

Según se ha visto anteriormente, la gravedad en un punto P viene dada por el gradiente del potencial en dicho punto:

$$\mathbf{g} = \nabla W \qquad [2.54]$$

En esta ecuación $\mathbf{g}$ es el vector de la gravedad observado en el punto P y W el potencial real de la Tierra. Si sustituimos W por U, tendremos una aproximación γ al valor de $\mathbf{g}$ de primer orden:

$$\gamma = \nabla U \qquad [2.55]$$

Se llama γ al vector de gravedad normal, y U el potencial del campo normal de la gravedad en el orden de aproximación que se desee. Si U viene dado por la ecuación [2.38], tendremos el campo normal de la aproximación de primer orden.

Para las aproximaciones en las que U no depende de λ, considerando que $\partial U/\partial r \gg \partial U/\partial \theta$ podemos, en una nueva aproximación, hacer:

$$\gamma = \gamma_r = \frac{\partial U}{\partial r} \qquad [2.56]$$

Tomando para U el valor dado en la ecuación [2.38] y derivando con respecto a r, se obtiene:

$$\gamma = -\frac{GM}{a^2}\left[\left(\frac{a}{r}\right)^2 + \frac{3}{2}J_2\left(\frac{a}{r}\right)^4(3\operatorname{sen}^2\phi - 1) - m\left(\frac{a}{r}\right)\cos^2\phi\right] \qquad [2.57]$$

Para puntos de la superficie del elipsoide en los que $r = a(1 - \alpha \operatorname{sen}^2\phi)$, la ecuación [2.57] toma la forma:

$$\gamma = -\frac{GM}{a^2}\left[(1-\alpha\operatorname{sen}^2\phi)^{-2} - \frac{3}{2}J_2(3\operatorname{sen}^2\phi - 1)(1-\alpha\operatorname{sen}^2\phi)^{-4} - m(1-\operatorname{sen}^2\phi)(1-\alpha\operatorname{sen}^2\phi)\right] \qquad [2.58]$$

Para puntos en el ecuador, a partir de [2.57], obtenemos:

$$\gamma_e = -\frac{GM}{a^2}\left[1 + \frac{3}{2}J_2 - m\right] \tag{2.59}$$

$$\frac{GM}{a^2} = -\frac{\gamma_e}{1 + \frac{3}{2}J_2 - m} \tag{2.60}$$

Sustituyendo este valor en [2.58] y tomando términos de primer orden resulta:

$$\gamma = \gamma_e\left[1 + \left(2\alpha + m - \frac{9}{2}J_2\right)\text{sen}^2\ \phi\right] \tag{2.61}$$

Esta expresión da el valor de la gravedad normal en aproximación de primer orden, en un punto de la superficie del elipsoide, en función de su valor en el ecuador.
Análogamente a [2.44], podemos escribir la expresión de la gravedad γ:

$$\gamma = \gamma_e\left[1 + \beta\,\text{sen}^2\ \phi\right] \tag{2.62}$$

donde:

$$\beta = \frac{\gamma_p - \gamma_e}{\gamma_e} \tag{2.63}$$

se denomina elipticidad de la gravedad. Comparando las expresiones [2.61] y [2.62] podemos deducir:

$$\beta = 2\alpha + m - \frac{9}{2}J_2 \tag{2.64}$$

Eliminando J_2 con la expresión [2.45], resulta:

$$\alpha + \beta = \frac{5}{2}m \tag{2.65}$$

Las exprexiones [2.64] y [2.65] se conocen como la fórmula de Clairaut (1713-1765), quien observó la variación de la gravedad, de un lugar a otro, estudiando los cambios en el periodo de un péndulo. Estas variaciones fueron observadas en primer lugar por G. Richer, en 1671, en la Guayana francesa. En especial la ecuación [2.65] tiene gran importancia, pues relaciona β y m que son constantes dinámicas del campo gravitatorio de la Tierra, y su rotación, con α que es una constante de su forma geométrica. Se puede obtener, por tanto, el aplanamiento de la Tierra a partir de medidas de la gravedad. La expresión [2.64] puede también deducirse de forma directa, tomando los valores de γ para el polo y el ecuador de la ecuación [2.57] y sustituyendo en la expresión [2.63].

2.8. Aproximaciones de orden superior y figuras triaxiales

Resumiendo los apartados anteriores, podemos decir que tanto el potencial de la gravedad de la Tierra, como su gradiente, la aceleración de la gravedad, se pueden aproximar con expresiones analíticas de distinta precisión.
Aproximación de orden cero (esfera):

$$U^{(0)} = \frac{GM}{a}\left[\frac{a}{r} + \frac{m}{2}\left(\frac{r}{a}\right)^2 \cos^2\ \phi\right] \tag{2.66}$$

$$\gamma^{(0)} = \gamma_e^{0}(1 + m\,\text{sen}^2\ \phi) \tag{2.67}$$

$$\gamma_e^{(0)} = -\frac{GM}{a^2}(1 - m) \tag{2.68}$$

Aproximación de primer orden (elipsoide):

$$U^{(1)} = \frac{GM}{a}\left[\frac{a}{r} - \frac{J_2}{2}\left(\frac{a}{r}\right)^3 (3\,\text{sen}^2\ \phi - 1) + \frac{m}{2}\left(\frac{r}{a}\right)^2 \cos^2\ \phi\right] \tag{2.69}$$

$$\gamma^{(1)} = \gamma_e^{(1)}\left[1 + \left(\frac{5}{2}m - \alpha\right)\text{sen}^2\ \phi\right] \tag{2.70}$$

$$\gamma_e^{(1)} = -\frac{GM}{a^2}\left(1 + \frac{3}{2}J_2 - m\right) \tag{2.71}$$

En la aproximación de orden cero, aunque se considere la superficie de la Tierra como esférica, como ya se ha dicho, la de una superficie equipotencial es un elipsoide de aplanamiento $\alpha = m/2$. En la aproximación de primer orden, se mantiene la independencia respecto a la longitud λ y se considera sólo el primer orden en α y m. En este caso, la superficie equipotencial es un elipsoide de aplanamiento $\alpha = 3/2\ J_2 + m/2$.

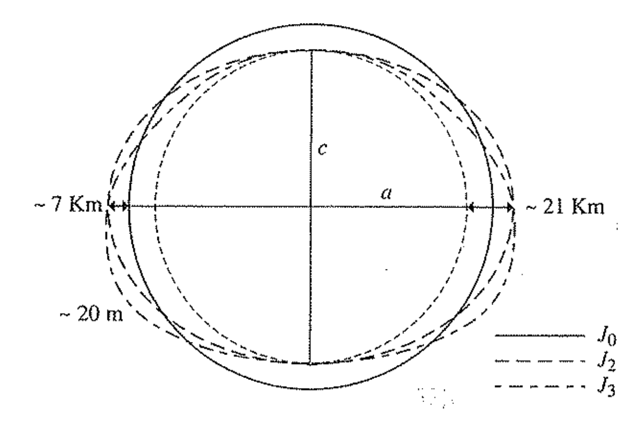


FIGURA 2.7. Aproximación de la forma de la Tierra mediante suma de los términos del desarrollo en esféricos armónicos: J_0 esfera, J_2 elipsoide, J_3 armónico sin simetría respecto al plano ecuatorial.

Considerando un término más en el desarrollo en polinomios de Legendre, aparecen los términos de segundo orden de α y m, resultando para el valor de la gravedad:

$$\gamma^{(2)} = \gamma_e^{(2)}\left[1 + \left(\frac{5}{2} m - \alpha - \frac{17}{4}\alpha m\right)\operatorname{sen}^2 \phi - \frac{1}{8}\alpha(\alpha - 5m)\operatorname{sen}^2 2\phi\right] \quad [2.72]$$

$$\gamma_e^{(2)} = -\frac{GM}{a^2}\left[1 + \alpha - \frac{3}{2} m + \frac{9}{4} m^2 + \alpha\left(\alpha - \frac{27}{14} m\right)\right] \quad [2.73]$$

Si consideramos la dependencia de λ del potencial, la superficie equipotencial de la Tierra se aproxima por un esferoide triaxial. Aproximaciones de esta figura han sido presentadas por Bruns y Helmert. En este caso, en lugar de los armónicos zonales, se utilizan los armónicos esféricos de superficie $Y_n^m(\theta, \lambda)$ y el desarrollo de potencial se puede expresar en la forma:

$$U = \frac{GM}{a}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} Y_n^m(\theta, \lambda) + \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \cos\phi \quad [2.74]$$

$$Y_n^m = (C_{nm}\cos m\lambda + S_{nm}\operatorname{sen} m\lambda)P_n^m(\cos\theta) \quad [2.75]$$

donde P_n^m son las funciones asociadas de Legendre (Apéndice 3).

2.9. Elipsoides de referencia y fórmulas de la gravedad

La aproximación de primer orden de la forma de la Tierra a un elipsoide de revolución es de gran importancia en Geodesia. Esta figura viene definida por su semieje mayor o radio ecuatorial y el aplanamiento. La primera medida del valor del aplanamiento se hizo a partir de las observaciones llevadas a cabo en las expediciones del siglo XVII, resultando de acuerdo con los cálculos de Jorge Juan en 1748 los valores de:

$$\alpha = 1/266$$
$$a = 6.390.676 \text{ m}$$

Entre los primeros valores modernos, obtenidos para los parámetros del elipsoide terrestre, se encuentran los de Everest en 1830 y Bessel en 1840:

Everest: $a = 6.377.299$ m, $\alpha = 1/300{,}8$

Bessel: $a = 6.377.299$ m, $\alpha = 1/299{,}15$

Valores importantes son los obtenidos por Hayford en 1909 y que fueron adoptados en 1924 en la Asamblea de la Asociación Internacional de Geodesia (IAG), celebrada en Madrid, para el Elipsoide Internacional de Referencia:

$$a = 6.378.388 \text{ m}$$
$$\alpha = 1/297$$

En 1964, estos valores fueron modificados y adoptados por la IAG en 1967, con el nombre de Elipsoide de Referencia 1967:

$$a = 6.378.160 \text{ m}$$
$$\alpha = 1/298,247$$

Este elipsoide de referencia tiene además los valores:

$$GM = 3{,}986\,03 \times 10^{14} \text{ m}^3\text{ s}^{-2}$$
$$J_2 = 1{,}082\,7 \times 10^{-3}$$

adoptados por la IUA (International Union of Astronomy) en 1964.

Valores de otras constantes de este modelo de la Tierra son:

$$c = 6.356.775 \text{ m}$$
$$A = 8{,}048 \times 10^{37} \text{ kg m}^2$$
$$C = 8{,}068 \times 10^{37} \text{ kg m}^2$$
$$M = 5{,}976 \times 10^{24} \text{ kg}$$
$$H = 1/305{,}51 = 3{,}273\,2 \times 10^{-3}$$
$$m = 3{,}467\,8 \times 10^{-3}$$
$$\beta = 5{,}288\,4 \times 10^{-3}$$

En 1983, la IAG en la XVIII Asamblea General de la IUGG (Hamburgo) estableció el Sistema Geodésico de Referencia 1980 con los siguientes valores:

$$GM = 3{,}986\,005 \times 10^{14} \text{ m}^3\text{ s}^{-2}$$
$$a = 6.378\,137 \text{ m}$$
$$\omega = 7{,}292\,115 \times 10^{-15} \text{ s}^{-1}$$
$$\alpha = 1/298\,257$$
$$J_2 = 1{,}082\,63 \times 10^{-3}$$

Correspondiendo a los valores de los elipsoides de referencia, se han deducido fórmulas estándar de la gravedad normal al nivel del mar, en función de la latitud. La expresión que corresponde al Elipsoide de Referencia 1967, y que fue adoptada en la misma Asamblea de la IAG, se conoce como Fórmula de la Gravedad 1967:

$$\gamma = 9{,}78032(1 + 0{,}0053025 \operatorname{sen}^2\theta - 0{,}0000058 \operatorname{sen}^2 2\theta) \text{ ms}^{-2}$$

Esta fórmula está basada en el valor de $g = 9{,}812\ 603\ \text{ms}^{-2}$ para Potsdam. El dato de Potsdam es un valor de referencia para todas las medidas de la gravedad y se refiere al valor absoluto de la gravedad en la ciudad de Potsdam, Alemania. El término en $\text{sen}^2\, 2\phi$ corresponde a la corrección de segundo orden al elipsoide.

La fórmula de la gravedad correspondiente al Sistema Geodésico de Referencia 1980 con una exactitud de 1 $\mu\text{m s}^{-2}$ es:

$$\gamma = 9{,}780\ 327(1 + 0{,}005\ 302\ 4\ \text{sen}^2\ \phi - 0{,}000\ 0058\ \text{sen}^2\ 2\phi)$$

2.10. Bibliografía

El problema de la figura de la Tierra y campo de gravedad, tratado de forma elemental hasta la aproximación de primer orden, se encuentra con suficiente extensión en los textos generales de Geofísica como GARL, cap. 11, y STAC, caps. 2 y 3. Un tratamiento más extenso, con información de los métodos geométricos, espaciales y resultados recientes es el presentado por Kovalevsky en COUL, cap. 16. Officer desarrolla el potencial de la gravedad como la atracción de un elipsoide con términos de segundo orden en OFFI, cap. 8. En JEFF, cap. 4, se encuentra la teoría con términos de segundo orden.

Más información y desarrollos más completos se encuentran en las obras específicas de Geodesia Física y Gravimétrica, de las que mencionamos las más importantes y los capítulos pertinentes.

BOMFORD, G. (1971): *Geodesy*, Oxford Univ. Press, cap. 7.
BULLEN, K. E. (1975): *The Earth's density*, Chapman and Hall, Londres, caps. 1, 4 y 5.
CAPUTO, M. (1967): *The gravity field of the Earth*, Academic Press, Nueva York, caps. 1 y 2.
DRAGOMIR, V.; GHITAU, D.; MIHAILESCU, M., y ROTARU, M. (1982): *Theory of the Earth's shape*, Elsevier, Amsterdam, cap. 8.
GARLAND, G. D. (1965): *The Earth's shape and gravity*, Pergamon Press, Londres, caps. 1-3.
GROTEN, E. (1980): *Geodesy and the Earth's Gravity Field. I, Principles and Conventional Methods. II, Geodynamics and Advance Methods*, F. Dümmler, Bonn.
HEISKANEN, W. A., y MEISNESZ (1958): *The Earth and its gravity field*, McGraw-Hill, Nueva York, cap. 3.
HEISKANEN, W. A., y MORITZ, H. (1967): *Physical Geodesy*, Freeman, San Francisco. Trad. española (1985): *Geodesia Física*, Inst. Geog. Nac. e Inst. de Astr. y Geod., Madrid, cap. 3.
LAMBECK, K. (1988): *Geophysical Geodesy. The Slow Deformations of the Earth*, Clarendon Press, Oxford.
LEVALLOIS, J. J. (1970): *Géodésie générale*, vol. 3, Le champ de la pesanteur, Eyrolles, París, caps. 8 y 9.
PICK, M.; PICHA, J., y VYSKOCIL, V. (1973): *Theory of the Earth's gravity field*, Elsevier, Amsterdam, caps. 2 y 3.
TORGE, W. (1980[1], 1991[2]): *Geodesy*, W. Gruyter, Berlín. Trad. española (1983): *Geodesia*, Ed. Diana, México.
TORGE, W. (1989): *Gravimetry*, W. Gruyter, Berlín.
VANICÉK, P., y KRAKIWSKY, E. (1986): *Geodesy: The Concepts*, North Holland, Amsterdam.

Donde fueron menester
montes y valles profundos habrá valles, habrá montes,
y ríos, sagaz y astuto llevaré por sus conductos
brazos de mar desatados que corran por varios rumbos.

CALDERÓN DE LA BARCA, *El gran teatro del mundo.*

3.1. Concepto de altitud. El geoide

En el capítulo anterior se ha presentado el problema del cálculo del potencial de la gravedad para diversos modelos de aproximación a la Tierra. El problema inverso, es decir, a partir de las observaciones gravimétricas sobre la superficie, averiguar la forma de la Tierra y propiedades de su constitución interna es uno de los más importantes en gravimetría. Para este problema es necesario muchas veces reducir dichas observaciones a ciertas superficies equipotenciales de referencia, problema relacionado con el concepto de altitud.

La posición de un punto sobre la superficie del nivel del mar de la Tierra viene definida por sus dos coordenadas ϕ y λ. Cuando dicho punto está desplazado de esta superficie, necesitamos una coordenada más, que nos dé diferencias de altitudes, es decir, de distancias a lo largo de la coordenada r. Estas diferencias de altitud se miden a partir de una superficie de referencia.

En el capítulo anterior se han definido dos superficies equipotenciales de referencia que corresponden a W = cte y U = cte. La primera de estas superficies, que se supone coincide con el nivel del mar, recibe el nombre de *geoide*. Esta superficie, si eliminamos todas las masas por encima de ella, representa la forma real de la Tierra. Fuera del mar, la superficie del geoide se prolonga en el interior de los continentes. La segunda de estas superficies, si tomamos la constante de igual valor a la del potencial real de la Tierra al nivel del mar, recibe el nombre de elipsoide o esferoide de referencia, dependiendo de la fórmula que se tome para el potencial U. Aunque para U se puede utilizar cualquier tipo de aproximación, de aquí en adelante nos referiremos en concreto a la correspondiente a un elipsoide.

Si consideramos estas dos superficies de referencia como el nivel cero, se puede definir la altitud de un punto como la distancia desde ese punto a cada una de estas superficies, medida a lo largo de sus normales. Así, la altitud del punto P sobre el geoide será h y sobre el elipsoide h' (Fig. 3.1).

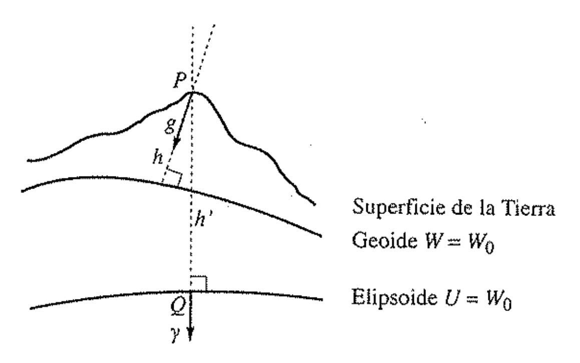


FIGURA 3.1. Esquema de la superficie libre de la Tierra, del geoide y del elipsoide. En el punto P se han representado las normales al geoide y al elipsoide, así como las correspondientes altitudes y los valores de la gravedad.

La superficie real de la Tierra forma una tercera superficie con las variaciones de la topografía entre montañas, valles y fosas oceánicas, que pueden suponer diferencias máximas de hasta 20 km. Esta superficie está definida por las altitudes, positivas o negativas, con respecto a la superficie de referencia o nivel cero, definido por el geoide. Según esta definición la altitud h está medida según la vertical física, o dirección de la plomada, es decir, en la dirección del vector de la gravedad $\mathbf{g}$.

La altitud de un cierto punto A es la distancia h entre este punto y la superficie del geoide $W = W_0$. Como esta distancia no se puede medir directamente, en la práctica, se determina sumando incrementos de altitud o desniveles δh, medidos a lo largo de la superficie real de la Tierra, desde el nivel del mar al punto A (Fig. 3.2). Estas medidas se realizan mediante instrumentos de nivelación (niveles) y reglas graduadas (miras). La altitud así calculada suele denominarse altitud de desniveles sin corregir:

$$H = \sum_{i=1}^{N} \delta h \qquad [3.1]$$

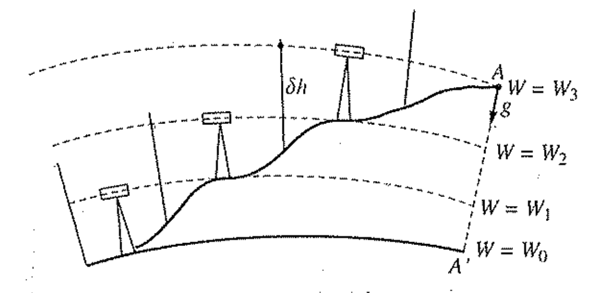


FIGURA 3.2. Proceso de obtención de desniveles sin corregir δh en una nivelación. Las líneas de puntos representan superficies equipotenciales.

Ahora bien, como las superficies equipotenciales no son necesariamente paralelas, la suma de desniveles δh depende de la trayectoria seguida entre la superficie $W = W_0$ en el punto 0 y el punto A (Fig. 3.3). En general, esta suma no coincide con la altitud h. Por la misma razón, su suma en un circuito cerrado no es nula. Si tomamos los incrementos del potencial, y llamamos potencial cero al correspondiente a la superficie del geoide ($W_0 = 0$), el potencial en el punto A será:

$$W_A = W_0 + \sum_{j=1}^{n} dW_j = \sum_{j=1}^{n} dW_j \qquad [3.2]$$

Sustituyendo en [3.2]:

$$dW = \frac{\partial W}{\partial h} dh = g\, dh \qquad [3.3]$$

se obtiene para el potencial en el punto A:

$$W_A = \sum_{j=1}^{n} g_j dh_j \qquad [3.4]$$

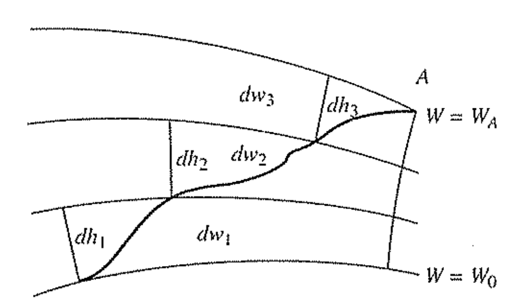


FIGURA 3.3. Relación entre los incrementos de altitud dh y de potencial dW obtenidos en una nivelación desde la superficie del geoide a un punto A.

El valor W_A no depende de la trayectoria seguida entre el nivel 0 y A, ya que la suma de incrementos de potencial en un circuito cerrado sí es nula. El valor de W_A representa una medida unívoca del potencial en el punto A. Esta propiedad es la que debería poseer la altitud, aunque ya se ha visto que no ocurre así. Por esta razón, este valor del potencial puede utilizarse como altitud. El potencial W está medido en m^2 s^{-2}, que, por supuesto, no puede considerarse como una altitud. Sin embargo, puesto que $g \simeq 9{,}8$ m s^{-2}, si dividimos W por 10 m s^{-2} se obtiene un número aproximado de la altitud en metros:

$$W = \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{N} g_j dh_j \simeq H \qquad [3.5]$$

Si se quiere transformar de una forma más rigurosa las medidas de potencial en medidas de altitud, se puede hacer dividiendo por un valor medio de la gravedad $\bar{g}$. De esta forma, se definen las altitudes H como:

$$H = \frac{W}{\bar{g}} = \frac{1}{\bar{g}} \sum_{j=1}^{N} g_j dh_j \qquad [3.6]$$

Sin embargo, el problema está en cómo calcular este valor medio de $\bar{g}$. El valor más exacto sería el valor medio de g entre el punto A y el nivel cero, debajo de dicho punto, a lo largo de la altitud real h. Este valor vendría dado por:

$$\bar{g} = \frac{1}{h} \int_0^h g(z)\, dz \qquad [3.7]$$

Pero para calcular $\bar{g}$ se necesita conocer $g(z)$ entre A y el nivel cero, lo que evidentemente no es posible, y conocer de antemano h, que es precisamente lo que se pretende medir (Fig. 3.4).

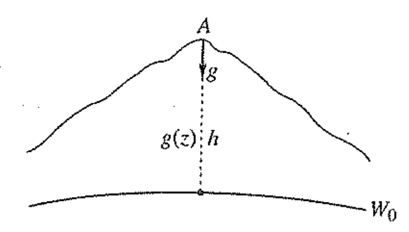


FIGURA 3.4. Definición de la altitud h de un punto A sobre el geoide. El valor de la gravedad entre el geoide y el punto A es función de la altitud $g(z)$.

Para resolver estas dificultades y definir altitudes que tengan rigor científico, a partir de los desniveles, se procede introduciendo ciertas hipótesis. Como consecuencia, se obtienen diferentes aproximaciones a la altitud real.

3.1.1. *Altitud dinámica*

La altitud dinámica se define tomando para el valor de $\bar{g}$ el valor de γ sobre el elipsoide a latitud de 45°, siendo este valor 9,806 29 m s^{-2}:

$$H_D = \frac{1}{\gamma_{45°}} \sum_{j=1}^{N} g_j dh_j = \frac{\Sigma g_j dh_j}{9{,}806\,29} \qquad [3.8]$$

Esta expresión es la utilizada para medir las altitudes en Meteorología. La utilización del valor de $\gamma_{45°}$ puede introducir errores de hasta casi 3 m en 1.000 m de desnivel.

3.1.2. *Altitud normal*

En esta altitud, propuesta por Molodensky, se toma para $\bar{g}$ la expresión [3.7], en la que se sustituye el valor real de la gravedad g por el valor de la gravedad normal γ, la altitud real h por la que se quiere calcular H_N:

$$\bar{g} = \bar{\gamma} = \frac{1}{H_N} \int_0^{H_N} \gamma(z)\, dz \qquad [3.9]$$

Este valor se puede aproximar por:

$$\bar{\gamma} = \gamma \left(1 - \frac{H_N}{R}\right) \qquad [3.10]$$

donde γ es el valor sobre el elipsoide y R el radio de la Tierra considerada como esférica.

Las altitudes normales H_N vienen dadas por:

$$H_N = \frac{\sum_{j=1}^{N} g_j dh_j}{\gamma \left(1 - \frac{H_N}{R}\right)} \qquad [3.11]$$

Como en esta fórmula la altitud H_N aparece también en el denominador, se procede resolviendo la ecuación cuadrática resultante, o por aproximaciones sucesivas. Como γ se refiere al campo del elipsoide y dh está medido como desnivel referido al geoide, la fórmula supone una aproximación a h, en la que se mezclan elementos del campo real y del normal de la gravedad.

3.1.3. *Altitud ortométrica*

La altitud ortométrica se refiere a la solución más aproximada de la ecuación [3.6]. Se pretende, por tanto, obtener una medida directa del valor de h, distancia desde el punto cuya altitud deseamos calcular y del geoide bajo ese punto, a partir de los desniveles medidos en la superficie.

La determinación de las altitudes ortométricas exige la solución de la integral [3.7] para determinar el valor de $\bar{g}$. La dificultad de encontrar esta solución hace que se empleen aproximaciones. Una, usada muy comúnmente, debida a Poincaré y Prey, es $g(z) = g + 0{,}0848\,(H - z)$. Las altitudes resultantes reciben el nombre de altitudes ortométricas de Helmert. Otras determinaciones más exactas tienen en cuenta también el efecto de la topografía del terreno en el cálculo de g. La diferencia entre las altitudes normales y ortométricas es aproximadamente de 2 m en 3.000 m de desnivel.

3.2. Anomalías de la gravedad

Uno de los conceptos más importantes en el estudio del campo de la gravedad es el de las anomalías.

Si consideramos los valores de la gravedad g medidos sobre el geoide en el punto P y los comparamos con el valor teórico de γ de la gravedad normal sobre el elipsoide, para el punto Q, proyección de P sobre el elipsoide, la diferencia entre estos dos valores se denomina *anomalía de la gravedad* y se asigna al punto P (Fig. 3.5). De esta forma, la anomalía en el punto P viene dada por:

$$\Delta g = g_P - \gamma_Q \qquad [3.12]$$

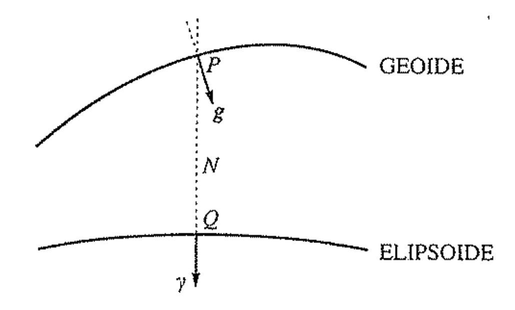


FIGURA 3.5. Representación del vector de gravedad observado, corregido al geoide g y el correspondiente γ valor teórico sobre el elipsoide. N es la altitud del geoide sobre el elipsoide.

Dado que tanto g como γ son vectores, el valor de Δg es también un vector. En la práctica se toma Δg como un escalar y representa la diferencia en módulo de los valores de g y γ:

$$\Delta g = |g| - |\gamma| \qquad [3.13]$$

La interpretación geométrica del vector Δg es la diferencia entre las normales al geoide en P y al elipsoide en Q, y suele denominarse *desviación de la vertical*. Ésta se expresa por sus componentes **NS**: ζ y **EW**: η. Estos componentes vienen dados en función de las coordenadas astronómicas (Φ, Λ) referidas al geoide y geodésica $(\phi, \lambda)_d$ referidas al elipsoide (Fig. 3.6):

$$\zeta = \Phi - \phi_d \qquad [3.14]$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda_d) \cos \phi_d \qquad [3.15]$$

Como se verá más adelante, estas desviaciones están relacionadas con las ondulaciones del geoide con respecto al elipsoide, y su amplitud es de sólo algunos segundos de arco.

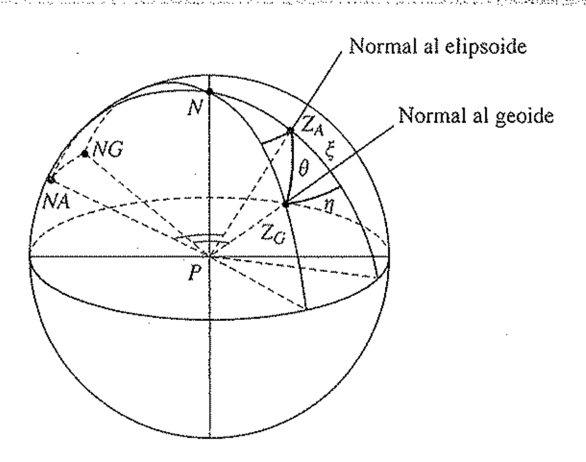


FIGURA 3.6. Desviación θ de las verticales al geoide y al elipsoide y su descomposición en un sistema de referencia geográfico.

3.3. Reducciones gravimétricas, aire-libre y Bouguer

Hemos definido la anomalía de la gravedad como la diferencia entre el valor observado sobre el geoide y el teórico calculado sobre el elipsoide. Las observaciones de g se hacen generalmente a una cierta altitud h, con lo que habrá que reducirlas a puntos sobre el geoide para calcular las anomalías, ya que éste sólo coincide con la superficie de la Tierra al nivel del mar (Fig. 3.7).

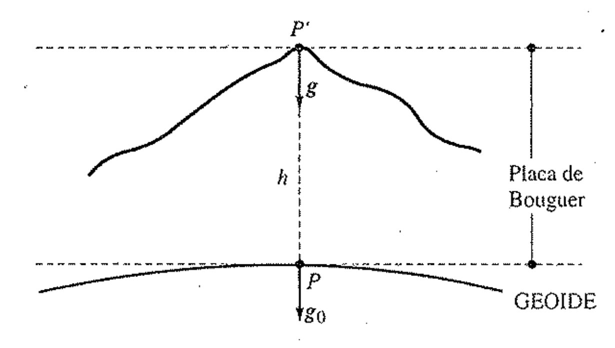


FIGURA 3.7. Valor de la gravedad observado en P' y valor corregido por efecto de la placa de Bouguer en P sobre el geoide.

Supongamos en primer lugar que no existe masa fuera del geoide. El valor de g observado en el punto P' se reducirá al valor g_0 sobre el geoide en el punto P, teniendo en cuenta solamente el cambio de la gravedad, al acercarse el punto al centro de la Tierra en la distancia h. Si se toma el desarrollo en serie de Taylor de g en aproximación de primer orden:

$$g(r_0 + h) = g(r_0) + h\frac{\partial g}{\partial r} \qquad [3.16]$$

y

$$g(r_0) = g_0 = g(r_0 + h) - h\frac{\partial g}{\partial r} \qquad [3.17]$$

donde r_0 es la distancia del centro de la Tierra al punto P sobre el geoide y $g(r_0 + h)$ el valor observado de la gravedad en el punto P' a una altitud h. La anomalía de la gravedad en el punto P deducida de las observaciones en P' se puede definir por:

$$\Delta g = \left(g - \frac{\partial \gamma}{\partial r}h\right) - \gamma \qquad [3.18]$$

En esta expresión se ha sustituido la derivada de g por la de γ. A este término se le llama corrección de aire-libre, porque supone que no existe masa alguna entre los puntos P y P'. En muchos casos, una aproximación esférica es suficiente para el cálculo de esta corrección, que viene dada por:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{GM}{r^2}\right)h = -\frac{2GM}{r^3}h$$

Sustituyendo valores para GM y $r = a$ el radio de la Tierra, se obtiene para esta corrección:

$$C^{AL} = -3{,}086h \qquad [3{,}19]$$

donde h viene dado en metros y C^{AL} en μm s^{-2} (ug).

Mediante esta expresión podemos reducir el valor observado a una altitud h, al valor g_0 sobre el geoide. Sustituyendo esta correción en la expresión [3.18] se obtiene para la anomalía (en μm s^{-2}, o ug):

$$\Delta g^{AL} = g - \gamma + 3{,}086h \qquad [3.20]$$

Si se utiliza la aproximación de primer orden para el cálculo de la derivada, se obtiene para un punto de latitud ϕ:

$$\Delta g^{AL} = g - \gamma + (3{,}0855 + 0{,}022 \cos 2\phi)h \qquad [3.21]$$

Las anomalías calculadas con esta corrección, bien [3.20] ó [3.21], se denominan de «aire-libre», o también de Faye en memoria de H. Faye (1814-1902).

Hasta aquí se ha corregido solamente por la distancia entre los puntos P y P', sin tener en cuenta la masa existente entre ambos, que naturalmente ejerce una atracción sobre el punto P'. Esta atracción debe ser tenida en cuenta al hacer la reducción de las medidas. Una manera simplificada de corregir por este efecto es considerar la atracción que ejerce sobre el punto P' una placa infinita plana de espesor h y densidad ρ, que debe sustraerse al valor de g. A esta corrección se le llama de Bouguer. P. Bouguer (1698-1758) descubrió este efecto al comparar las medidas de la gravedad en Quito a 2.850 m y en la Isla del Inca a nivel del mar, durante la expedición para medir el grado de latitud.

La atracción de una placa plana infinita sobre puntos de superficie viene dada por:

$$C^B = 2\pi G\rho h = 4.191\rho h \qquad [3.22]$$

Esta expresión se deduce de la atracción de un cilindro de altura h y radio infinito [4.27].

Si se toma el valor de la densidad 2,67 g/cm^3, valor medio para los materiales de la corteza terrestre, obtenemos en μm s^{-2} (ug):

$$C^B = 1{,}119h \qquad [3.23]$$

Para altitudes por encima del geoide esta corrección es negativa, ya que se trata de restar el efecto de la atracción de la placa, mientras que la de aire-libre es positiva, pues compensa por la disminución de la gravedad con la altitud. La anomalía de la gravedad aplicando conjuntamente ambas correcciones recibe el nombre de anomalía de Bouguer, y en primera aproximación viene dada en μm s^{-2} (ug) por:

$$\Delta g^B = g - \gamma + (3{,}086 - 4{,}191\rho)h \qquad [3.24]$$

Para el valor de la densidad igual a 2,67 g/cm^3 la anomalía viene dada por:

$$\Delta g^B = g - \gamma + 1{,}967h$$

Algunos autores llaman a esta anomalía la anomalía de Bouguer completa.

3.3.1. *Corrección por la topografía*

En la reducción de Bouguer se ha supuesto que entre el punto P' y el geoide existe una placa infinita de densidad ρ y espesor h. Como vemos en la figura 3.8, debido a la topografía alrededor del punto P', al hacer esta corrección no se tiene en cuenta el efecto de las masas, que existen por encima de la altitud h (montañas), y al contrario sí se ha considerado la existencia de masas en las zonas de cotas inferiores (valles), donde no las hay (Fig. 3.8).

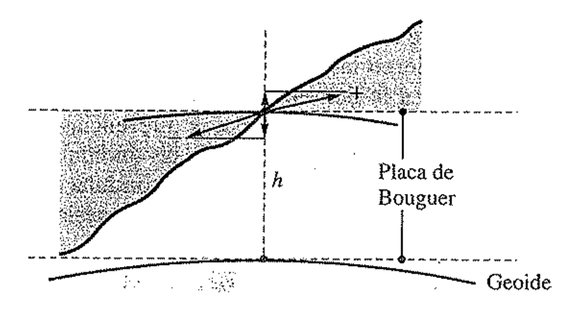


FIGURA 3.8. Influencia de la topografía con respecto a la corrección de Bouguer, para la medida de la gravedad en un punto situado a una altura h.

Para corregir por este efecto, se aplica la corrección por topografía. Esta corrección tiene siempre carácter positivo, ya que, en un caso, se ha restado un efecto no existente y, en el otro, no se ha considerado uno negativo. La aplicación de esta corrección exige el conocimiento de la topografía alrededor de cada punto, donde se hace la observación de la gravedad. Una forma práctica de hacerla consiste en subdividir el terreno con una serie de círculos concéntricos con centro en el punto de observación y radios variables, quedando el terreno circundante dividido en sectores circulares. A cada uno de estos sectores se le asigna la altitud media medida sobre el mapa topográfico y se resta la altitud del punto de observación. De esta forma, quedan definidos una serie de sectores cilíndricos de diversa altura con centro en el eje PP'. Las atracciones verticales de estas masas sobre el punto P' nos darán el valor de las correcciones buscadas. El cálculo se puede efectuar tomando el recurso a valores ya tabulados (por ejemplo, tablas de Hayford, de Cassinis y de Hammer). Modernamente la corrección topográfica se determina de forma numérica con programas de ordenador.

3.4. Determinación del geoide. Fórmula de Stokes

La distribución de los valores de las anomalías de la gravedad, sobre la superficie de la Tierra, refleja la existencia de defectos o excesos de masa por debajo de ella, o lo que es lo mismo, las variaciones de la densidad en el material subyacente. Por tanto, el estudio de las anomalías proporciona información sobre la estructura del interior de la Tierra. Las dimensiones en superficie de una distribución de anomalías se puede considerar como su longitud de onda. De esta forma, se puede hablar de anomalías de longitud de onda del orden de 1.000 km, 100 km ó 1 km, y cada una de ellas nos dará una información distinta. De una manera aproximada, se puede decir que las anomalías de la gravedad de longitud de onda muy grande nos dan información sobre la forma del geoide, las intermedias (50 a 500 km) sobre la estructura o espesor total de la corteza, y las pequeñas sobre inhomogeneidades de densidad locales y cercanas a la superficie, como pueden ser las masas mineralizadas. Estudiaremos primero el uso de las anomalías de la gravedad de longitud de onda grande, para determinar la forma del geoide, dejando para el capítulo siguiente el estudio de la corteza terrestre, el problema de la isostasia y el empleo de las anomalías en la prospección de minerales.

En el primer apartado de este capítulo se han definido dos superficies equipotenciales de referencia, el geoide y el elipsoide, y una tercera, la superficie libre de la Tierra o topográfica. La superficie del geoide, como ya se ha dicho, no es una superficie analítica, aunque a ella se refieren las altitudes topográficas. Una manera de definir esta superficie es refiriéndola a la del elipsoide, determinando las diferencias entre ambas superficies en cada punto (Fig. 3,9). Estas diferencias en altitud N entre el geoide y el elipsoide pueden calcularse a partir de las anomalías Δg de la gravedad. Esta relación, entre las anomalías de la gravedad y las ondulaciones N del geoide con respecto al elipsoide, es de una gran importancia en la geodesia física, ya que permite calcular la figura del geoide.

El potencial real de la Tierra W se puede considerar como la suma del potencial del elipsoide U (campo normal de la gravedad) más un potencial anómalo T:

$$W = U + T \qquad [3.25]$$

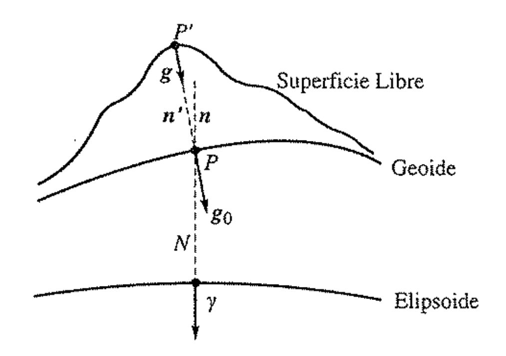


FIGURA 3.9. Superficie libre del terreno, del geoide y del elipsoide, así como los valores del vector gravedad observado $\mathbf{g}$, corregido al geoide $\mathbf{g}_0$ y gravedad teórica sobre el elipsoide γ. $\mathbf{n}$ y $\mathbf{n}'$ son las normales al elipsoide y geoide, respectivamente.

Este potencial anómalo está relacionado, como se verá, con las ondulaciones del geoide. El potencial del elipsoide en el punto P se puede expresar en función del conocido en el punto Q:

$$U_P = U_Q + \frac{\partial U}{\partial n} N = U_Q - \gamma N \qquad [3.26]$$

donde n es la normal al elipsoide, y N la distancia entre P y Q. En el mismo punto el potencial de la Tierra W_P es:

$$W_P = U_Q - \gamma N + T_P \qquad [3.27]$$

Según la definición del elipsoide, W_P y U_Q tiene el mismo valor; de esta ecuación se obtiene la fórmula de Bruns:

$$N = \frac{T}{\gamma} \qquad [3.28]$$

que da la altura N del geoide en función del potencial anómalo T en P y del valor de la gravedad normal en Q.

Las ondulaciones del geoide dan lugar también a desviaciones de la vertical. Sus componentes ζ y η pueden deducirse, por tanto, de los valores N. La figura 3.10 representa un corte en la dirección del meridiano que pasa por P, en ella el incremento dN que corresponde a la variación ds en la dirección del meridiano es:

$$dN = \text{sen}\ \zeta\ ds_\phi \simeq \zeta\ ds_\phi = \zeta R d\phi \qquad [3.29]$$

Para la dirección perpendicular se deduce fácilmente:

$$dN = \text{sen}\ \eta\ ds_\lambda \simeq \eta\ ds_\lambda = \eta R \cos\phi d\lambda \qquad [3.30]$$

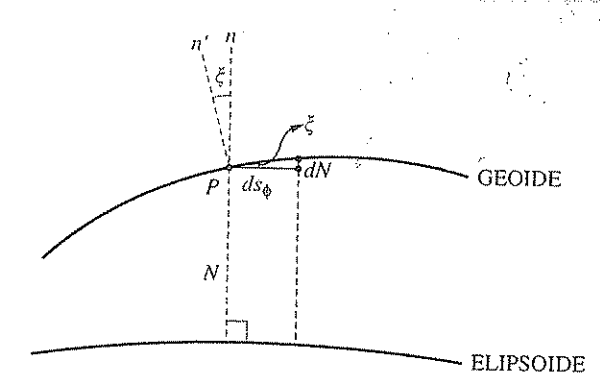


FIGURA 3.10. Ondulación N entre el geoide y el elipsoide del mismo potencial. Se ha representado la componente, según un meridiano, de la desviación de la vertical.

De estas dos relaciones se deducen para las componentes de la desviación de la vertical:

$$\zeta = -\frac{1}{R}\frac{\partial N}{\partial \phi} \qquad [3.31]$$

$$\eta = -\frac{1}{R\cos\phi}\frac{\partial N}{\partial \lambda} \qquad [3.32]$$

Respecto a los valores de la gravedad, el valor de γ en P puede expresarse:

$$\gamma_P = \gamma_Q + \frac{\partial \gamma}{\partial n} N \qquad [3.33]$$

y la diferencia de g y γ en el punto P puede aproximarse por:

$$g_p - \gamma_p = -\frac{\partial T}{\partial n} \qquad [3.34]$$

Si consideramos que las normales al geoide y elipsoide son iguales, se obtiene por sustitución de [3.33] en [3.34] y la definición de Δg [3.12]:

$$-\frac{\partial T}{\partial n} = \Delta g - \frac{\partial \gamma}{\partial n} N \qquad [3.35]$$

y sustituyendo el valor de N de [3.28]:

$$\frac{\partial T}{\partial n} - \frac{1}{\gamma}\frac{\partial \gamma}{\partial n} T + \Delta g = 0 \qquad [3.36]$$

Esta es la ecuación fundamental de la Geodesia Física que relaciona las anomalías de gravedad con el potencial anómalo y su gradiente. Como Δg sólo es conocida sobre la superficie del geoide, esta ecuación representa en realidad una condición de contorno. Si suponemos que no hay masas fuera del geoide, lo cual es correcto, ya que al reducir las observaciones al geoide se suprimen las masas que están por encima de este nivel, entonces, para todos los puntos fuera del geoide, T es una función armónica y ha de cumplir la ecuación de Laplace $\nabla^2 T = 0$. El problema se reduce así a uno de los problemas fundamentales de la teoría del potencial, es decir, el de determinar una función T que es armónica fuera de un volumen V, limitado por una superficie Σ, conociendo los valores que una combinación de ella y sus derivadas toman sobre Σ. Este problema es conocido como el problema mixto o de Hilbert. Una vez conocido T se puede determinar N mediante la relación [3.28].

Una solución de este problema fue la propuesta por G. Stokes (1819-1903) en el que T viene dado por la integral de Δg sobre la superficie de la Tierra:

$$T(\theta, \lambda) = \frac{R}{4\pi}\int_\Sigma \Delta g\, S(\psi)\, d\sigma \qquad [3.37]$$

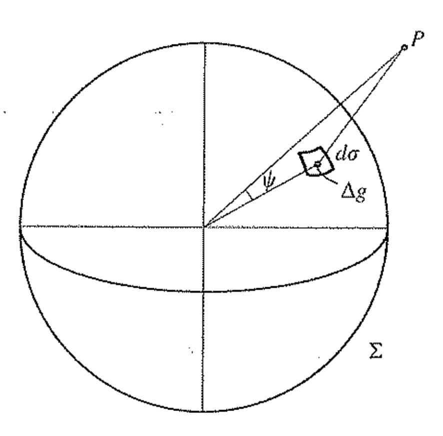


FIGURA 3.11. Representación del elemento de superficie $d\sigma$ y la anomalía Δg correspondientes a la aplicación de la fórmula de Stokes en un punto P.

donde $S(\psi)$ es una función que depende de la forma de la Tierra, siendo la más sencilla la resultante para una tierra esférica (Fig. 3.11):

$$S(\psi) = 1 + \operatorname{cosec}\left(\frac{\psi}{2}\right) - 6\,\operatorname{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right) - 5\cos\psi + 3\cos\psi\,\ln\left[\operatorname{sen}^2\left(\frac{\psi}{2}\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right)\right] \qquad [3.38]$$

Para la interpretación de las anomalías gravimétricas es importante recordar otro teorema de Stokes en la teoría del potencial. Este teorema expone que si existe una función que es armónica fuera de la superficie Σ y que toma un conjunto de valores sobre esta superficie, esta función es única (problema de Dirichlet). En el caso del potencial gravitatorio, si los valores sobre la superficie permanecen constantes, la función será la misma, independientemente de la distribución de masas en su interior. Este teorema es importante, ya que en los modelos del potencial gravitatorio de la Tierra no es necesario tener en cuenta la distribución de masas en su interior, sino únicamente los valores de dicho potencial en la superficie.

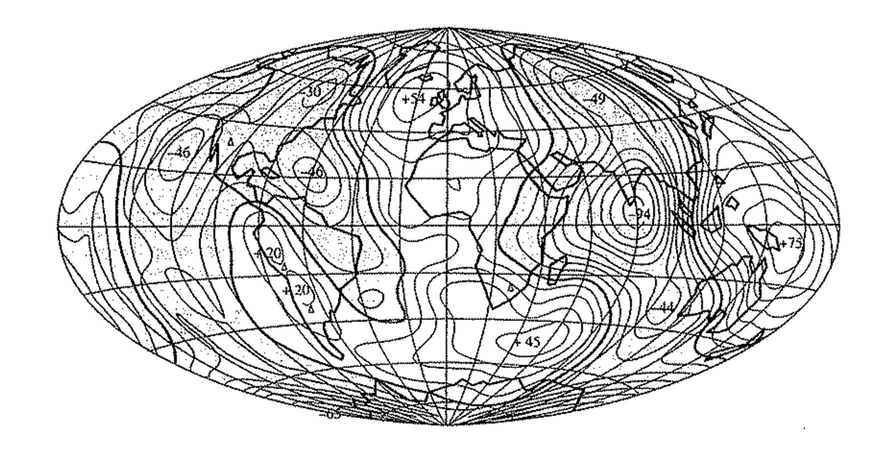


FIGURA 3.12. Mapa de distribución de diferencias de altitudes entre el geoide y el elipsoide expresadas en metros.

3.5. Medidas de geodesia espacial

Con la puesta en órbita del primer satélite artificial en 1957 se inaugura una nueva época de la geodesia con los métodos de medidas de la Tierra desde el espacio. Estos métodos permiten aproximaciones a la forma de la Tierra insospechadas para las medidas hechas sobre la superficie siempre limitadas por el hecho que el 70% de la superficie del planeta la cubren los océanos. En general los métodos de la geodesia espacial se pueden dividir en dos clases. La primera incluye los métodos llamados dinámicos, que consisten en analizar las variaciones de diversos parámetros de las órbitas de los satélites para determinar los coeficientes del desarrollo en armónicos esféricos del potencial gravitacional de la Tierra. Con este fin se utilizan satélites de poca altitud (400 km a 1.000 km) con el fin de que sus órbitas estén influenciadas por las desviaciones del potencial terrestre con respecto al del elipsoide. Una descripción breve del influjo del potencial sobre la órbita de los satélites artificiales y su utilización para determinar los coeficientes del geopotencial se verá en la sección 6.4.

La segunda clase de métodos utiliza los satélites artificiales para hacer medidas directas desde ellos bien de altimetría o de triangulación con las que se puede medir directamente la forma de la superficie externa de la Tierra. En general estos métodos utilizan satélites a gran altitud (20.000 km a 40.000 km) para que sus órbitas sean muy estables. Brevemente describiremos tres de estos métodos. La altimetría por radar desde satélites utiliza satélites equipados con un sistema de radar con el que se puede medir con gran exactitud la altitud del satélite sobre la superficie de los océanos y de ahí la topografía instantánea de la superficie del mar (ISST; Instantaneous Sea Surface Topography). El valor medio de muchos pasos del satélite sobre un mismo punto nos da la superficie cuasi-estacionaria de la topografía del mar (QSST; Quasistationary Sea Surface Topography). Esta superficie se puede considerar como una buena aproximación de la superficie del geoide. Conociendo la órbita del satélite a partir de estas medidas se pueden determinar las distancias N entre el geoide y el elipsoide (Fig. 3.13).

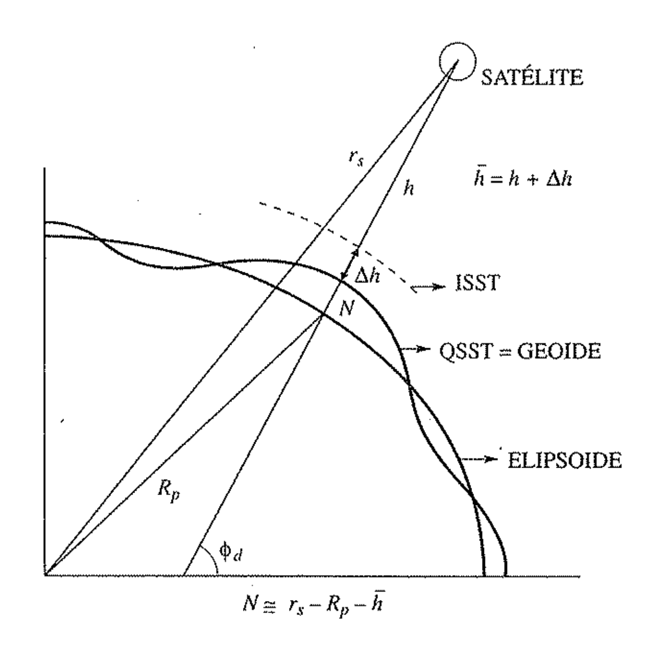


FIGURA 3.13. Altimetría por satélite. R_p distancia del centro de la Tierra al punto de observación. r_s distancia del centro de la Tierra al satélite. $\bar{h}$ distancia media del satélite a la superficie del mar. N distancia del elipsoide al geoide.

Los métodos de triangulación utilizan varias estaciones en tierra y uno o varios satélites para medir con gran exactitud la distancia entre las estaciones para determinar sus coordenadas con referencia a un sistema de referencias no geocéntrico. Utilizan-

do este método el US Geometrical World Network (USGWN) ha establecido una red global de 46 estaciones cuyas coordenadas se conocen con una exactitud de unos 4 m. Resultados similares se han logrado en Europa con la red de 32 estaciones de la West European Satellite Triangulation (WEST).

Medidas geodésicas de gran exactitud se obtienen a partir del Global Position System (GPS). Este sistema establecido entre 1973 y 1992 utiliza 24 satélites a una altura de unos 20.000 km situados de forma que para cualquier punto de la superficie de la Tierra en cualquier momento se encuentren por lo menos 4 satélites sobre el horizonte. El sistema GPS permite a un punto de la superficie establecer su posición y tiempo con respecto a un sistema de referencias preestablecido por medio de un receptor de las señales de los satélites. La utilización de receptores de GPS para medidas geodésicas está hoy muy extendida y sus aplicaciones son muy variadas. Otro sistema de medidas de aplicación geodésica es el de VLBI (Very Long Base Interferometry). Este sistema permite medir con gran exactitud la distancia entre dos antenas por interferometría de señales de fuentes de radiaciones muy distantes (cuasares). Estas medidas tienen aplicaciones geodinámicas de gran importancia como la medición de la variación con el tiempo de la distancia entre dos continentes y de esta forma su movimiento relativo.

3.6. Modelos de la Tierra

Se ha definido el geoide como la superficie equipotencial de la Tierra que coincide con el nivel medio de la superficie libre de los océanos, corrigiendo por el efecto de las mareas. Esta superficie es de gran importancia, ya que se utiliza para representar la forma real de la Tierra, siendo el vector de la gravedad normal a ella, si se prescinde de masas anómalas locales. La fórmula de Stokes proporciona una manera de calcular las distancias, positivas o negativas, entre esta superficie y la de referencia del elipsoide. En la figura 3.12 se representan a escala global estas diferencias, que en ningún caso sobrepasan los 100 m. Estas pequeñas diferencias indican hasta qué punto el elipsoide de referencia es una buena aproximación a la figura de la Tierra.

Analíticamente, podemos acercarnos más a la forma del geoide, calculando más términos en el desarrollo en armónicos esféricos, como se vio en el capítulo 2. Si nos reducimos a los armónicos zonales, los valores de los coeficientes hasta de orden 6 vienen dados en la tabla 3.1. Si comparamos con el término de la Tierra esférica, $J_0 = 1$, el correspondiente al elipsoide J_2 es del orden de 10^{-3} (desviaciones en el radio de la Tierra del orden de 20 km), mientras que los siguientes coeficientes son del orden de 10^{-6} y 10^{-7}. El término de J_4 es una corrección que se introduce comúnmente en las fórmulas de primer orden. El término en J_3 representa una asimetría con respecto al plano ecuatorial; el hemisferio sur tiene más masa que el norte. El descubrimiento de su importancia se debió al análisis de las órbitas de los primeros satélites artificiales y a su efecto sobre la Tierra se le dio el nombre popular de forma de pera. Las diferencias, sin embargo, son muy pequeñas, del orden de 20 m.

TABLA 3.1. *Coeficientes J_n de los armónicos zonales.*

n	J_n (10^{-6})
2	1.082,63
3	−2,5380
4	−1,5930
5	−2,3000
6	5,0200

TABLA 3.2. *Coeficientes C_l^m y S_l^m de los armónicos teserales.*

l/m	1	2	3	4	C_l^m/S_l^m (10^{-6})
2	—	2,413	—	—	
		−1,364			
3	1,0969	0,892	0,6863	—	
	0,2601	0,634	1,4304		
4	0,5293	0,3302	0,9894	−0,0797	
	−0,4876	0,7063	−0,1546	0,3928	

Si en el análisis armónico se considera la dependencia de λ, el potencial viene dado por una suma de armónicos esféricos de superficie (armónicos teserales). Valores de los coeficientes de los primeros armónicos hasta orden 4 ($l = 1, m$) vienen presentados en la tabla 3.2. Para $l = 0$, estos son los mismos que los zonales.

En general, los modelos del potencial gravitatorio terrestre vienen dados por series de armónicos esféricos cuyos coeficientes (C_{lm}, S_{lm}) se determinan a partir de diversos tipos de observaciones, como medidas de la gravedad en la superficie, seguimiento de satélites desde tierra, seguimiento de satélite-satélite y medidas de altimetría. En términos generales, se puede decir que los armónicos más bajos se pueden obtener del seguimiento de satélites desde tierra (véase capítulo 6), mientras que los más altos se obtienen de las medidas de la gravedad en superficie, de altimetría y seguimiento de satélite-satélite.

Durante las últimas décadas se ha realizado un gran avance en los modelos de geopotencial. En 1979 se publicó por la Smithsonian Institution el primer modelo satisfactorio «Standard Earth II», con armónicos hasta orden 16, basado en 935 observaciones de superficie a intervalos de 5° y más de 100.000 observaciones de satélites. Desde 1970 se han publicado nuevos modelos de Tierra, incluyendo los «Standard Earth III y IV» de la citada institución y los modelos desarrollados por la NASA en el Goddard Space Flight Center (GSFC) denominados GEM. Los más recientes de estos últimos son los GEM 9 y GEM 10 y sus variantes. Las principales características de estos modelos vienen dadas en la tabla 3.3.

TABLA 3.3. *Modelos de Tierra.*

Modelo	Armónicos	Datos empleados
GEM 9	20 × 20	Seguimiento satélites (1)
GEM 10	22 × 22	Seguimientos satélites y datos gravimétricos superficiales (1)
GEM 10 A	30 × 30	Seguimiento satélites + gravimetría superficial (1) + + Altimetría (1)
GEM 10 B	36 × 36	Seguimiento satélites + gravimetría superficial (1) + + Altimetría (2)
GEM 10 C	180 × 180	Seguimiento satélites + gravimetría superficial (2) + + Altimetría (3)
LAGEOS GEM L1	20 × 20	GEM 9 + 1979 + 1980 LAGEOS láser (2)
LAGEOS GEM L2	20 × 20	GEM 9 + 1979 + 1981 LAGEOS láser (3)
STARLETTE PGS-STR1	36 × 36	GEM 10B + 1975 + 1978 STARLETTE láser
SEASAT PGS-S1	30 × 30	GEM 9 + SEASAT láser (4)
SEASAT PGS-S2	30 × 30	GEM 9 + SEASAT láser (4)
SEASAT PGS-S3	36 × 36	GEM 10B + SEASAT láser (4)
SEASAT PGA-S4	36 × 36	PGS-53 + SEASAT altímetro (5)

Gravimetría superficial	(1) 1.654 anomalías medias de igual área 5° × 5° (2) 38.400 anomalías medias de igual área 1° × 1°
Altimetría GEOS 3	(1) 300 pasos globalmente distribuidos espaciados 5° (2) 700 pasos globalmente distribuidos espaciados 2°
LAGEOS Seguimiento SEASAT	(1) 30 satélites incluyendo GEOS 3. 840.000 observaciones de las que 200.000 son distancias láser sobre 9 satélites (2) 356.000 distancias láser (3) 443.000 distancias láser (4) 16.500 distancias láser (5) 9.900 datos de su altímetro

M. Catalán (1985): *Bol. Inst. y Obs. Marina*, San Fernando.

3.7. Bibliografía

Los problemas relacionados con la determinación de altitudes, anomalías de la gravedad y sus correcciones y la forma del geoide, se encuentran tratados de forma elemental en los capítulos ya citados en el capítulo 2 de los textos generales GARL 11 y 12, OFFI 8, STAC 3, COUL 18. De los textos especializados de gravimetría y geodesia y citados igualmente en el capítulo precedente, las referencias más relacionadas con la materia de este capítulo son:

HEISKANEN y MORITZ (1967): 2, 3 y 4.
BOMFORD (1971): 3 y 7.
LEVALLOIS (1970): 10.
PICK *et al.* (1973): 8 y 10.

Sobre los valores de los coeficientes del desarrollo del potencial terrestre y problemas rela-

ciados con la determinación del geoide a partir de medidas de la gravedad son de interés los artículos siguientes:

GAPOSCHKIN, E. M., y LAMBECK, K. (1971): «Earths gravity field to the 16th degree and station coordinates from satellite and terestrial data», *Jour. Geophys. R.*, 76, 4855-4883.
HOFMANN-WELLENDORF, B.; LICHTENEGGER, H., y COLLIN, J. (1992[1], 1993[2], 1994[3]): *Global Position System. Theory and Practice.* Springer Verlag, Viena.
O'KEEFE, J. A. (1974): «The absolute values of the geopotencial», *Bull. Geod.*, 111, 81-84.
RAAP, R. H. (1971): «Method for the computation of the geoid undulations from potential coefficients», *Bull. Geod.*, 101, 283-297.
WONG, L., y GORE, R. (1969): «Accuracy of geoid heights from modified Stokes kernels», *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, 18, 81-91.

Se ven desde las barandas,
por el monte, monte, monte,
mulos y sombras de mulos
cargados de girasoles.

F. GARCÍA LORCA, *San Miguel.*

4.1. Isostasia. Las hipótesis de Airy y Pratt

Hasta aquí hemos hablado del potencial de la gravedad, considerando el interior de la Tierra homogéneo o con variaciones de la densidad sólo en función de su radio. Ahora se verá cómo los datos de gravimetría permiten, introduciendo ciertas hipótesis, conocer algunas características de la estructura de la corteza terrestre. Las primeras observaciones en este sentido se refieren a la atracción gravitacional de la masa de las grandes cadenas montañosas.

Históricamente el problema se planteó con las medidas efectuadas por G. Everest (1790-1866) y J. H. Pratt (1809-1871) entre 1820 y 1850, de la desviación de la vertical, en la India, cerca de la región del Himalaya. La gran masa de estas montañas debería afectar a la dirección del vector de la gravedad y, por tanto, a la desviación de la vertical. Como hizo notar Pratt en 1853, esto sucedía, pero en magnitud menor que la esperada, debido a la masa supuesta para las montañas, es decir, de alguna manera descubría un defecto de masa en la gran cadena montañosa. Por otro lado, las extensas campanas de mediciones de anomalías de la gravedad han descubierto la presencia generalizada de anomalías de Bouguer negativas en las regiones montañosas y nulas o positivas en las zonas costeras. Ambas observaciones indican que existe consistentemente un defecto de masa en las zonas montañosas y un exceso en las oceánicas (Fig. 4.1).

Las explicaciones de este fenómeno formuladas por G. B. Airy (1801-1892) en 1855 y Pratt en 1856 están basadas en el concepto de isostasia, que sería formulado más tarde en 1892 por C. E. Dutton (1841-1912). Este concepto supone que todos los excesos o defectos de masas por encima o debajo del nivel de geoide están compensados, de modo que, a una cierta profundidad, el material se encuentre en equilibrio hidrostático. De acuerdo con este principio, la masa adicional de las montañas y su ausencia en las regiones oceánicas han de estar compensadas. Esta compensación tie-

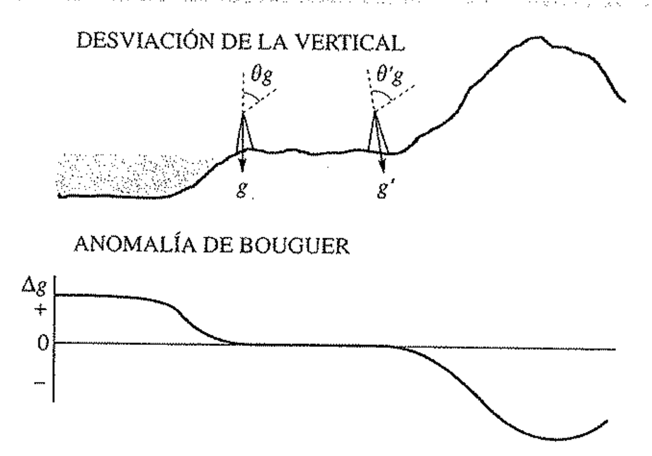


FIGURA 4.1. Desviación de la vertical y curva simplificada de anomalías de Bouguer para una región montañosa.

ne lugar a una cierta profundidad con un defecto o exceso de masa, respectivamente, para lograr la condición de equilibrio. La causa de este fenómeno es la imposibilidad del material por debajo de la corteza, debido a su falta de rigidez, de mantener esfuerzos de cizalla por mucho tiempo. De esta forma, Jeffreys considera la isostasia como la distribución de masas que minimiza la diferencia de esfuerzos máximos, considerando la corteza como una capa sobre un medio con características de fluido por debajo del cual el material está en equilibrio hidrostático.

Como se ha dicho, las dos hipótesis primeras para explicar la forma en que se realiza esta compensación son las de Airy y Pratt. En ambas hay que introducir el concepto de *corteza terrestre* —la capa más superficial de la Tierra, con densidad menor que el material subyacente que recibe el nombre de *manto.* Estas dos regiones recibieron el nombre de «sial» y «sima», hoy en desuso, por su composición predominante de silicatos de aluminio en la corteza y de magnesio y hierro en el manto.

4.1.1. *Hipótesis de Airy*

La hipótesis de Airy supone una densidad constante ρ_c para la corteza, otra ρ_M para el manto, con una superficie de separación entre ambas regiones. La compensación isostática de las regiones montañosas y oceánicas se logra por variaciones del espesor de la corteza, que aumenta en las regiones en que las altitudes son positivas y disminuye en las que son negativas. Simplificando, esta compensación implica que todos los bloques prismáticos de igual sección desde la superficie hasta una profundidad por debajo del mayor espesor de corteza, tienen igual peso. Si la corteza normal de espesor H es la que corresponde a los continentes al nivel del mar, para una zona montañosa de altitud h, la condición de igual peso exige en ésta un espesor adicional t de corteza, tal que (para g constante):

$$H\rho_c + t\rho_M = (h + H + t)\rho_c \qquad [4.1.]$$

Despejando t se obtiene:

$$t = \frac{\rho_c}{\rho_M - \rho_c} h \qquad [4.2.]$$

Sustituyendo los valores $\rho_c = 2{,}67$ g/cm³ y $\rho_M = 3{,}27$ g/cm³ tenemos:

$$t = 4{,}45h \qquad [4.3]$$

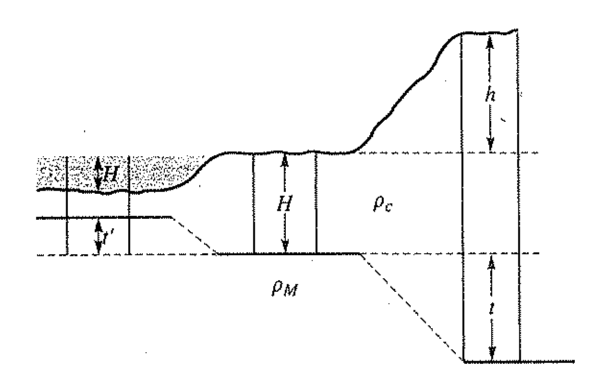


FIGURA 4.2. Esquema de la compensación isostática de una región oceánica y otra montañosa según la hipótesis de Airy.

En esta expresión t es la «raíz» de la montaña y su valor es aproximadamente cuatro veces y media su altitud. Si se toma para H 30 km en una zona montañosa de altura media de 2.000 m, el espesor total de la corteza será de 39 km. Este espesor es del mismo orden que el obtenido para zonas montañosas utilizando métodos de reflexión y refracción de ondas sísmicas.

Para las zonas oceánicas hay que tener en cuenta la capa de agua de densidad ρ_a; la ecuación resultante es:

$$H\rho_c = h'\rho_a + (H - h' - t')\rho_c + t'\rho_M \qquad [4.4]$$

y despejando t':

$$t' = \frac{\rho_c - \rho_a}{\rho_M - \rho_c} h' \qquad [4.5]$$

Sustituyendo los valores de ρ_c y ρ_M y poniendo $\rho_a = 1{,}04$ g/cm³ se obtiene:

$$t' = 2{,}73h' \qquad [4.6]$$

Para una zona oceánica de profundidad 4.000 m (profundidad media de los océanos) sustituyendo en la ecuación [4.6] se obtiene $t' = 11$ km y, por tanto, el espesor de corteza resultante será 19 km. Este valor no concuerda con los obtenidos para la corteza oceánica por métodos sísmicos, que oscila entre 5 ~ 7 km. La explicación está en que la corteza oceánica no tiene la misma densidad media que la continental, ya que carece de capa granítica. La densidad media de la capa oceánica para obtener espesores del orden de 6 km es de 2,9 g/cm³, lo que concuerda con los resultados obtenidos de estudios sismológicos para la corteza en zonas oceánicas.

4.1.2. *Hipótesis de Pratt*

La hipótesis de Pratt supone una compensación del defecto o exceso de masa en las zonas oceánicas y continentales, por una variación lateral de la densidad en la capa superior de la Tierra de espesor constante. A este nivel, que se suele situar a 100 km de profundidad, se le llama nivel de compensación. En forma simplificada, todos los bloques de igual sección hasta el nivel D tienen el mismo peso. La relación para las zonas montañosas de altitud h es:

$$D\rho_0 = (D + h)\rho \qquad [4.7]$$

donde ρ_0 es la densidad del bloque a nivel del mar y ρ la correspondiente al de altitud h (Fig. 4.3):

$$\rho = \frac{D}{D + h}\rho_0 \qquad [4.8]$$

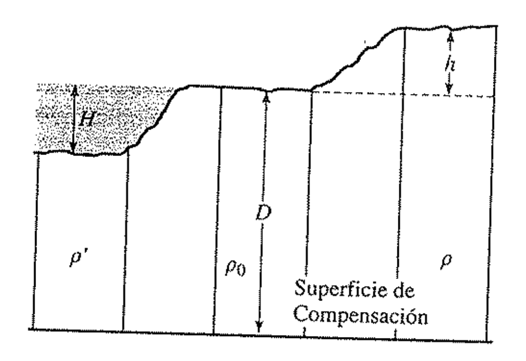


FIGURA 4.3. Esquema de la compensación isostática de una región oceánica y otra montañosa según la hipótesis de Pratt.

Si se considera $D = 100$ km y $\rho_0 = 2{,}67$ g/cm³, para una zona montañosa de altitud $h = 2.000$ m, obtenemos $\rho = 2{,}62$ g/cm³.

Para las zonas oceánicas, teniendo en cuenta la densidad del mar ρ_a, la relación es:

$$D\rho_0 = \rho_a h' + (D - h')\rho' \qquad [4.9]$$

y

$$\rho' = \frac{\rho_0 D - \rho_a h'}{D - h'} \qquad [4.10]$$

Sustituyendo valores, se obtiene para una zona oceánica de 4.000 m de profundidad una densidad de 2,82 g/cm³.

Estas expresiones se pueden poner en función de la variación de densidad $\delta\rho$ en zonas montañosas y $\delta\rho'$ en oceánicas con respecto a ρ_0:

$$\delta\rho = \frac{h\rho_0}{D + h} \qquad [4.11]$$

$$\delta\rho' = \frac{h'(\rho_0 - \rho_a)}{D - h'} \qquad [4.12]$$

En las zonas montañosas la densidad disminuye en 0,026 g/cm³ por cada 1.000 m de altitud y en las oceánicas aumenta en 0,016 g/cm³ por cada 1.000 m de profundidad.

4.2. Correcciones isostáticas

De acuerdo con los modelos de isostasia presentados, se pueden calcular unas correcciones que eliminen de los valores observados de la gravedad los defectos de masa en zonas montañosas y los excesos en los océanos, que son necesarios para establecer el equilibrio isostático. Si añadimos estas correcciones a las ya establecidas de Bouguer, aire-libre y topografía, obtendremos las llamadas *anomalías isostáticas*. El modo de establecer estas correcciones depende de las hipótesis que se utilicen. Las más conocidas son las de Airy-Heiskanen y Pratt-Hayford, en las que la masa por encima del nivel del geoide se corrige por la corrección de Bouguer. La corrección isostática prescinde de esta parte y corrige sólo por el exceso o defecto de masa por debajo del nivel del geoide, de acuerdo con las hipótesis básicas de Airy y Pratt.

Si las masas por encima del geoide están isostáticamente compensadas, la distribución de las anomalías isostáticas no debe, en teoría, depender de la existencia de montañas u océanos. Estas anomalías son en general pequeñas en valor absoluto y de distribución aleatoria sin relación con la estructura asociada a la topografía. Si el valor de las anomalías isostáticas en una zona montañosa es negativo, esto indica que las masas están sobre-compensadas, y si es positivo, que no lo están suficientemente.

Los dos modelos de Airy y Pratt son idealizaciones de la situación real, que no tiene en cuenta la existencia de esfuerzos tangenciales en el interior de la corteza, e impone que cada columna vertical se compense independientemente de las columnas

vecinas. Un modelo de compensación regional más realista es el presentado por Vening-Meisnesz, en el que las masas de las montañas se compensan por un abombamiento inferior de la corteza dentro del manto sobre una zona muy amplia.

4.3. Anomalías regionales y estructura de la corteza

El estudio de las anomalías regionales de la gravedad descubre la presencia de estructuras, que corresponden a accidentes importantes que afectan la corteza terrestre y manto superior. El método empleado en el análisis de las anomalías, en líneas generales, es el siguiente. Sobre un área suficientemente extensa se determinan los valores relativos de la gravedad en una serie de puntos. Estos valores, debidamente corregidos, representan un muestreo de las variaciones del campo gravitatorio en dicha zona. En función de las altitudes de los puntos, donde se han tomado las observaciones, se determinan las anomalías de aire-libre y Bouguer. A partir de estos valores se trazan las curvas de isoanómalas, obteniéndose finalmente los mapas de anomalías de aire-libre y Bouguer. Las anomalías de aire-libre reflejan sensiblemente el efecto de la topografía, mientras que las de Bouguer eliminan este efecto y reflejan la estructura interna que en muchos casos es debida a la compensación isostática de las elevaciones. Estas anomalías suelen ser negativas, con valores de hasta 2.000 ug en las regiones montañosas y positivas en las de la costa. En general, se puede decir que el mapa de anomalías de Bouguer es un reflejo de los espesores totales de la corteza, o de la topografía de la superficie entre la corteza y manto.

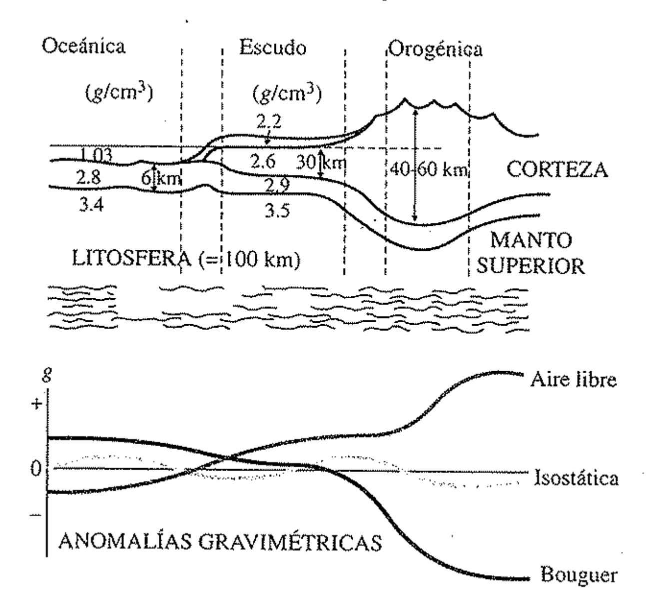


FIGURA 4.4. Valores típicos de densidad y espesores de la corteza en regiones oceánica, de escudo y orogénica. Curvas esquemáticas de las distintas anomalías de la gravedad: aire-libre, Bouguer e isostática, para dichas estructuras.

Como ya se ha visto, las teorías isostáticas ponen de manifiesto que para compensar los desniveles topográficos entre las simas oceánicas y las montañas más altas, es necesario introducir excesos y defectos de masa en el interior de la Tierra. Tanto la corteza como el manto superior no son, por tanto, homogéneos, sino que tienen una cierta estructura. Ésta, como lo muestran los estudios de propagación de ondas sísmicas, se ajusta básicamente a la propuesta en la hipótesis de Airy, con variaciones del espesor de la corteza. Existen, sin embargo, también pequeñas variaciones laterales de la densidad de unas regiones a otras, como supone la hipóstesis de Pratt.

En la figura 4.4 se presenta un corte esquemático de la distribución de densidades en las capas superficiales de la Tierra. La capa más superficial es la corteza, cuyo espesor varía entre 5 y 60 km; por debajo de ella se encuentra el manto superior. La superficie de separación entre ambas se denomina superficie de Mohorovicic o simplemente Moho, en recuerdo de A. Mohorovicic (1857-1936), que descubrió su presencia en 1909, estudiando la reflexión y refracción de las ondas sísmicas. Como se verá en el capítulo 22, al explicar las teorías tectónicas modernas, otra división es la de la litosfera, de unos 100 km de espesor y de carácter rígido y por debajo de ella la astenosfera o capa débil, en la que el material está en estado de semifusión. El término litosfera, que se aplicaba antes a sólo la corteza, abarca ahora la corteza y parte del manto superior.

En la figura 4.4 se representan las diferencias más notables entre estructuras oceánicas y continentales. En estas últimas se pueden distinguir las correspondientes a las zonas costeras, los escudos y cadenas montañosas o zonas orogénicas. En forma simplificada, se ha reducido la estructura de la corteza a una capa de sedimentos (calizas, areniscas, etc.) de densidad media 2,2 g/cm³, la capa superior o granítica (2,6 g/cm³) y por debajo de ella la basáltica (2,8 g/cm³). Debajo de la corteza, el material del manto tiene una densidad de 3,5 g/cm³. En las regiones oceánicas falta la capa granítica y las densidades son un poco distintas. El espesor de la corteza varía de 6 ó 7 km en las zonas oceánicas a 32 km en los escudos y hasta 60 km en las grandes cadenas montañosas.

La distribución de las anomalías gravimétricas sobre estas estructuras es la siguiente: las de aire-libre positivas reflejan la topografía, las de Bouguer, negativas en las zonas montañosas, revelan la existencia de una compensación isostática. Si esta compensación es perfecta, las anomalías isostáticas serán prácticamente nulas. En conclusión, se puede decir que las anomalías de Bouguer reflejan la forma de la topografía del Moho. Este efecto se puede apreciar en la figura 4.5, donde se representan las anomalías de Bouguer en la zona de Sierra Nevada (sur de España) y un corte a través de su estructura. El máximo de las anomalías (– 130 mgal = –1.300 ug) está desplazado hacia el norte con respecto a las máximas altitudes topográficas (3.478 m). La forma suave de este máximo y su extensión, comparada con la del macizo montañoso, indican que la compensación isostática se realiza de forma regional y la raíz no está situada exactamente debajo de las máximas alturas topográficas. Como se verá en el capítulo 22, las anomalías gravimétricas en las regiones de arcos de islas y dorsales oceánicas corresponden a las estructuras litosféricas previstas en la teoría de la tectónica de placas.

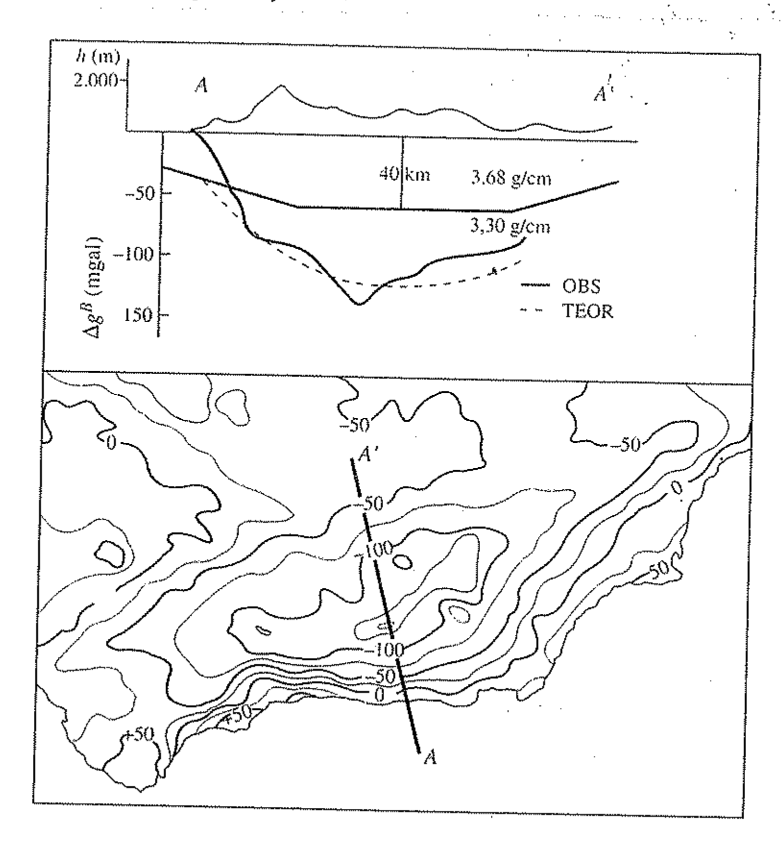


Figura 4.5. Mapa de anomalías de Bouguer del sureste de España (I.G.N.) (en mgal). Perfil de anomalías A – A′ (sobre Sierra Nevada) y el correspondiente teórico que corresponde al modelo de corteza que se ajusta a los datos (según Suriñach).

4.4. Interpretación de las anomalías locales

En Geofísica Aplicada, las anomalías gravimétricas son utilizadas en la detección de masas anómalas en el interior de la corteza, cuya densidad difiere de la de las rocas circundantes. Estas masas pueden representar yacimientos de minerales de densidad alta, como los de hierro, plomo, cinc, etc., o domos de sal de densidad baja que pueden estar asociados a la presencia de hidrocarburos. El primer paso en el procedimiento a seguir en estos casos es el de eliminar las tendencias regionales de las anomalías, debidas a las estructuras profundas. Hecho esto, las anomalías locales resultantes corresponden a la existencia de masas anómalas en el interior de la corteza relativamente cerca de la superficie.

Supongamos que en el interior de la Tierra existe una masa M de volumen V y densidad ρ, cuya diferencia con la densidad del medio ρ_0 es $\rho - \rho_0 = \Delta\rho$. Si medimos la gravedad g en el punto P, su valor se verá afectado por la atracción de la masa

$\Delta M = \Delta\rho V$, masa excedente o anómala. Como el valor de esta atracción $\boldsymbol{F}$ es muy pequeño en comparación con g, sólo nos interesa su componente en la dirección de g, o sea la componente vertical F_z. El potencial gravimétrico U_p de la masa anómala en el punto P viene dado por:

$$U_p = G \int_V \frac{\Delta\rho \, dV}{r} \qquad [4.13]$$

El componente vertical de la atracción en el punto P será (Fig. 4.6):

$$F_z = \frac{\partial U_p}{\partial z} = G\Delta\rho \frac{\partial}{\partial z} \int_V \frac{dV}{r} = G\Delta\rho \int_V \frac{\cos\theta \, dV}{r^2} \qquad [4.14]$$

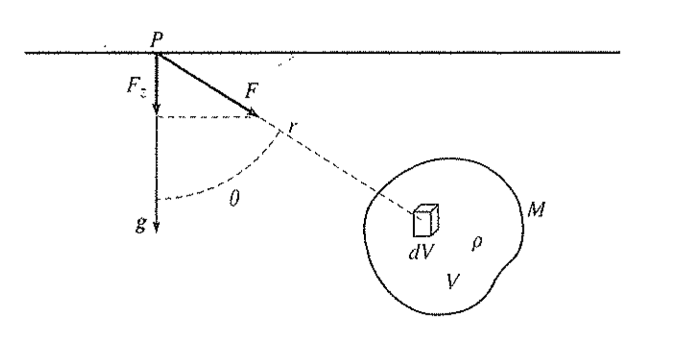


FIGURA 4.6. Atracción en el punto P de una masa anómala M y su componente vertical F_z.

Si ésta es la única masa que afecta la medida de g en P, F_z será el valor de la anomalía de la gravedad en P, es decir, $\Delta g = F_z$. El signo de Δg dependerá del de $\Delta\rho$.

Si se toman medidas en un conjunto de puntos de la superficie, formando una malla, se obtiene un mapa de anomalías $\Delta g(x, y)$. Los valores a lo largo de una línea constituyen un corte gravimétrico. El análisis de las distribuciones de anomalías permite descubrir la extensión, contraste de densidades y profundidad a que se encuentran las masas anómalas. La interpretación, sin embargo, no es única, existiendo siempre un número infinito de distribuciones de masa anómalas que producen las mismas anomalías en la superficie. Estas breves ideas constituyen el fundamento de los métodos de prospección gravimétrica, utilizados para detectar masas anómalas en el interior de la Tierra, por ejemplo, yacimientos de minerales.

El valor de la gravedad en la superficie de la Tierra es de aproximadamente 9,8 m s^{-2}, y la mayor parte de este valor es debido al núcleo terrestre, cuya masa constituye el 32 por 100 de la masa total de la Tierra. Los materiales de la corteza contribuyen sólo a un 0,3 por 100 del valor de g. Las densidades de las rocas de la superficie de la Tierra varían en los sedimentos de 1,6 g/cm^3 para las rocas no consolidadas a 2,4 g/cm^3 de las calizas y en las rocas ígneas de 2,8 g/cm^3 (granito) a 3,2 g/cm^3 (olivino). Las masas mineralizadas pueden tener densidades hasta el doble que la roca encajante, aunque densidades por encima de 4 g/cm^3 son muy raras. Estas variaciones

de densidad afectan sólo a variaciones del orden de 10 ug (1 mgal) en las medidas de la gravedad, por lo que se necesita para detectarlas una exactitud en los instrumentos del orden de 1 ug. Aunque en las medidas absolutas de la gravedad es difícil alcanzar esta exactitud, no lo es en las medidas relativas con los gravímetros actualmente en uso.

4.5. Anomalías de figuras tridimensionales. Anomalías producidas por una esfera

Si la forma de la masa anómala es esférica de radio R y con centro a profundidad d, las anomalías en puntos en la superficie pueden calcularse fácilmente.

Si la densidad de la esfera es ρ y la del medio ρ_0, su masa anómala es:

$$\Delta M = \frac{4}{3}(\rho - \rho_0)\pi R^3 \qquad [4.15]$$

El potencial de la masa anómala para un punto de coordenadas (x, z) donde el origen de x está sobre el centro de la esfera y z es positiva hacia abajo (Fig. 4.7), viene dada por:

$$U = \frac{G\Delta M}{r} = \frac{G\Delta M}{\sqrt{x^2 + (z-d)^2}} \qquad [4.16]$$

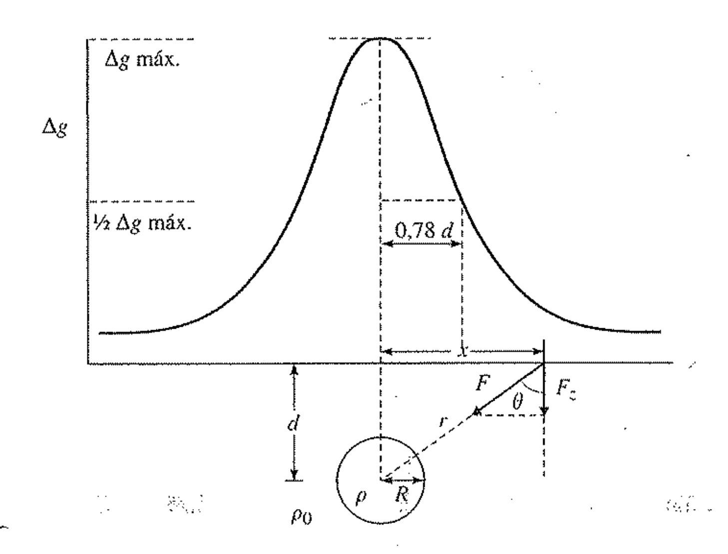


FIGURA 4.7. Curva de anomalías producidas por una esfera enterrada a profundidad d.

Las anomalías para puntos del eje x, sobre la superficie ($z = 0$):

$$\Delta g(x) = \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{G\Delta M d}{(x^2 + d^2)^{3/2}} \qquad [4.17]$$

El valor máximo de la anomalía es para $x = 0$:

$$\Delta g_{\text{máx}} = \frac{G\Delta M}{d^2} \qquad [4.18]$$

El punto de inflexión de la curva $\Delta g(x)$ corresponde a:

$$x_{\text{inf}} = \pm \frac{d}{2} \qquad [4.19]$$

y el valor de x para el que el valor de Δg es la mitad del máximo:

$$x_{1/2} = \sqrt{2^{2/3} - 1}\; d = 0{,}776d \qquad [4.20]$$

Esta relación entre la anchura de la anomalía y la profundidad máxima indica que anomalías muy estrechas corresponden a masas anómalas muy superficiales. Por tanto, si se conoce $\Delta g(x)$, las anomalías en superficie, para una masa anómala esférica, se puede deducir su profundidad d, y su masa ΔM:

$$d = 2x_{\text{inf}} = 1{,}305x_{1/2} \qquad [4.21]$$

y

$$\Delta M = \frac{\Delta g_{\text{máx}} d^2}{G} \qquad [4.22]$$

Si se conoce además el contraste de densidades $\Delta\rho = \rho - \rho_0$, se puede determinar también el radio R de la masa:

$$R = \left(\frac{3}{4\pi}\frac{\Delta M}{\Delta\rho}\right)^{1/3} \qquad [4.23]$$

Como la atracción de una esfera corresponde a la de toda su masa concentrada en su centro, la profundidad d obtenida de esta forma será la *profundidad máxima* a la que puede estar la masa anómala.

La misma curva de anomalías $\Delta g(x)$, sin embargo, puede estar producida por otras masas a profundidades menores de d, y con formas más extendidas cuanto más superficiales. Esta conclusión resulta de la ambigüedad inherente a los datos gravimétricos, es decir, que una misma distribución de anomalías puede estar producida por un número infinito de distribuciones de masas anómalas.

4.5.1. *Anomalías producidas por un cilindro vertical*

En muchas aplicaciones es útil conocer las anomalías producidas por un cilindro vertical, para puntos situados sobre su eje. Si h es la altura del cilindro, a su radio y d la distancia desde la base inferior al punto para el que se calculan las anomalías, el potencial anómalo U viene dado por (Fig. 4.8):

$$U = G\Delta\rho \int_0^{2\pi}\int_0^a\int_0^h \frac{s\,ds\,dz\,d\theta}{\sqrt{s^2 + (d-z)^2}} \qquad [4.24]$$

La componente vertical de la atracción gravitacional o anomalía Δg viene dada por:

$$\Delta g = \frac{\partial U}{\partial z} = 2\pi G\Delta\rho \int_0^a\int_0^h \frac{(d-z)s\,ds\,dz}{[s^2 + (d-z)^2]^{3/2}} \qquad [4.25]$$

donde se ha integrado con respecto a θ. Si se integra con respecto a s y luego con respecto a z, se obtiene:

$$\Delta g = 2\pi G\Delta\rho[h + \sqrt{a^2 + (d-h)^2} - \sqrt{a^2 + d^2}] \qquad [4.26]$$

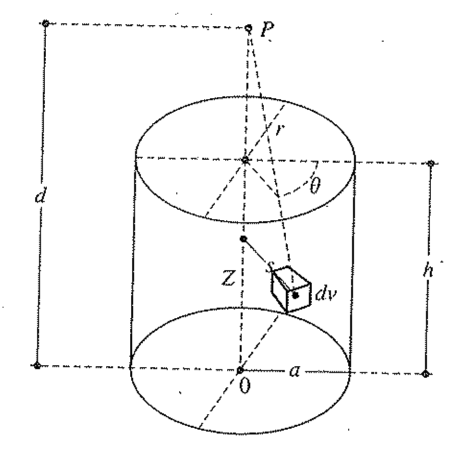


FIGURA 4.8. Atracción gravitacional de un cilindro vertical sobre un punto situado en su eje.

De esta ecuación se puede deducir la fórmula para la atracción de una capa o estrato infinito, haciendo $d = h$ y tomando el límite cuando el radio a tiende a infinito:

$$\Delta g = 2\pi G\Delta\rho h \qquad [4.27]$$

Esta fórmula es la utilizada para calcular la corrección de Bouguer.

4.6. Anomalías de estructuras bidimensionales

Si una de las dimensiones de una estructura anómala es mucho mayor que las otras dos, se la puede considerar como infinita y el problema de las anomalías se puede resolver más fácilmente en dos dimensiones. La solución del problema bidimensional se simplifica utilizando el potencial logarítmico:

$$U_L = 2GM \ln\left(\frac{1}{r}\right) \qquad [4.28]$$

Esta expresión corresponde al potencial de un hilo infinito de masa M en un punto a distancia r, medida en la dirección perpendicular. Para un cuerpo de sección S, infinitamente largo, el potencial anómalo para puntos en un plano normal al eje del cuerpo es (Fig. 4.9):

$$U_L = 2G\Delta\rho \int_S \ln\left(\frac{1}{r}\right) ds \qquad [4.29]$$

Las anomalías $\Delta g(x, z)$, para puntos a lo largo de una línea en la superficie normal al eje, vienen dadas por:

$$\Delta g(x, z) = 2G\Delta\rho \frac{\partial}{\partial z}\int_S \ln\left\{\frac{1}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2}}\right\} d\xi\, d\zeta \qquad [4.30]$$

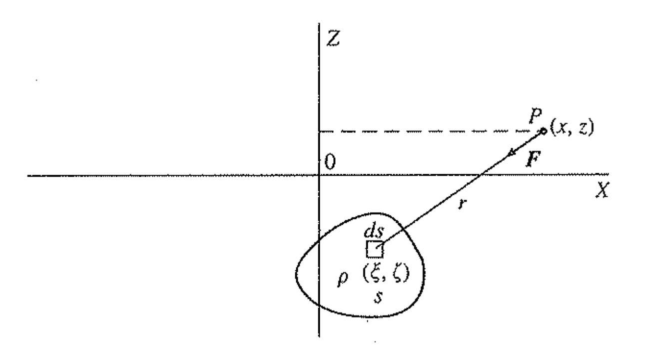


FIGURA 4.9. Atracción de una masa de longitud infinita y sección S en un punto P.

4.6.1. *Anomalías de un cilindro horizontal infinito*

En el caso de un cilindro horizontal infinito de radio a, enterrado a una profundidad d, para puntos en la superficie a lo largo de una línea normal al eje del cilindro y con el origen sobre le eje del cilindro, las anomalías son (Fig. 4.10):

$$\Delta g(x) = \frac{2G\pi a^2 d\Delta\rho}{x^2 + d^2} \quad [4.31]$$

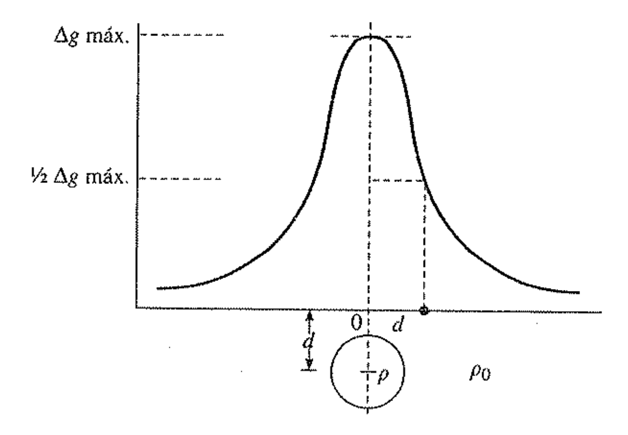


FIGURA 4.10. Curva de anomalías producida por un cilindro horizontal infinito a una profundidad d.

La anomalía máxima corresponde a $x = 0$, y su valor es:

$$\Delta g_{\text{máx}} = \frac{2G\pi\Delta\rho a^2}{d} \quad [4.32]$$

El punto de inflexión de la curva de anomalías, x_{inf} y el valor de x para el que la anomalía vale la mitad de su valor máximo, $x_{1/2}$, vienen dados por:

$$x_{\text{inf}} = \frac{d}{\sqrt{3}} \quad [4.33]$$

$$x_{1/2} = d \quad [4.34]$$

Por tanto, la profundidad del cilindro es:

$$d = x_{1/2} = \sqrt{3}x_{\text{inf}} \quad [4.35]$$

Puede verse que en este caso la profundidad correspondiente al cilindro, o profundidad máxima para dos dimensiones, es menor que la que corresponde a la esfera, o profundidad máxima para tres dimensiones.

4.6.2. *Anomalías de una falla vertical*

El método expuesto para determinar anomalías en estructuras de dos dimensiones se puede emplear para determinar el corte transversal de las anomalías gravimétricas a través de una falla vertical, que afecta a materiales de distinta densidad. Usando la forma del potencial logarítmico, las anomalías para puntos de la superficie vienen dadas por:

$$\Delta g(x) = 2G\,\Delta\rho \frac{\partial}{\partial z} \int_{d_1}^{d_2} \int_0^{\infty} \ln \left[\frac{1}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2}} \right] d\xi\, d\zeta \quad [4.36]$$

Integrando y resolviendo para $z = 0$:

$$\Delta g(x) = G\Delta\rho \left\{ \pi(d_2 - d_1) + 2d_2 \,\text{tg}^{-1}\left(\frac{x}{d_2}\right) - 2d_1 \,\text{tg}^{-1}\left(\frac{x}{d_1}\right) + x \ln\left(\frac{x^2 + d_2^2}{x^2 + d_1^2}\right) \right\} \quad [4.37]$$

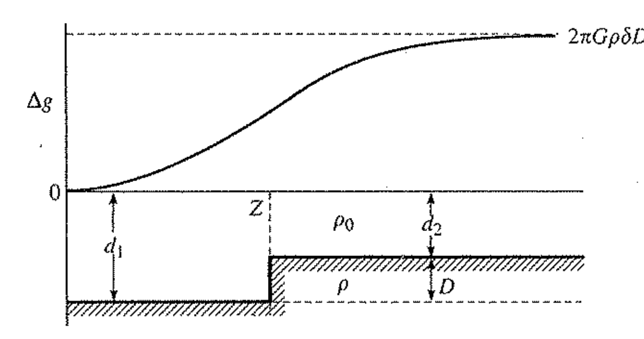


FIGURA 4.11. Curva de anomalías producida por una falla de salto vertical D.

En la figura 4.11 se puede ver la forma de la curva de anomalías. La ecuación [4.37] puede utilizarse para generar curvas de anomalías que, comparadas con las observadas, permiten determinar el desplazamiento de la falla $D = d_2 - d_1$, supuesto conocido el contraste de densidades $\Delta\rho$.

4.7. Bibliografía

De una manera concisa, el problema de la isostasia y la interpretación de las anomalías regionales y locales se puede encontrar en los capítulos dedicados a estos temas en los textos de Geofísica General como GARL 12 y 13 STAC 3. Un tratamiento más extenso se encuentra en los libros especializados:

GARLAND, G. D. (1965): *The Earth's shape and gravity field*, Pergamon, Nueva York, caps. 5-8.
JONG, K. A. DE, y SCHOLTEN, R. (1973): *Gravity and tectonics*, John Wiley, Nueva York.
PICK, PICHA y VYSKOCIL (1973), cap. 14.
VEINING MEINESZ, F. A. (1970): *La corteza y el manto terrestre*, Alhambra, Madrid, cap. 2.

Sobre la utilización de los métodos gravimétricos en prospección, pueden consultarse los capítulos pertinentes de los textos generales de Geofísica Aplicada citados en el capítulo 1, entre ellos, DOBR 8-12, NETT 1-7, PARA 3. Un enfoque más matemático con la deducción de fórmulas para las anomalías producidas por masas de distintas formas y métodos de interpretación se encuentra en GRAN 9-10 y en el texto más moderno TELF 2. Dedicado exclusivamente a la prospección gravimétrica y en edición española.

MIRONOV, V. S. (1980): *Curso de prospección gravimétrica*, Reverte, Barcelona.

Algunos temas concretos como el cálculo de correcciones topográficas, anomalías de cuerpos de tres dimensiones de forma arbitraria y relaciones entre anomalías y tectónica se encuentran en los siguientes artículos:

HAMMER, S. (1939): «Terrain corrections for gravimeter stations», *Geophysics*, 4, 184-194.
KAULA, W. M. (1969): «A tectonic classification of the main features of the Earth's gravitational field», *Geophys. Res.*, 74, 4807-4826.
TALWANI, M., y EWING, M. (1960): «Rapid computation of gravitational attraction of three dimensional bodies of arbitrary shape», *Geophysics*, 25, 203-225.
WOOLLARD, G. P. (1969): «Regional variations in gravity. P. J. Hart. The Earth's Crust and upper Mantle», *Am. Geophy. Union. Washington*, 320-341.

El hecho de que varios individuos que cuentan una misma cantidad logren un resultado igual es para los psicólogos un ejemplo de asociación de ideas.

J. L. BORGES, *Ficciones*.

5.1. Medidas absolutas de la gravedad

La medida de la aceleración de la gravedad proporciona un buen ejemplo de las dificultades que se presentan cuando una magnitud relativamente simple trata de medirse con gran precisión. Por su definición, consiste esta medida en observar dos unidades fundamentales, longitud y tiempo, que han de realizarse con gran precisión si se pretende detectar pequeñas variaciones de la magnitud derivada, la aceleración de la gravedad.

El valor de g, la aceleración de la gravedad, está intrínsecamente relacionada con el valor de G, la constante universal de gravitación. La primera medida de esta constante fue realizada en 1798 por H. Cavendish (1731-1810), en el experimento encaminado a medir la masa y densidad de la Tierra. Un valor actual de G es $6{,}673 \times 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2}. Una vez adoptado un valor para G y M, la masa de la Tierra, su producto GM, constante geocéntrica de gravitación, entra como factor en las fórmulas para la gravedad.

Como ya se vio en el capítulo 2, el valor de g sobre la superficie de la Tierra varía de unos puntos a otros, siendo su variación más importante función de la latitud y altitud. La variación máxima oscila entre 9,78 m s^{-2} y 9,83 m s^{-2}. Sin embargo, en las determinaciones del valor de g encaminadas a detectar la forma del geoide o la existencia de pequeñas masas anómalas cerca de su superficie, se exige precisiones de estas medidas del orden de 1 μm s^{-2} y hasta 0,01 μm s^{-2}. Dependiendo del tipo de problema que se trate, unas veces se necesita conocer el valor de g en un punto de forma absoluta, mientras que otras es suficiente conocer las variaciones de este valor de unos puntos a otros. Estas últimas observaciones se denominan medidas relativas y pueden hacerse más fácilmente y con mayor exactitud que la que se puede alcanzar en las medidas absolutas.

5.1.1. *Método pendular*

Una observación absoluta de g ha de realizarse mediante algún experimento físico que relacione g con medidas de longitud y tiempo. En este sentido, el movimiento de un péndulo ha sido, desde muy antiguo, el experimento más utilizado.

Considerando un péndulo simple de longitud l oscilando con pequeña amplitud, su periodo viene dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad [5.1]$$

y la aceleración de la gravedad:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \qquad [5.2]$$

En el caso del péndulo físico, su periodo viene dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_c}{mgh}} \qquad [5.3]$$

y el valor de g:

$$g = \frac{4\pi^2 I_c}{T^2 mh} \qquad [5.4]$$

siendo I_c el momento de inercia del péndulo respecto al eje de giro c, m su masa y h la distancia del centro de giro al centro de masa o.

Como I_c y h no pueden medirse fácilmente, se recurre al llamado péndulo reversible o de Kater tal que, haciéndole oscilar entre dos puntos (C y C', Fig. 5.1), el periodo sea el mismo. La longitud l del péndulo simple equivalente con idéntico periodo viene dada por:

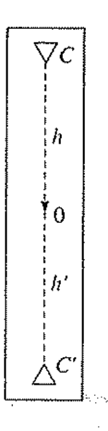


FIGURA 5.1. Péndulo físico reversible o de Kater.

$$l = \frac{I_c}{mh} = \frac{I_0}{mh} + h \qquad [5.5]$$

Mediante este método, E. Kater (1777-1835) determinó el valor absoluto de g en Londres, con un valor sorprendentemente exacto, a pesar de la simplicidad de su método.

Existe otro método de observación pendular utilizado por F. W. Bessel (1784-1846) en las medidas absolutas realizadas en Könisberg y Berlín en 1835. Según este método, no es necesario, como en el de Kater, obtener el mismo periodo con los dos centros de oscilación, sino dos valores T_1 y T_2, muy próximos. En esta forma puede deducirse el periodo T del péndulo simple equivalente:

$$T^2 = \frac{a_1 T_1^2 - a_2 T_2^2}{a_1 - a_2} \qquad [5.6]$$

siendo a_1 y a_2 las distancias entre los ejes de oscilación al centro de gravedad del sistema.

Expresando el error de los valores de la gravedad en función de los errores de T y de l, se deduce que, si se pretende medir g con un péndulo de 1 s de período y 1 m de longitud y con precisión de 10 μm s^{-2}, el error máximo permitido en la determinación de T es de aproximadamente 10^{-7} s, y en l de 10^{-6} m. Como puede verse, la precisión requerida en T y l es muy grande, lo que se traduce en una gran dificultad para obtener exactitudes elevadas para g con este tipo de experimento. En España la primera determinación absoluta de la gravedad por este método fue realizada por J. Barraquer y Rovira en 1882 dando un resultado para Madrid de 9,800156 ± 0,000010 m s^{-2}.

5.1.2. *Método de caída libre*

Otro experimento físico, a partir del cual podemos medir el valor de g, es el de la caída libre de un cuerpo, de la que se deduce:

$$g = \frac{2h}{t^2} \qquad [5.7]$$

Las observaciones de g se deducen de las medidas del tiempo empleado en recorrer la altura h. Este experimento consiste en el lanzamiento vertical de un objeto en un recipiente en el que se ha realizado el vacío, y medir el tiempo que tarda en pasar por dos marcas cuya distancia se conoce, tanto en su camino ascendente como descendente. Si dichas marcas están a l_1 y l_2 de un origen arbitrario, los tiempos de paso por ellas t_1 y t_2, y la velocidad inicial es v_0, el recorrido en cada caso es:

$$l_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2 \qquad [5.8]$$

$$l_2 = v_0 t_2 + \frac{1}{2} g t_2^2 \qquad [5.9]$$

Despejando el valor de v_0 y resolviendo para g se obtiene:

$$g = \frac{2(l_2 t_1 - l_1 t_2)}{t_1 t_2 (t_2 - t_1)} \qquad [5.10]$$

En la práctica, la realización de este experimento cuando se desea obtener una exactitud muy grande implica también muchas dificultades. Por esta razón, estas medidas se realizan en muy pocos laboratorios especializados, con un instrumental cada vez más complejo. El orden de exactitud exigido en este tipo de experimentos es de 10^{-3} mm en las medidas de longitud y de 10^{-8} s en las de tiempo, para alcanzar una precisión del orden de 1 μm s^{-2} en el valor absoluto de g. Las primeras medidas de g utilizando este método son las de Volet en 1952. Actualmente este método se ha generalizado y sustituido por completo al método pendular para las medidas absolutas. Algunos ejemplos de medidas absolutas de la gravedad son los siguientes:

National Bureau of Standards, Washington; 9,801 042 34 m s^{-2}
National Physical Laboratory, Teddington: 9,811 818 6 m s^{-2}
Bureau International des Pois et Mesures, Sevres; 9,809 259 6 m s^{-2}

Debido a las diferencias en las medidas absolutas efectuadas en diversas localizades, es costumbre referirlas a un valor patrón. Este valor corresponde al de la medida de Potsdam, Alemania. El valor del datum de Potsdam es 9,812 603 m s^{-2}. Entre 1989 y 1990 se realizaron en España las primeras determinaciones absolutas de la gravedad por el Instituto de Astronomía y Geodesia (CSIC-UCM) y el Instituto Geodésico de Finlandia. Los dos puntos elegidos fueron la Facultad de Ciencias Físicas de la Universidad Complutense de Madrid (40° 26′ 52,1″ N, 3° 43′ 36,1″ W, h = 646,20 m) y el Valle de los Caídos (40° 38′ 57,1″, 4° 8′ 35,9″ W, h = 1.212,4 m). Los valores observados son los siguientes:

Madrid: g = 9,799 641 2681 ± 0,8 × 10^{-8} m s^{-2}
Valle: g = 9,798 849 2699 ± 1,2 × 10^{-8} m s^{-2}

5.2. Medidas relativas

En las primeras medidas relativas de la gravedad se siguieron usando péndulos, como las realizadas para prospección por R. Sterneck en 1881. Una innovación con respecto a este método fue la balanza diseñada por R. Eötvös en 1896, que mide los componentes horizontales del gradiente de la gravedad y se utilizó durante años con fines de interpretación geológica y de prospección. Entre los años 1930 y 1940 se desarrollaron aparatos denominados gravímetros, basados generalmente en el principio de astatización, que veremos más adelante, y cuya precisión ha ido aumentando con el tiempo.

5.2.1. *Métodos pendulares*

Los métodos pendulares de las medidas relativas están hoy en día abandonados, pero su teoría es de interés para entender la diferencia entre estas medidas y las absolutas. Fundamentalmente, estas medidas están basadas en la determinación de las variaciones en el periodo de oscilación de un péndulo de un lugar a otro. Suponiendo que la longitud del péndulo equivalente no cambia, si g_1 es el valor de la gravedad en un punto, donde el periodo es T_1, en un segundo punto los valores serán g_2 y T_2, cumpliéndose que:

$$g_2 = g_1 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 \qquad [5.11]$$

Si la diferencia en el periodo es $T_2 - T_1 = \Delta T$, sustituyendo $T_2 = T_1 + \Delta T$ en [5.11] y desarrollando se obtiene:

$$g_2 = g_1 \frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta T}{T_1}\right)^2} = g_1 \left[1 - 2\frac{\Delta T}{T_1} + 3\left(\frac{\Delta T}{T_1}\right)^2 ...\right] \qquad [5.12]$$

La diferencia de gravedad entre los dos puntos es:

$$\Delta g = g_2 - g_1 = g_1 \left[-2\frac{\Delta T}{T_1} + 3\left(\frac{\Delta T}{T_1}\right)^2 - 4\left(\frac{\Delta T}{T_1}\right)^3 ...\right] \qquad [5.13]$$

Sólo se necesita medir la diferencia de periodos entre un punto base y los puntos donde se quiere observar Δg, y el valor de la gravedad y el periodo en el punto base. La precisión requerida para ΔT es del orden de 10^{-7} s, para un péndulo de periodo T_1 = 0,5 s, si se quiere medir Δg con la exactitud de 10 μm s^{-2}. No obstante, hemos de asegurar que la longitud del péndulo no cambia entre dos medidas, pues un cambio de 10^{-3} mm implica un error de 10 μm s^{-2}.

En una observación pendular, tanto para medidas absolutas como relativas es preciso realizar una serie de correcciones que hacen que estos métodos sean complicados y laboriosos. Por citar algunas de ellas diremos que existe corrección de periodo por rozamiento del aire, por temperatura, por oscilación del soporte del péndulo, por amplitud del movimiento, etc. Por estas razones, los métodos pendulares han sido prácticamente abandonados en la actualidad.

5.2.2. *Gravímetros*

Para la determinación relativa de g, se utiliza modernamente otro tipo de aparatos, que reciben el nombre de gravímetros. Éstos se basan, en general, en que la tensión de un muelle, con una pequeña masa suspendida, varía de unos puntos a otros, por efecto de las variaciones en el valor de g. Medir diferencias de tensión en el resorte implica que pequeñas variaciones de g producen deformaciones apreciables en la longitud del resorte. Denominando K la constante elástica del resorte, el alargamiento será (Fig. 5.2):

$$K(l - l_0) = -mg \qquad [5.14]$$

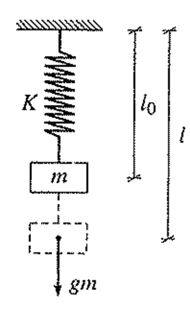


FIGURA 5.2. Elongación de un resorte vertical con una masa suspendida por efecto de la gravedad.

Si diferenciamos, se obtiene:

$$\frac{dl}{dg} = -\frac{m}{K} \qquad [5.15]$$

siendo dl/dg el factor de sensibilidad de un gravímetro. De acuerdo con esta relación, la sensibilidad de un gravímetro aumenta al aumentar m y disminuir K.

Los gravímetros modernos, desarrollados desde los años 1930, entre los que se encuentran los conocidos con los nombres de La Coste-Romberg y Worden, están fundamentalmente basados en el concepto de «muelle de longitud cero». Este tipo de muelle se caracteriza por ser su longitud total proporcional a la tensión ejercida sobre él, de forma que si se retiran todas las fuerzas, su longitud será nula. Físicamente un muelle perfecto de longitud nula no se puede construir, aunque sí se puede aproximar suficientemente. El esquema del funcionamiento de un gravímetro basado en este concepto viene representado en la figura 5.3.

De acuerdo con el concepto de muelle de longitud cero, la tensión ejercida sobre el muelle será Kl, donde K es la constante elástica del muelle, pero debido a que el muelle no es perfecto, se introduce una corrección l_0 de forma que la tensión es $K(l - l_0)$. Como en cualquier posición el muelle está en equilibrio, tomando momentos con respecto al origen 0, se tiene:

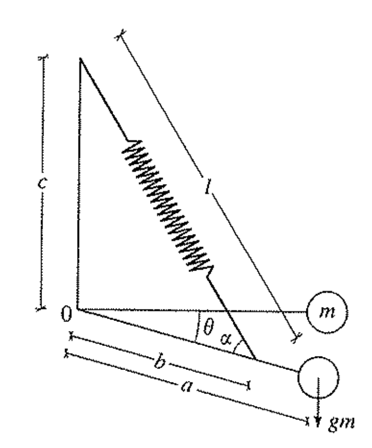


FIGURA 5.3. Esquema del principio de muelle de longitud cero utilizado en la construcción de gravímetros.

$$mga \cos\theta = K(l - l_0)b \operatorname{sen}\alpha \qquad [5.16]$$

y usando la ley de los senos:

$$mga \cos\theta = K(l - l_0)b\,\frac{c}{l}\cos\theta \qquad [5.17]$$

Despejando el valor de g se obtiene:

$$g = \frac{K}{m}\frac{cb}{a}\frac{l - l_0}{l} \qquad [5.18]$$

Para un incremento en g:

$$g + \delta g = \frac{K}{m}\frac{bc}{a}\left(\frac{l + \delta l - l_0}{l + \delta l}\right) \qquad [5.19]$$

Sustituyendo la ecuación [5.18] en [5.19], y despreciando términos de segundo orden, la sensibilidad del gravímetro viene dada por:

$$\frac{\delta l}{\delta g} = \frac{m}{K}\frac{a}{bc}\frac{l^2}{l_0} \qquad [5.20]$$

La sensibilidad será tanto mayor cuanto mayor sean m, a y l, y más pequeños sean K, b, c y l_0. Cuanto más perfecto sea el muelle de longitud cero y menor sea su constante elástica, mayor será su estabilidad. El orden de sensibilidad obtenido por algunos gravímetros es de 0,1 μm s^{-2}.

Este sistema que hemos descrito está basado en medir una traslación como conse-

cuencia de un cambio en g. Sin embargo, la sensibilidad obtenida midiendo rotaciones es mucho mayor, obteniéndose así otro sistema de gravímetros. El principio en que se basan éstos es similar al descrito anteriormente, aunque el efecto a medir es el de rotación por torsión de un hilo de cuarzo unido rígidamente a un brazo, en el que está situada la masa m (Fig. 5.4).

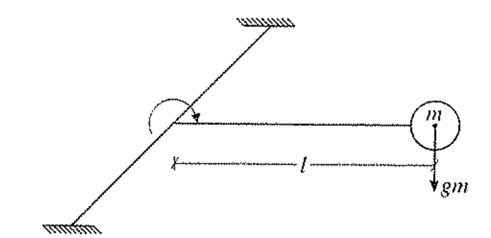


FIGURA 5.4. Esquema de un gravímetro de torsión.

Sobre el sistema actuarán, pues, momentos de fuerzas exteriores (la gravedad) e interiores (elásticas). El momento de las fuerzas interiores $E(\phi, t)$ depende del ángulo de inclinación y de la temperatura, mientras que el de las fuerzas exteriores $gN(\phi, t, P, \beta)$ depende también de la presión y ángulo de inclinación de todo el sistema β, siendo la condición de equilibrio:

$$gN(\phi, t, P, \beta) + E(\phi, t) = 0 \qquad [5.21]$$

Diferenciando para todas las variables que intervienen:

$$\left(g\frac{\partial N}{\partial \phi} + \frac{\partial E}{\partial \phi}\right)\frac{d\phi}{dg} + \left(g\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial t}\right)\frac{dt}{dg} + + g\frac{\partial N}{\partial \beta}\frac{d\beta}{dg} + g\frac{\partial N}{\partial P}\frac{dP}{dg} + N = 0 \qquad [5.22]$$

siendo $d\phi/dg$ la sensibilidad del gravímetro.

Puede demostrarse que la sensibilidad de un gravímetro de rotación es proporcional al cuadrado del periodo de oscilación. Esto implica que se necesiten sistemas con un periodo de oscilación muy largo.

Una característica que poseen la mayoría de los gravímetros es la llamada «astatización». Esta propiedad induce que la respuesta del sistema a las variaciones de g no sea lineal, sino que una variación en la condición de equilibrio genere nuevas fuerzas, que producen un giro o desplazamiento mayor que el de un gravímetro no astatizado.

Actualmente, en la mayoría de los gravímetros, los elementos del sistema sensible están fabricados de fibra de cuarzo de muy poco peso y encerrados en un recipiente hermético de baja presión. El sistema está, además, aislado térmicamente, poseyendo algunos modelos de los que los más sensibles alcanzan precisiones de 0,001 μm s^{-2} y

tienen una deriva muy pequeña del punto cero (1 μm s^{-2} por mes). En la figura 5.5 se representa el esquema simplificado de un gravímetro Worden.

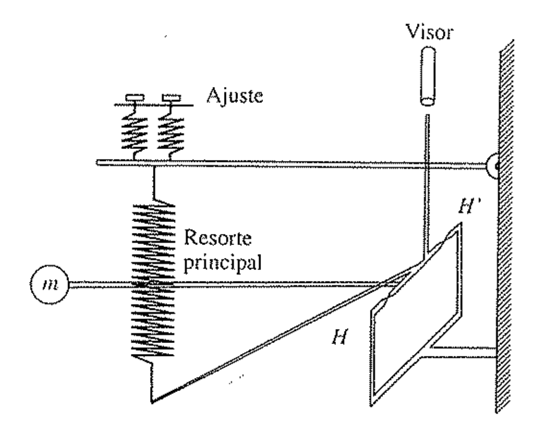


FIGURA 5.5. Esquema simplificado de las partes principales de un gravímetro tipo Worden.

El sistema se encuentra en equilibrio inestable alrededor del eje HH'. Un cambio en g desplaza el brazo, que puede volver a su posición original mediante un acortamiento del muelle de pretensión, que se visualiza por el indicador a través de un microscopio. Este acortamiento, leído en el tornillo de ajuste, proporciona una medida de la variación de g. La compensación por variación de temperatura se consigue mediante la utilización de materiales de diferentes coeficientes de expansión térmica.

Un nuevo modelo de gravímetro es el gravímetro superconductor (GWR Instruments, San Diego). Este nuevo tipo de gravímetro utiliza una esfera de 2,5 cm de diámetro de niobio suspendida en un campo magnético muy estable producido por superconductores que sustituye a los muelles. La posición de la masa varía con los cambios de la gravedad y es medida con una gran exactitud por interferometría. El gravímetro opera en una cámara de vacío a 4,2°K refrigerada por helio líquido. La precisión de este instrumento es de 10^{-5} μm s^{-2} o de una parte en 10^{12} del valor de la gravedad.

5.3. Observaciones de la gravedad sobre móviles

Los métodos descritos hasta ahora permiten conocer el valor de g de forma absoluta o relativa para puntos fijos en la superficie de la Tierra. Sin embargo, es de gran interés extender las observaciones gravimétricas a las zonas cubiertas por los mares, haciendo medidas en barcos o bien realizar observaciones en el aire en aviones. En cualquier caso, la aparición de aceleraciones por el hecho de situar el aparato en un móvil, complica las observaciones.

Vening Meinesz, en 1929, comenzó a estudiar este problema e ideó un ingenioso sistema para anular las componentes horizontales de la aceleración del móvil, ya que

la vertical, en principio, es muy difícil de tener en cuenta. Supongamos un péndulo oscilando sobre un soporte fijo. La ecuación de desplazamiento angular θ respecto a la vertical es:

$$\ddot{\theta}_1 + \frac{g}{l}\theta_1 = 0 \qquad [5.23]$$

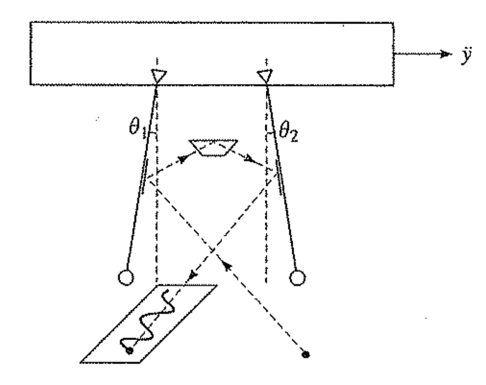


FIGURA 5.6. Doble péndulo para la medida de la gravedad sobre un móvil, según el método de Vening-Meinesz.

Si el soporte está sometido a una aceleración horizontal $\ddot{y}$ en el plano de oscilación, la ecuación resultante será:

$$\ddot{\theta}_1 + \frac{g}{l}\theta_1 = -\frac{\ddot{y}}{l} \qquad [5.24]$$

Si colocamos un segundo péndulo idéntico al anterior sobre el soporte, su ecuación será:

$$\ddot{\theta}_2 + \frac{g}{l}\theta_2 = -\frac{\ddot{y}}{l} \qquad [5.25]$$

Restando ambas ecuaciones, obtenemos la ecuación de un péndulo ficticio de ecuación:

$$(\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_2) + \frac{g}{l}(\theta_1 - \theta_2) = 0 \qquad [5.26]$$

el cual no está influido por la aceleración $\ddot{y}$. En la figura 5.6 se muestra un esquema del sistema que permite la medida directa de $\theta_1 - \theta_2$.

Las aceleraciones verticales $\ddot{Z}$, debidas al movimiento, pueden corregirse por la

observación durante un periodo de tiempo t, puesto que si se integra durante dicho periodo:

$$\ddot{Z} = \frac{1}{t}\int_0^t \ddot{Z}\,dt = \frac{1}{t}(\dot{Z}_t - \dot{Z}_0) \qquad [5.27]$$

Es decir, la aceleración vertical del soporte depende de las velocidades inicial y final y del tiempo transcurrido. Si t es muy grande, puede hacerse que $\ddot{Z}$ sea prácticamente cero. Esto se consigue, por ejemplo, cuando t = 30 min para observaciones en submarinos. El inconveniente es que entonces el valor obtenido no correspode a un punto, sino a una cierta longitud que el móvil ha recorrido en ese tiempo.

Modernamente las medidas sobre móviles se realizan utilizando gravímetros debidamente acondicionados. Éstos se colocan en una suspensión Cardan y se considera como si dicha suspensión fuese un péndulo. De esta forma es posible reducir los valores de g obtenidos con un gravímetro sobre móviles. En cualquier caso, la precisión de las medidas en móviles es muy inferior a la obtenida sobre puntos fijos, pues se llega en el mejor de los casos a precisiones de 10 μm s^2, frente a 0,01 μm s^2 en las observaciones fijas.

5.4. Bibliografía

Las ideas fundamentales sobre los principios de la instrumentación gravimétrica y las observaciones absolutas y relativas pueden encontrarse en los textos generales, tanto de Geofísica general como de prospección, como en GARL 10 y TELF 2. Una información más detallada se encuentra en los textos especializados citados en capítulos precedentes.

MIRONOV (1980): 5, 6, 7 y 9.
PICK, PICHA y VYSKOCIL (1973): 5 y 6.

Un libro, hoy ya un poco antiguo, pero en el que se dedica bastante extensión al problema de las medidas y la instrumentación clásica es:

LEJAY, P. (1947): *Développements modernes de la Gravimetrie,* Gauthier-Villars, París.

Aunque también un poco antiguo, es muy interesante por su valor diáctico y su papel en el desarrollo de la gravimetría en España el libro:

INGLADA, V. (1923): *Las observaciones gravimétricas,* Instituto Geográfico, Madrid.

Los valores de las observaciones absolutas pueden encontrarse en el artículo:

HAMMOND, J. A., y FALLER, J. E. (1971): «Results of absolute gravity determinations at a number of different sites», *J. Geophys. Res.,* 76, 7850-7854.

Capítulo 6

ROTACIÓN DE LA TIERRA. SATÉLITES ARTIFICIALES

Siento el mundo rodar bajo mis pies, rodar ligero con siempre capacidad de estrella con esa alegre generosidad del lucero que ni siquiera pide un mar en que doblarse.

V. ALEIXANDRE, *De la destrucción o el amor.*

6.1. La esfera celeste

En este capítulo en el que estudiaremos el movimiento de la Tierra y el de los satélites en torno a ella es necesario introducir el concepto de la Esfera Celeste, utilizada en Astronomía, para situar la posición relativa de los astros con respecto a un observador en la Tierra. La gran distancia a que éstos están del lugar de observación hace que los astros aparezcan como situados sobre la superficie de una esfera, en cuyo centro está situado el observador. La posición de cada cuerpo celeste se puede definir de esta forma, por sólo dos coordenadas angulares convenientemente seleccionadas.

Para un observador situado en un punto de latitud geográfica ϕ, la vertical en dicho punto interseca la Esfera Celeste en dos puntos denominados *Zenit* y *Nadir* (Fig. 6.1*a*). El plano normal a esta dirección o plano horizontal, prolongado hasta la esfera forma el *Horizonte Celeste.* La prolongación del eje de rotación de la Tierra corta la Esfera Celeste en dos puntos, *Polo Norte Celeste* (PNC) y *Polo Sur Celeste* (PSC) y el plano normal a este eje forma el *Ecuador Celeste.* La posición PNC coincide prácticamente con la estrella Polar, mientras que el PSC no coincide con ninguna estrella, aunque queda cerca de la constelación Cruz del Sur. El plano que contiene la vertical del lugar y el eje de rotación de la Tierra (*Zenit*, PNC) se denomina *Meridiano Celeste.* La intersección del plano del Meridiano Celeste y el plano del Horizonte Celeste define los puntos Norte y Sur, y la del plano del Ecuador Celeste con el Horizonte, los puntos Este y Oeste. El ángulo entre el PNC y el plano del Horizonte define la latitud geográfica ϕ del observador.

Referida al Horizonte Celeste, la posición de un astro S, en un instante dado, viene dada por el ángulo A, *azimut*, medido desde el Norte de 0° a 360°, en el sentido de las agujas del reloj, sobre el Horizonte Celeste y el ángulo a, *altura*, medido desde el Horizonte sobre el plano vertical que contiene el astro de 0° a ± 90° (Fig. 6.1*a*).

Como la Tierra gira sobre sí misma de Oeste a Este, el astro describe, respecto al observador, cada día una circunferencia paralela al Ecuador Celeste en dirección

Este a Oeste. Un círculo que pase por los Polos Celestes y que contenga al astro S, se denomina *Círculo Horario* y girará en torno a estos polos cada veinticuatro horas. La posición de un astro S referida al Ecuador Celeste viene dada por el ángulo horario h medido sobre este plano desde el meridiano superior del observador hasta el Círculo horario del astro. Este ángulo se mide del Sur hacia el Oeste de 0 a 360 grados o también de 0 a 24 horas. El segundo ángulo es la Declinación δ, medida desde el Ecuador Celeste al astro sobre el Círculo Horario de 0 a 90 grados, positivo en el hemisferio norte y negativo en el sur (Fig. 6.1*b*).

Debido a que los sistemas de referencia del observador, que se han descrito, giran con la Tierra, las posiciones de los astros se refieren también a otro independiente de la posición del observador y de la rotación de la Tierra, llamado sistema de la *Ascensión Recta* o de la Eclíptica (Fig. 6.1*c*). En este sistema se introduce el plano de la

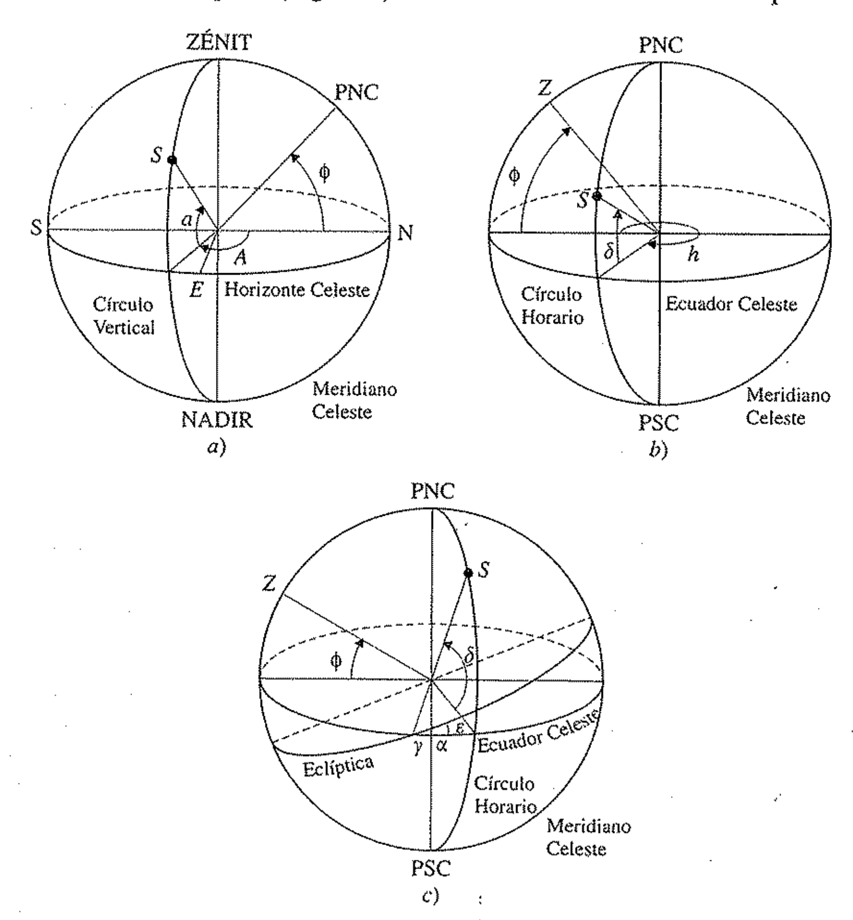


FIGURA 6.1. Esfera Celeste: *a*) sistema de ejes referidos al zénit del observador y al Horizonte Celeste; *b*) sistema referido a los Polos y Ecuador Celeste; *c*) sistema referido al plano de la eclíptica.

Eclíptica, o plano de la órbita de la Tierra alrededor del Sol. Este plano está inclinado aproximadamente 23,5° con respecto al Ecuador Celeste. Para el observador en la Tierra, el Sol gira cada año alrededor de la Tierra a lo largo de la circunferencia formada por la intersección del plano de la Eclíptica y la Esfera Celeste. La intersección de este plano y el Ecuador Celeste define los dos puntos equinocciales (Equinoccio de Primavera y Otoño). Los dos puntos más alejados del Ecuador Celeste sobre la Eclíptica reciben el nombre de Solsticios de Verano e Invierno. El Equinoccio de Primavera o Vernal también recibe el nombre de Punto Aries (γ), y forma el origen del sistema de referencia independiente de la rotación de la Tierra. En este sistema la posición de un astro S viene dada por el ángulo α, llamado *Ascensión Recta,* sobre el Ecuador Celeste entre el Punto Aries y el Círculo Horario del astro, medido de 0° a 360° en sentido directo y el ángulo δ desde el Ecuador Celeste al astro medido sobre su Círculo Horario, denominado *Declinación* de 0° a ± 90°.

Estas sencillas ideas servirán para situar la posición de los astros y otros objetos como satélites artificiales con respecto a la Tierra y se utilizarán en este capítulo y en el siguiente.

6.2. Rotación y ejes de la Tierra

En los capítulos anteriores, al deducirse las expresiones del vector de la gravedad, veíamos que ésta era el resultado de la atracción newtoniana por una parte y de la fuerza centrífuga de rotación de la Tierra por otra. Sin embargo, el giro de la Tierra sobre sí misma no es tan simple como en principio se ha supuesto. En efecto, existen alteraciones debidas a causas exteriores, tales como la atracción variable del Sol y de la Luna principalmente, y otras debidas a la falta de uniformidad, rigidez, etc., que la Tierra posee. El estudio detallado de estos fenómenos nos permitirá profundizar aún más en el conocimiento de la forma de la Tierra y de su constitución.

El descubrimiento de la precesión de los equinoccios se atribuye a Hiparco (s. II a. de C.), aunque no será hasta Newton cuando se interprete correctamente. Su origen es debido a la atracción del Sol y de la Luna sobre el abultamiento del Ecuador, al no coincidir éste con el plano de la Eclíptica o precesión luni-solar. La gravitación de los planetas produce también una pequeña migración adicional del punto Vernal y una variación en ε, llamada precesión planetaria. La suma de ambas precesiones se conoce como precesión general. El resultado de la precesión es un avance de los equinoccios hacia el Oeste de 50,26″ al año, o lo que es lo mismo, un movimiento del polo de rotación de la Tierra, en torno al polo de la Eclíptica con un periodo de 25.800 años. Este movimiento hace que el Polo Norte Celeste, que ahora está situado cerca de la estrella Polar, dentro de 5.000 años lo esté cerca de la estrella Alfa-Cephei. Además del movimiento de precesión, la inclinación de la órbita de la Luna respecto a la eclíptica (5°) produce un movimiento de nutación con un periodo principal de 18,6 años y amplitud de 9″ de arco. Independientemente de estos movimientos, Euler sugirió en 1765 que la Tierra debería tener también los de precesión y nutación libre del polo de la figura, en torno al de rotación, con un periodo cercano a los diez meses. En 1891, S. C. Chandler, estudiando la variación de la latitud, descu-

brió un periodo de 428 días, un 40 por 100 más largo que el predicho por Euler. Las determinaciones más recientes dan para este movimiento un periodo de 436 días y una amplitud de aproximadamente 0,1 s de arco, denominándose movimiento de Chandler.

Para estudiar estos fenómenos conviene, en primer lugar, definir los sistemas de referencia con respecto a los cuales estudiaremos los diferentes fenómenos. Dado que algunos sistemas están unidos a la Tierra y otros son definidos en la Esfera Celeste, es conveniente a veces referirse a los polos o puntos en que los ejes verticales o principales de cada sistema intersecan a la superficie de la Tierra.

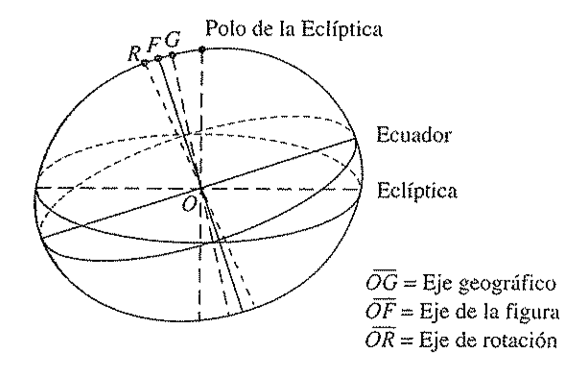


FIGURA 6.2. Sistemas de ejes de referencia en la Tierra, a los que corresponden los polos: G, geográfico; F, de la figura, y R, de rotación.

En primer lugar, existe un sistema cuyo eje principal corresponde al del vector velocidad angular de rotación instantáneo de la Tierra o Polo de Rotación R. Relacionado con él está el eje definido por el vector momento angular total de la Tierra, que coincide prácticamente con el de rotación (0,001″ de arco, o 2,5 cm sobre la superficie). Este eje permanece fijo en el espacio en ausencia de fuerzas exteriores. La determinación de la posición de este eje no es sencilla; sin embargo, se puede deducir de una observación continuada del movimiento aparente de las estrellas consideradas como fijas. El polo de este eje en la actualidad coincide prácticamente con la dirección de la estrella Polar.

Un segundo sistema es el formado por los ejes principales de inercia, cuyo eje principal coincide con el eje de máximo momento de inercia (llamado hasta ahora C). Su posición en el espacio y respecto a la Tierra depende de la distribución de masas y suele denominarse eje de figura, y su polo F, polo de figura.

Para evitar los problemas de determinación de este sistema se define en tercer lugar un sistema Geográfico, que es el utilizado de forma generalizada en la representación cartográfica. Este sistema denominado CIO (Conventional International Origen, Origen Convencional Internacional) posee un polo G, definido de forma que sensiblemente coincide con la posición media del de rotación terrestre R, y está referido a la situación de los observatorios del IPMS (International Pole Motion System, Sistema Internacional del Movimiento del Polo).

Los movimientos más importantes del eje de rotación terrestre, y que se refieren a los ejes de referencia mencionados, son los siguientes:

— Cambios del eje de rotación en el espacio con respecto al sistema absoluto de la Esfera Celeste, referido al plano de la eclíptica y a su polo. Estos movimientos constituyen los de precesión de los equinoccios, nutación y cambio secular de la oblicuidad de la eclíptica.
— Cambios del eje de rotación con respecto al sistema Geográfico de referencia. Este tipo de movimiento puede ser periódico, la llamada nutación libre, que en realidad incluye movimientos de precesión y nutación, o secular, deriva del polo. Sin embargo, este problema es más complicado, dado que las distintas atracciones y la rotación misma produce deformaciones de la Tierra que afectan a la mecánica del problema.

En relación con la observación de estos movimientos, es necesario poner de manifiesto que éstos no pueden determinarse simultáneamente por un observador situado en el Polo, ya que obedecen a fenómenos distintos y sólo es posible determinarlos separadamente. En la práctica se determinan por observaciones en cualquier latitud, sin necesidad de hacer observaciones en el Polo.

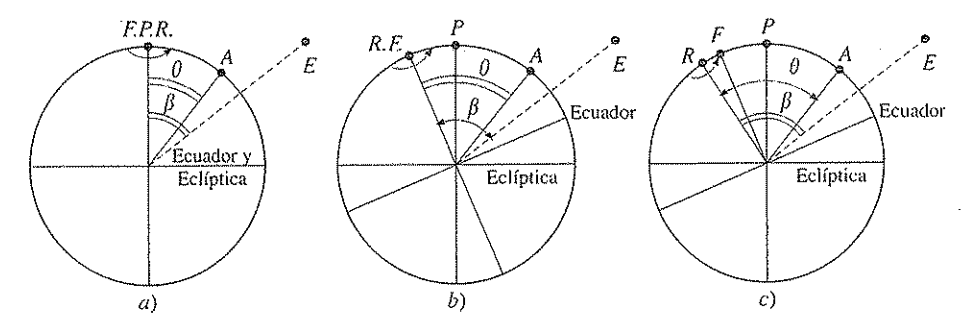


FIGURA 6.3. Situaciones de los ejes de referencia: P, polo de la eclíptica; F, eje de la figura; R, eje de rotación. *a*) coincidencia de los tres, P, F y R; *b*) R y F coinciden; *c*) ninguno coincide.

En la figura 6.3*a* se ha representado la Tierra en un caso de ausencia de perturbaciones en el que coincide el plano de la eclíptica con el ecuador, y P el polo de la eclíptica coincide con el polo de rotación R y con el polo de figura F. Se ha representado por β la codeclinación de una estrella E y por θ la colatitud de un cierto lugar de observación A. En este caso ambos ángulos son constantes.

En la figura 6.3*b*, se ha representado el caso de precesión de los equinoccios y nutación, en el cual el polo de rotación R varía con respecto al eje de la eclíptica, lo que se pone de manifiesto en la determinación de la codeclinación β de la estrella E, sin variación en la colatitud θ del lugar de observación. En la figura 6.3*c*, sin embargo, la variación observada en la colatitud del punto A, sin variación en la situación de la estrella E, corresponde a la nutación libre. Así pues, los dos tipos de fenómenos se po-

nen de manifiesto, por variaciones en observaciones relacionadas con los ángulos de codeclinación y colatitud.

6.3. Precesión de los equinoccios

Como ya se ha dicho, el fenómeno de la precesión de los equinoccios se produce por la atracción, variable en el tiempo, del Sol, Luna y planetas, sobre una Tierra no esférica. En efecto, supongamos para simplificar que tanto el Sol como la Luna siguen una órbita de inclinación ε con respecto al plano ecuatorial. Si la Tierra fuese esférica no habría ninguna perturbación. Pero debido a su forma elipsoidal, ambos astros actuarán sobre el abultamiento del ecuador con un par de fuerzas cuyo momento es responsable, por un lado, de una lenta variación del plano orbital de la Luna, y por otro, de la variación del eje de rotación terrestre con respecto al eje de la eclíptica, o precesión de los equinoccios. Por tanto, el estudio de este movimiento servirá para determinar la falta de esfericidad de la Tierra, que, como vimos en el capítulo 2, viene expresada principalmente por su aplanamiento.

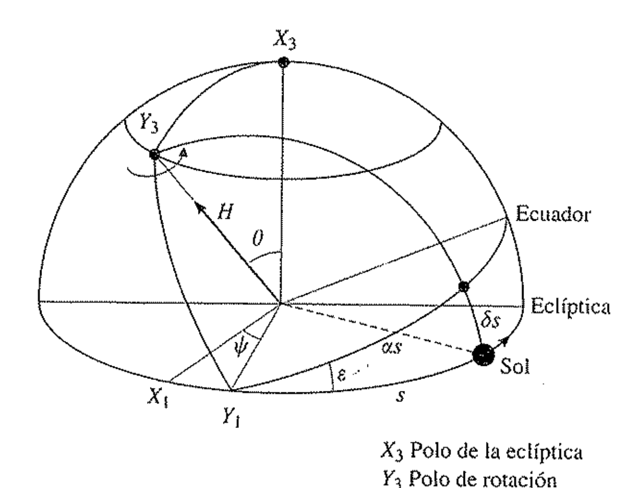


FIGURA 6.4. Situación relativa del Sol respecto al eje de rotación de la Tierra y sistema de referencia (X_1, X_2, X_3) inercial relativo a la eclíptica y (Y_1, Y_2, Y_3) relativo a la rotación de la Tierra.

El desarrollo completo de la teoría de los movimientos de precesión y nutación en una Tierra deformable es considerablemente complejo. Por esta razón presentaremos, de forma simplificada, el caso para la Tierra rígida debido a la atracción del Sol. Consideremos, en primer lugar, dos sistemas de ejes, uno inercial (X_1, X_2, X_3) en el que X_3 está en la dirección de la normal al plano de la eclíptica (X_1, X_2, en dicho plano) y X_1 en la dirección del equinoccio vernal medio de una época determinada. Otro

(Y_1, Y_2, Y_3) en el que el eje Y_3 corresponde a la dirección del vector momento angular $\boldsymbol{H}$ de la Tierra e Y_1, Y_2 en el plano normal (plano ecuatorial), con el eje Y_1 formado por la intersección de dicho plano con el de la eclíptica (línea instantánea de los equinoccios) (Fig. 6.4). Si la Tierra gira con velocidad angular constante Ω y C es el momento de inercia con respecto al eje Y_3, el módulo de $\boldsymbol{H}$ viene dado por:

$$\boldsymbol{H} = C\Omega \qquad [6.1]$$

El efecto de un momento o par externo $\boldsymbol{T}$ sobre el momento angular de la Tierra viene dado por la ecuación fundamental:

$$\frac{d\boldsymbol{H}}{dt} = \boldsymbol{T} \qquad [6.2]$$

Los componentes del vector $\boldsymbol{H}$ referidos al sistema X_i, se pueden expresar por medio de los ángulos de Euler, θ entre X_3 e Y_3 y ψ entre X_1 e Y_1, en la forma:

$$(H_{x1}, H_{x2}, H_{x3}) = C\Omega(-\text{sen}\,\theta\,\text{sen}\,\psi, \text{sen}\,\theta\cos\psi, \cos\theta) \qquad [6.3]$$

Derivando con respecto al tiempo e igualando a las componentes del momento externo en el sistema X_i, se obtiene para T_{x1} y T_{x2}:

$$T_{x1} = C\Omega\left(-\cos\theta\,\text{sen}\psi\frac{d\theta}{dt} - \text{sen}\,\theta\cos\psi\frac{d\psi}{dt}\right) \qquad [6.4]$$

$$T_{x2} = C\Omega\left(\cos\theta\cos\psi\frac{d\theta}{dt} - \text{sen}\,\theta\,\text{sen}\,\psi\frac{d\psi}{dt}\right) \qquad [6.5]$$

Despejando de estas dos ecuaciones $d\theta/dt$ y $d\psi/dt$, se obtiene:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{T_{x2}\cos\psi - T_{x1}\,\text{sen}\,\psi}{C\Omega\cos\theta} \qquad [6.6]$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -\frac{(T_{x1}\cos\psi + T_{x2}\,\text{sen}\,\psi)}{C\Omega\,\text{sen}\,\theta} \qquad [6.7]$$

Haciendo los giros convenientes para pasar del sistema X_i al Y_i, se puede fácilmente demostrar que el numerador de [6.7] es la componente de $\boldsymbol{T}$ en la dirección del eje Y_1, a la que ahora se llamará T_1, resultando:

$$\frac{d\psi}{dt} = -\frac{T_1}{C\Omega\,\text{sen}\,\theta} \qquad [6.8]$$

De forma análoga, sustituyendo T_2 en [6.6], se obtiene:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{T_2}{C\Omega} \qquad [6.9]$$

Las ecuaciones [6.8] y [6.9] se conocen como ecuaciones de Poisson. En la ecuación [6.8], si sólo se está interesado en el movimiento en la dirección de ψ, se puede sustituir θ por ε, ángulo entre el plano de la eclíptica y del ecuador:

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{-T_1}{C\Omega \text{ sen } \varepsilon} \qquad [6.10]$$

El movimiento representado por $d\psi/dt$ es el desplazamiento angular de Y_1 (línea de los equinoccios) en el plano de la eclíptica, o la rotación (precesión) de Y_3, eje de rotación de la Tierra en torno de X_3, la normal al plano de la eclíptica.

El momento externo T_1, producido por el Sol actuando sobre la Tierra, es igual al que la Tierra produce sobre el Sol con signo contrario. Este último puede deducirse del potencial de la atracción de la Tierra sobre el Sol, que en aproximación de primer orden y prescindiendo del potencial centrífugo viene dado por [2.35] (Fig. 6.5):

$$V_{TS} = \frac{GmH}{R} - \frac{GM(C-A)}{2R^3}(3\cos^2\theta - 1) \qquad [6.11]$$

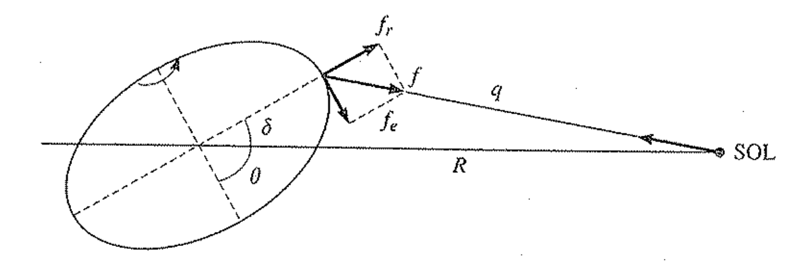


FIGURA 6.5. Esquema de la atracción solar sobre el abombamiento del ecuador terrestre.

donde M es la masa del Sol, m la de la Tierra, C y A sus momentos de inercia, R la distancia de la Tierra al Sol y $\theta = 90° - \delta$, es ahora la codeclinación solar. El componente en la dirección paralela al plano ecuatorial del momento, actuando sobre el centro de la Tierra, viene dada por:

$$T = Rf_\theta = -R\left(\frac{1}{R}\frac{\partial V_{TS}}{\partial\theta}\right) = \frac{3GM(C-A)}{R^3}\cos\theta \text{ sen } \theta \qquad [6.12]$$

Este momento está en un plano normal al que contiene f_θ y R, por lo que su proyección en la dirección del eje Y_1 será:

$$T_1 = T \text{ sen } \alpha \qquad [6.13]$$

donde α es la ascensión del Sol.

Sustituyendo este valor en la ecuación [6.10] se obtiene:

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{3GM}{\Omega R^3}\frac{(C-A)}{C}\frac{\cos\theta \text{ sen } \theta \text{ sen } \alpha}{\text{sen } \varepsilon} \qquad [6.14]$$

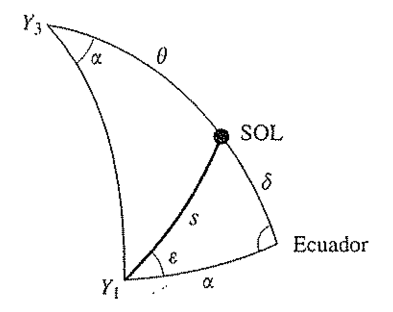


FIGURA 6.6. Ángulos que definen la posición del Sol respecto del ecuador terrestre.

Aplicando el teorema de los senos a los arcos y ángulos de los triángulos esféricos (Y_3, Y_1, SOL) y (Y_1, SOL, ECUADOR), se obtiene (Fig. 6.6):

$$\text{sen } \theta \text{ sen } \alpha = \cos\varepsilon \text{ sen } S \qquad [6.15]$$

$$\cos\theta = \text{sen}\varepsilon \text{ sen } S \qquad [6.16]$$

donde S es la longitud del Sol.

Sustituyendo en [6.14] se obtiene:

$$\frac{d\psi}{dt} = K_S \cos\varepsilon(1 - \cos 2S) \qquad [6.17]$$

Donde S es la longitud del Sol sobre el plano de la Eclíptica.

$$K_S = \frac{3GM_SH}{2R_S^3\Omega} \qquad [6.18]$$

es la constante de precesión solar.

En esta expresión aparece H = C – A)/C, la elipticidad dinámica de la Tierra, que ya se definió en el capítulo 2. El término secular de la precesión (precesión en longitud) debido al Sol es, por tanto:

$$\frac{d\psi}{dt} = K_S \cos\varepsilon \qquad [6.19]$$

Para la Luna, en una primera aproximación, en la cual su órbita se hace coincidir con el plano de la eclíptica, se obtiene una expresión semejante en la que aparece la constante de precesión lunar:

$$K_L = \frac{3GM_L H}{2R_L^3 \Omega} \qquad [6.20]$$

El efecto conjunto de los dos astros o precesión luni-solar puede considerarse, en una primera aproximación, como la suma algebraica de estos dos efectos. El valor que se observa para la velocidad de precesión es de 50,3″ por año, es decir, el polo de rotación gira alrededor del de la eclíptica con un periodo de 25.800 años, describiendo un círculo a una inclinación constante de 23,5° en dirección contraria a la de la rotación de la Tierra. En las expresiones para las constantes de la precesión aparece la elipticidad dinámica de la Tierra, por lo que la observación de este fenómeno permite determinar el valor de H, para el que se obtiene 1/305,5. Además del movimiento de precesión, si tomamos la ecuación [6.9], nos dará el movimiento de precesión en oblicuidad que debido a la Luna tiene un periodo de 18,6 años y una amplitud de 9 s de arco. Se llama nutación a la parte periódica de los dos movimientos a partir de las dos ecuaciones [6.8] y [6.9].

6.4. Órbitas de satélites artificiales

Desde el lanzamiento de los primeros satélites artificiales Sputnik y Explorer en 1957 y 1958, respectivamente, se descubrió que el estudio de sus órbitas ofrecía un medio muy poderoso para la determinación de la forma de la Tierra. En el apartado anterior hemos visto que el abultamiento del ecuador es la causa de que por la acción del Sol y la Luna, se produzca el movimiento de precesión de los equinoccios. Este abultamiento produce al mismo tiempo un momento externo sobre el Sol y la Luna. En el primer caso, debido a su gran masa, éste es apenas perceptible, pero en el segundo, el resultado es un movimiento de precesión del plano de la órbita lunar. Este efecto es mucho más notable en los satélites artificiales, debido a su pequeña masa, por lo que su órbita se ve afectada por las características de la forma de la Tierra.

Como ya se vio en el capítulo 3, el potencial de la Tierra puede representarse por una suma de armónicos esféricos cuyos coeficientes C_n^m y S_n^m dependen de las irregularidades de la forma de la Tierra. Éstas afectan el movimiento de los satélites artificiales, por lo que la observación de sus órbitas permite determinar el valor de dichos coeficientes. La desviación más importante de la forma de la Tierra respecto a la esférica es su aplanamiento, que viene definido por el coeficiente J_2 del segundo armónico zonal. El efecto más importante del aplanamiento de la Tierra sobre un satélite es el movimiento de precesión del plano de su órbita. Este movimiento puede explicarse de forma simplificada de la manera siguiente. Consideremos un satélite de masa m y órbita circular de radio r en torno a la Tierra, cuya inclinación con respecto al plano ecuatorial es i. Se toma un sistema de ejes X_i referido a la Tierra, con X_3 con la dirección del eje de rotación y X_1 en el plano ecuatorial, y otro Y_i referido a la órbita del satélite con Y_3 normal al plano de la órbita e Y_1 en este plano, definido por la intersección de dicho plano y el plano del ecuador, o línea de los nodos (Fig. 6.7).

Como en el caso de la precesión de los equinoccios, el momento T producido sobre el satélite por la fuerza tangencial f_θ debida al abultamiento del ecuador puede deducirse del potencial gravitacional terrestre sobre el satélite V_{Ts} en la forma:

$$T = r \cdot f_\theta = r \cdot \frac{1}{r}\frac{\partial V_{Ts}}{\partial \theta} \qquad [6.21]$$

donde θ es la codeclinación del satélite en un momento dado. Tomando una aproximación de primer orden para V_{Ts} de la forma:

$$V_{Ts} = \frac{GMm}{r} - \frac{GMma^2 J_2}{2r^3}(3\cos^2\theta - 1) \qquad [6.22]$$

se obtiene:

$$T = \frac{3GMma^2 J_2}{r^3} \operatorname{sen}\theta \cos\theta \qquad [6.23]$$

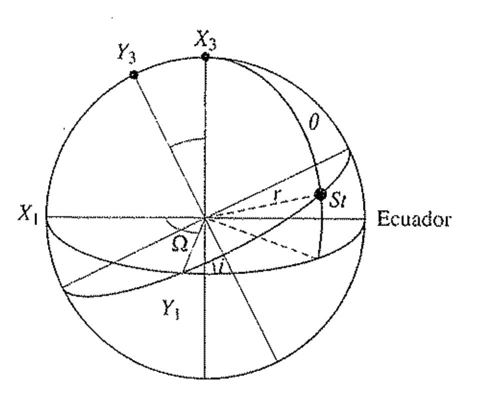


FIGURA 6.7. Ángulos que definen la órbita de un satélite.

donde M es la masa de la Tierra, m la del satélite y a el radio de la Tierra. La velocidad angular de precesión de la órbita del satélite $d\Omega/dt$ viene dada de forma análoga al caso anterior por:

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{T}{r^2 \omega_s \operatorname{sen} i}$$

Sustituyendo el valor de T [6.23] y $\omega_s^2 = GM/r^3$ (ley de Kepler), se obtiene:

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{3a^2\omega_s J_2}{r^2} \frac{\operatorname{sen}\theta\cos\theta}{\operatorname{sen} i} \qquad [6.24]$$

donde ω_s es la velocidad angular del satélite.

El valor máximo de $d\Omega/dt$, para un satélite de órbita casi circular, inclinación 20° y altura media de 400 km, es de aproximadamente 6,5° por día. Este efecto es, por tanto, fácil de observar y puede servir para determinar con precisión el valor de J_2.

En realidad, las órbitas de los satélites son elípticas y el problema es más complicado que la sencilla expresión deducida anteriormente. Los elementos de la órbita de un satélite son (Fig. 6.8):

a_s = Semieje mayor de la órbita
e = Excentricidad, $e = \sqrt{a_s c_s}$
i = Inclinación del plano de la órbita
Ω = Ascensión recta del nodo ascendente
ω = Argumento del perigeo
T_0 = Tiempo de paso por el perigeo

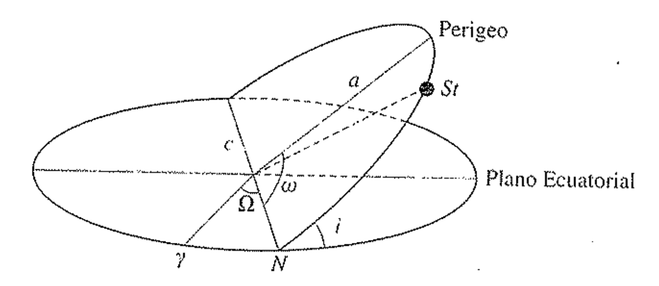


FIGURA 6.8. Elementos de la órbita de un satélite: S_t posición instantánea del satélite, a, c semiejes de la órbita, N nodo, Ω ascensión recta del nodo, i inclinación del plano de la órbita y ω argumento del perigeo.

Las variaciones de estos parámetros están relacionadas con distintos coeficientes del desarrollo en armónicos del campo gravitacional de la Tierra. Si consideramos sólo los armónicos zonales J_n éstos producen variaciones en e, i, Ω y ω. Para la determinación de los coeficientes de orden par, J_2, J_4, etc., se utilizan principalmente las variaciones de Ω y ω, es decir, la precesión del plano de la órbita y el giro del perigeo sobre dicho plano. Para los coeficientes de orden impar, además de estas variaciones, se utilizan las de i y e, inclinación de la órbita y excentricidad. Para determinar los coeficientes de los armónicos teserales se sigue un método distinto, que consiste en expresar las coordenadas instantáneas de cada posición del satélite, en términos de los elementos de su órbita y los mencionados coeficientes. Disponiendo de un número grande de observaciones, se puede determinar el valor de los coeficientes. Estos armónicos son más difíciles de determinar, debido a que corresponden a variaciones de los elementos de la órbita, que no se acumulan con el tiempo. Por tanto, es necesaria su observación en una sola revolución del satélite en su órbita.

La observación de las órbitas de los satélites ha resultado en una determinación muy precisa, de tanto los coeficientes de los armónicos zonales como los teserales. Entre las primeras determinaciones hay que mencionar las de Y. Kozai en 1964 de los

armónicos zonales de hasta orden 15, que prolongaría en 1971 hasta orden de 21. En 1971, A. Wagner procesó datos de 21 satélites, determinando coeficientes de los armónicos zonales de hasta orden 22. Los coeficientes de los armónicos teserales fueron determinados por primera vez por R. Anderle y M. Gaposchkin entre 1965 y 1966 y más tarde por H. Guire y R. Newton. Los resultados de las observaciones de satélites son incorporados junto con las medidas de la gravedad en superficie en la determinación de los coeficientes de los armónicos esféricos que definen los distintos modelos modernos de Tierra, como los presentados en la Tabla 3.3.

6.5. Nutación libre. Movimiento de Chandler

Como se indicó anteriormente, las variaciones de latitud de un observatorio reflejan las desviaciones del eje de rotación con respecto al sistema geográfico de referencia. La explicación de este fenómeno es que en cualquier cuerpo en giro con respecto a un eje distinto al de figura, su polo de rotación describe un movimiento compuesto de precesión y nutación. Este movimiento recibe, en la literatura geofísica, el nombre de nutación libre. Ya en 1765 Euler estudió este fenómeno para la Tierra rígida, en cuyo caso suele llamarse movimiento euleriano. Este movimiento, aunque sea excitado por un momento externo, se mantiene sin su acción continuada, por lo que corresponde a momentos nulos.

El efecto de un momento externo $\boldsymbol{T}$ sobre el movimiento de la Tierra se puede expresar por medio de las ecuaciones de Euler. Si $\boldsymbol{\omega}$ es el vector de velocidad angular en el sistema Y_i definido anteriormente, la variación del momento cinético $\boldsymbol{H}$ viene dada por:

$$\boldsymbol{T} = \frac{d\boldsymbol{H}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{H}$$

Sustituyendo el momento angular $H_i = C_{ij}\omega_j$, en el que C_{ij} referidos a los ejes de inercia, se reducen a $C_{11} = C_{22} = A$ y $C_{33} = C$; las ecuaciones, poniendo $\boldsymbol{T} = 0$, quedan en la forma:

$$0 = A\frac{d\omega_1}{dt} + \omega_2\omega_3 C - \omega_3\omega_2 A \qquad [6.25]$$

$$0 = A\frac{d\omega_2}{dt} + \omega_3\omega_1 A - \omega_1\omega_3 C \qquad [6.26]$$

$$0 = C\frac{d\omega_3}{dt} \qquad [6.27]$$

De la integración de la tercera ecuación resulta ω_3 = cte, es decir, el valor de la rotación de la Tierra con respecto al eje coincidente con C. Juntamente con $\omega_1 = \omega_2 = 0$, ésta constituye una solución particular del sistema de ecuaciones.

Otra solución a ensayar es del tipo:

$$\omega_1 = h \text{ sen } ut + k \cos ut \qquad [6.28]$$

$$\omega_2 = h \cos ut - k \text{ sen } ut \qquad [6.29]$$

siendo h y k dos constantes arbitrarias, de modo que al sustituir en la primera ecuación resulta:

$$u = \left(\frac{A - C}{A}\right)\omega_3 \qquad [6.30]$$

y el periodo de movimiento es:

$$T = 2\pi\left(\frac{A}{A - C}\right) \text{ días} \qquad [6.31]$$

Mediante la sustitución de los valores de A, C y ω_3, obtenemos u y el periodo de las componentes de la velocidad de rotación con relación al eje A, sobre el ecuador. Este periodo para una Tierra rígida resulta de 305 días aproximadamente. Los componentes ω_1 y ω_2 resultantes hacen que el eje C describa un cono alrededor del eje de rotación con este periodo. El intento de lord Kelvin para encontrar estos periodos, deducidos por la teoría de Euler, no tuvo éxito. Más tarde, en 1884, Künster, por comparación de la variación de latitudes entre los observatorios de Berlín y Waikiki, encontró un periodo de 14 meses. Simultáneamente, Chandler, en un análisis exhaustivo de la variación de latitudes en distintos observatorios, encontró un periodo de 428 días o 14 meses, aproximadamente. Esta doble discrepancia entre lo observado y los valores predichos en la teoría de Euler fue finalmente explicada por Newcomb. La razón de esta discrepancia se debe a que en la teoría de Euler la Tierra se supone rígida, mientras que en realidad no se comporta como tal. En efecto, su elasticidad, su núcleo líquido, los movimientos de la atmósfera y océanos, la redistribución interna de masas, cambios en la superficie debido a la erosión, erupciones volcánicas y terremotos, entre otras causas, alejan a la Tierra de un comportamiento de sólido rígido. Estas causas afectan de modo desigual. Así, una observación más detallada del fenómeno, señala principalmente dos periodos. Uno propiamente de Chandler, de 435 días y una amplitud variable de aproximadamente 0,14″ de arco dependiendo de las causas físicas que provoquen las alteraciones y otro anual relacionado con los movimientos de masas de la atmósfera, que recibe el nombre de nutación libre anual.

6.6. Bibliografía

Los problemas relacionados con los distintos tipos de movimientos que afectan a la Tierra y las características de las órbitas de los satélites artificiales, desde un punto de vista geofísico, se pueden encontrar tratados de forma elemental en los capítulos de las obras generales como

GARL (2.ª ed., Apéndice B), OFFI 10, COUL 16. Un tratamiento más extenso se encuentra en los libros de gravimetría y geodesia física ya citados:

LEVALLOIS (1970): vol. 3; 9.
CAPUTO (1967): 3.
HEISKANEN y MORITZ (1967): 9.
DRAGOMIR *et al.* (1982): 19 y 25.
BOMFORD (1971): 7, 7.

Sobre la rotación de la Tierra dos textos importantes son:

LAMBECK, K. (1980): *The Earth variable rotation,* Cambridge Univ. Press.
MUNK, W. H., y MACDONALD, G. J. F. (1960): *The rotation of the Earth*, Cambridge Univ. Pres.

Sobre la utilización de los satélites artificiales para determinar la forma de la Tierra:

KAULA, W. M. (1966): *Theory of satellite Geodesy*, Blaisdell Publ. Waltham, Mass.
HENRIKSEN, S. W. (ed.) (1972): «The use of artificial satellites for Geodesy», *Am. Geophys. Union Monograph.*, 15, Washington.
MUELLER, I. I. (1964): *Introduction to satellite geodesy*, Frederick Umjar Publ., Nueva York.

Algunos artículos de interés referentes a la determinación de los coeficientes de los armónicos del campo gravitacional de la Tierra son:

GAPOSCHKIN, E. M. (1966): «Tesseral harmonic coefficients and stations coordinates from the dynamic method», *Smithsonian Astr. Obs. Spec. Report,* núm. 200.
GUIER, W. H., y NEWTON, R. (1965): «The Earth's gravity field as deduced from the doppler tracking of five satellites», *J. Geophys. Res.*, 70, 4613.
KAULA, W. G. (1966): «Test and combination of satellite determination of the gravity field with gravimetry», *J. Geophys. Res.*, 71, 5303-5314.
KING-HELE, D. G. (1958): «The effect of the Earth's oblatness on the orbit of a near satellite», *Proc. Roy. Soc.*, London A 247, 49.

Capítulo 7
MAREAS TERRESTRES

> Doraba la Luna el río.
> ¡Fresco de la madrugada!
> Por el mar venían las olas
> teñidas de luz del alba.
>
> J. R. JIMÉNEZ, *Pastorales.*

7.1. El potencial de las mareas

En los capítulos precedentes hemos considerado el campo gravitatorio de la Tierra, sin tener en cuenta el influjo que sobre ella ejercen las masas de otros astros. Este influjo es importante, en especial el de la Luna, por su cercanía y el del Sol por su gran masa, siendo mucho menor el de los otros astros. El efecto de la atracción resultante, junto con el de inercia, produce sobre la Tierra el fenómeno de las mareas, que de forma más notable se aprecia en los océanos, aunque también afecta a su parte sólida.

El fenómeno del flujo y reflujo del mar, debido a las mareas, fue ya relacionado con las posiciones y movimientos de la Luna y el Sol por autores de la antigüedad en Grecia, entre ellos, el más notable Poseidonio de Apamea (135-50 a. de C.), que lo refiere en su obra sobre los océanos. El influjo de estos astros en las mareas fue aceptado por los autores del Renacimiento, como F. Bacon (1561-1626) y J. Kepler (1571-1630), aunque su naturaleza no quedará establecida hasta que Newton proponga la ley de Gravitación. En su famosa obra *Principia Mathematica* (1687) propone Newton los fundamentos de la teoría estática de las mareas. En 1738, la Academia de Ciencias de París estableció un premio para las mejores aportaciones sobre la teoría de las mareas. Entre los trabajos presentados sobresalen los de D. Bernoulli (1700-1782), L. Euler (1707-1783) y C. Maclaurin (1698-1746), que desarrollan las ideas de Newton. El aspecto dinámico de las mareas oceánicas fue estudiado por Laplace (P. Simon, marqués de Laplace, 1749-1827), quien reconoció la dificultad de una solución exacta para este problema, y propuso soluciones aproximadas para el movimiento de las ondas de mareas en el mar.

En las mareas contribuyen la atracción gravitacional del astro que las produce y el efecto inercial del giro del sistema, formado por él y la Tierra, en torno a su baricentro. Examinemos en detalle las características de este fenómeno.

Consideremos un sistema de referencia fijo en la Tierra, la atracción del astro causante de la marea, sea la Luna o el Sol, sobre una masa unidad situada en un punto P sobre la superficie de la Tierra viene dada por (Fig. 7.1):

$$\boldsymbol{b} = \frac{GM}{q^2}\,\boldsymbol{e} \qquad [7.1]$$

donde M es la masa del astro y $\boldsymbol{e}$ el vector unidad en la dirección de q, distancia del punto P al centro del astro.

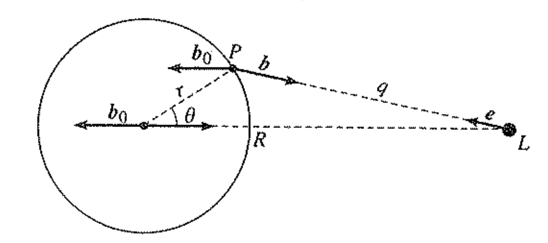


FIGURA 7.1. Fuerzas actuando sobre la Tierra debido a la atracción de la Luna y al giro del sistema.

Como el sistema está girando en torno al centro de gravedad de las dos masas (baricentro), la fuerza centrífuga que tenemos que considerar en el sistema no-inercial será igual a la fuerza de atracción $\boldsymbol{b}_0$ del astro sobre el centro de la Tierra:

$$\boldsymbol{b}_0 = \frac{GM}{R^2}\,(1, 0,0) \qquad [7.2]$$

En esta ecuación, R es la distancia del centro del astro al centro de la Tierra y el eje x_1 la línea que une los centros de los dos astros. Como esta fuerza está actuando en todos los puntos rígidamente conectados con el sistema fijo en la Tierra, estará actuando también sobre el punto P, de modo que la diferencia entre $\boldsymbol{b}$ y $\boldsymbol{b}_0$ en P será:

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{b} - \boldsymbol{b}_0 = \frac{GM}{q^2}\,\boldsymbol{e} - \frac{GM}{R^2}\,(1,0,0) \qquad [7.3]$$

Esta fuerza resultante de la diferencia entre la fuerza de atracción del astro y la fuerza inercial de la rotación del sistema, para puntos sobre la superficie de la Tierra, recibe el nombre de fuerza de la marea. Ambas fuerzas $\boldsymbol{b}$ y $\boldsymbol{b}_0$, pueden expresarse como el gradiente de un potencial, resultando para $\boldsymbol{f}$:

$$f_i = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{GM}{q} - \frac{GMx_1}{R^2}\right) = GM\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{1}{q} - \frac{r\cos\theta}{R^2}\right) \qquad [7.4]$$

Donde θ es el ángulo entre el radio vector $\mathbf{r}$ al punto P y el eje x_1, línea del centro de la Tierra al del astro que produce la marea. No debe confundirse este ángulo con la colatitud para la que hemos usado este mismo símbolo en los capítulos precedentes.

Si definimos un potencial ψ, al que llamaremos el potencial de las mareas, la fuerza $\boldsymbol{f}$ será su gradiente:

$$f_i = \frac{\partial\psi}{\partial x_i} \quad ; \quad \boldsymbol{f} = \nabla\psi \qquad [7.5]$$

Integrando [7.4] y haciendo la constante de integración GM/R para que el potencial se anule en el centro de la Tierra, éste viene dado por:

$$\psi = GM\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{R} - \frac{r\cos\theta}{R^2}\right) \qquad [7.6]$$

La distancia q se puede expresar como:

$$q = [r^2 + R^2 - 2rR\cos\theta]^{1/2} \qquad [7.7]$$

De la misma forma que en [2.29] se puede desarrollar $1/q$ en una suma de polinomios de Legendre (Apéndice 3):

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R}\,P_0(\cos\theta) + \frac{r}{R^2}\,P_1(\cos\theta) + \frac{r^2}{R^3}\,P_2(\cos\theta) + \ldots \qquad [7.8]$$

Sustituyendo los valores de P_0, P_1, P_2 en la expresión [7.8] y sustituyendo [7.8] en [7.6], obtenemos para la aproximación de primer orden:

$$\psi = \frac{GMr^2}{2R^3}\,(3\cos^2\theta - 1) \qquad [7.9]$$

Si introducimos C, la *distancia media* del centro de la Tierra al del astro, podemos expresar ψ en la forma:

$$\psi = \bar{G}(r)\,\frac{2}{3}\left(\frac{C}{R}\right)^3 (3\cos^2\theta - 1) \qquad [7.10]$$

o también en función de 2θ:

$$\psi = \bar{G}(r)\left(\frac{C}{R}\right)^3\left(\cos 2\theta + \frac{1}{3}\right) \qquad [7.11]$$

donde:

$$\bar{G}(r) = \frac{3}{4}\,\frac{GMr^2}{C^3} \qquad [7.12]$$

$\bar{G}(r)$ depende de la latitud del punto donde se observa la marea. Para un punto de la Tierra, $\bar{G}(r)$ es constante y recibe el nombre de constante geodésica o de Doodson (A. T. Doodson, 1890). Desde ahora llamaremos a esta constante para la Luna simplemente G, cuidando de no confundirla con la constante de gravitación, y para el Sol G_S. Sustituyendo $r = \sqrt[3]{a^2c}$ (a y c son los radios ecuatorial y polar) el valor de G es 2,6207 m^2 s^{-2}. El cociente C/R depende de la posición del astro en su órbita.

El potencial de la marea producida por la Luna o el Sol viene dado por la expresión [7.11] sustituyendo M, R y C por M_L, R_L, C_L y M_S, R_S, C_S, respectivamente. Para el efecto combinado de los dos astros, o mareas lunisolares la expresión nos queda:

$$\psi_{LS} = G\frac{2}{3}\left(\frac{C_L}{R_L}\right)^3(3\cos^2\theta - 1) + G_S\frac{2}{3}\left(\frac{C_S}{R_S}\right)^3(3\cos^2\theta' - 1) \qquad [7.13]$$

Los ángulos θ y θ', distancias cenitales geocéntricas, son los formados por el radio vector del centro de la Tierra al punto P y la línea que une el centro de la Tierra y el de la Luna y el Sol, respectivamente.

La proporción entre las mareas solares y lunares depende de la relación entre G_S y G:

$$G_S = 0{,}4605\ G$$

es decir, la marea lunar es casi el doble de la marea solar.

7.2. Altura de la marea estática de equilibrio

Un concepto de interés en el estudio de las mareas es el de la altura de equilibrio. Esta es la altura que alcanzan las mareas teóricas bajo las siguientes hipótesis. La Tierra es rígida y está cubierta por una capa líquida uniforme, de densidad muy pequeña. En primera aproximación se supone que el astro es estacionario con respecto a la Tierra, y se considera el problema desde el punto de vista puramente estático. Bajo estas condiciones, la capa líquida tomará la forma de la superficie equipotencial, suma del potencial de la Tierra U y el de la marea ψ producido por el astro:

$$U + \psi = \text{cte} \qquad [7.14]$$

Si llamamos $\bar{\zeta}(\theta)$ la distancia a lo largo del radio, entre la altura de la marea y la superficie de la Tierra de potencial U_0, el potencial de la Tierra en el punto P será (Fig. 7.2):

$$U_p = U_0 + \bar{\zeta}(\theta)\frac{\partial U}{\partial r} = U_0 - \bar{\zeta}g \qquad [7.15]$$

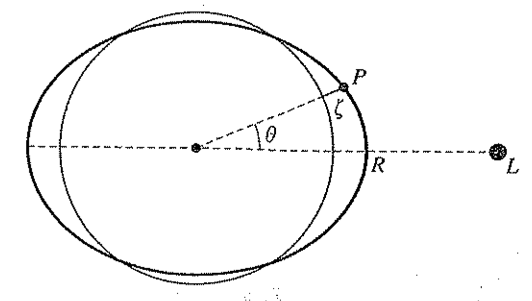


FIGURA 7.2. Altura de la marea estática de equilibrio sobre la superficie de la Tierra esférica rígida producida por la Luna.

El signo menos resulta de tomar $\partial U/\partial r = -GM/r^2 = -g$.

Si tomamos la constante de la ecuación [7.14] igual a U_0, se obtiene al sustituir [7.10] en [7.15] y despejar $\bar{\zeta}$:

$$\bar{\zeta} = \frac{\psi}{g} = \frac{G}{g}\frac{2}{3}\left(\frac{C_L}{R_L}\right)^3(3\cos^2\theta - 1) \qquad [7.16]$$

Si la posición del astro es estacionaria, $\bar{\zeta}(\theta)$ nos dará la distribución geográfica de la altura de la marea, siendo el origen del ángulo θ el vector que une los centros de la Tierra y del astro. Si la Tierra gira sobre sí misma y alrededor del astro, θ representa la combinación de la situación del astro con respecto a la Tierra en cada momento, y la posición de cada punto sobre la superficie de la Tierra. La altura de la marea $\bar{\zeta}$ será, por tanto, función del tiempo.

7.3. Análisis de las mareas

Para estudiar los diferentes términos o constituyentes, que aparecen en el análisis de las mareas, es necesario expresar el ángulo θ en función de las coordenadas geocéntricas del punto de observación y de la posición del astro. Consideremos la esfera celeste, que ya se introdujo en el capítulo 6, y estudiemos en primer lugar el efecto de la Luna. La vertical en un punto sobre la superficie de la Tierra de coordenadas (ϕ, λ) se proyecta sobre la esfera celeste en el punto P. La situación de la Luna viene dada por δ_L la *declinación de* α_L la *ascensión recta.* El ángulo que forma el meridiano celeste del punto P y el círculo horario de la Luna es $\tau - 180$, donde τ es el ángulo horario de la Luna.

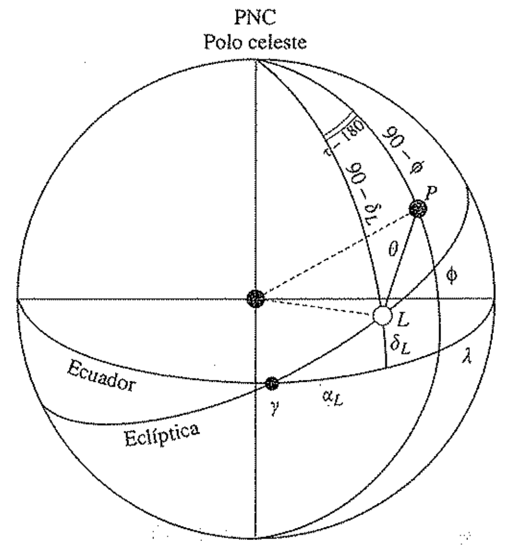


FIGURA 7.3. Posición de la Luna respecto a un punto P de la Tierra, ambos proyectados sobre la esfera celeste.

El ángulo θ se puede expresar en función de ϕ, δ_L y τ resolviendo el triángulo esférico con vértices en el Polo Celeste, la Luna y el punto P (figura 7.3):

$$\cos \theta = \operatorname{sen} \delta_L \operatorname{sen} \phi - \cos \delta_L \cos \phi \cos \tau \qquad [7.17]$$

Sustituyendo en la ecuación [7.10] obtenemos para la Luna:

$$\psi_L = G \frac{2}{3} \left(\frac{C_L}{R_L}\right)^3 [3 (\operatorname{sen} \delta_L \operatorname{sen} \phi - \cos \delta_L \cos \phi \cos \tau)^2 - 1] \qquad [7.18]$$

Agrupando términos, se obtiene para el potencial de las mareas lunares:

$$\psi_L = \psi_0^L + \psi_1^L + \psi_2^L \qquad [7.19]$$

donde:

$$\psi_0^L = 3\,A \left(\frac{1}{3} - \operatorname{sen}^2 \delta_L\right)\left(\frac{1}{3} - \operatorname{sen}^2 \phi\right) \qquad [7.20]$$

$$\psi_1^L = -A \operatorname{sen} 2\delta_L \operatorname{sen} 2\phi \cos \tau \qquad [7.21]$$

$$\psi_2^L = A \cos^2 \delta_L \cos^2 \phi \cos 2\tau \qquad [2.22]$$

y

$$A = G \left(\frac{C_L}{R_L}\right)^3$$

Dividiendo por g los potenciales ψ_0^L, ψ_1^L, ψ_2^L, se obtienen los términos correspondientes para las alturas de las mareas de equilibrio, de acuerdo con su periodicidad. El primer término ψ_0^L corresponde a las mareas del periodo largo, ya que no dependen de la rotación de la Tierra. El segundo ψ_1^L es el componente diurno y el tercero ψ_2^L el semidiurno. El periodo de τ es un día lunar medio (24 h 50 m 47 s). Como δ_L es pequeño (su valor máximo es aproximadamente de 23°) sen $2\delta_L$ es más pequeño que $\cos^2 \delta_L$ y por tanto el término más importante de las mareas es el semidiurno.

Estas ecuaciones [7.20], [7.21] y [7.22] sirven también para las mareas producidas por el Sol, sustituyendo el subíndice L por S y τ por t, el tiempo solar, cuya periodicidad es de un día solar medio (24 h).

Las características más importantes de las órbitas del Sol y de la Luna y sus periodos se pueden resumir como sigue (Fig. 7.4):

Sol:

- t = tiempo solar medio: 1 día solar medio; 24 horas
- h = longitud media del Sol: 1 año solar medio; 365,242 días
- P_S = longitud media del perihelio: 20.940 años

Luna:

- τ = tiempo lunar medio: 1 día lunar medio; 1,035 días
- s = longitud media de la Luna: 1 mes lunar medio; 27,32 días
- p = longitud media del perigeo lunar: 8,847 años
- N = longitud media nodo ascendente de la Luna; 18,613 años

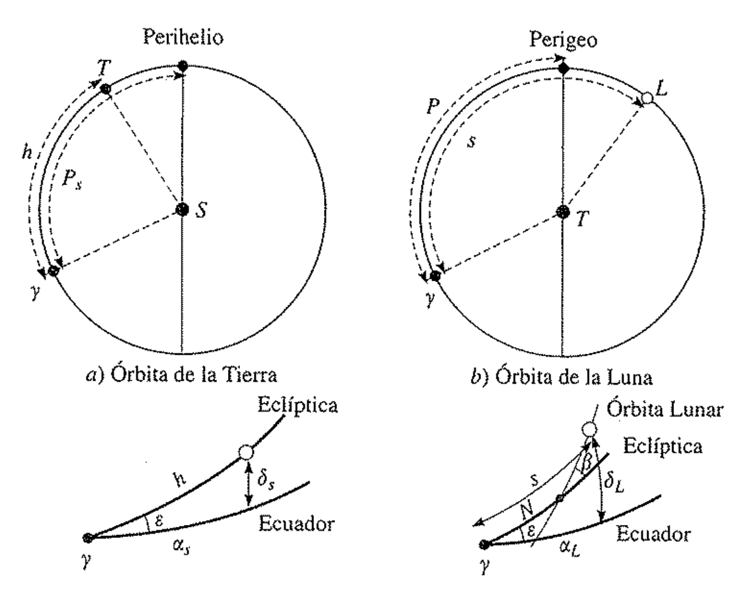


FIGURA 7.4. Elementos de las órbitas: *a*) de la Tierra, ε inclinación de la eclíptica, h longitud media del Sol, P_s longitud media del perihelio, δ_s declinación solar, α_s ascensión recta del Sol; *b*) de la Luna, s longitud media, p longitud media del perigeo, δ_L declinación, α_L ascensión recta, N longitud media del nodo ascendente, β ángulo entre el plano de la órbita lunar y el de la eclíptica.

Las longitudes del Sol y la Luna están medidas desde el Equinoccio de Primavera o punto Aries (γ).

La declinación solar δ_S se puede expresar en términos de la inclinación de la eclíptica ε = 23° y la longitud del Sol h usando la relación:

$$\operatorname{sen} \delta_S = \operatorname{sen} \varepsilon \operatorname{sen} h \qquad [7.23]$$

De forma similar, aproximando la órbita de la Luna al plano de la eclíptica, se obtiene:

$$\operatorname{sen} \delta_L = \operatorname{sen} \varepsilon \operatorname{sen} s \qquad [7.24]$$

Sustituyendo estos valores en las ecuaciones [7.20]-[7.22] obtenemos los constituyentes de las mareas en los que entran los periodos de s y h.

7.4. Constituyentes principales de las mareas

Brevemente describiremos los constituyentes más importantes de las mareas para la aproximación de primer orden.

7.4.1. *Mareas de periodo largo*

Sustituyendo en la ecuación [7.20] la expresión [7.23] para el Sol [7.24] para la Luna, obtenemos:

$$\psi_0^L = G_0\left(\frac{C_L}{R_L}\right)^3\left[\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\ \text{sen}^2\ \varepsilon\right)+\frac{1}{2}\ \text{sen}^2\ \varepsilon\cos 2s\right] = M_0 + M_f \qquad [7.25]$$

$$\psi_0^S = 0{,}46\ G_0\left(\frac{C_S}{R_S}\right)^3\left[\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\ \text{sen}^2\ \varepsilon\right)+\frac{1}{2}\ \text{sen}^2\ \varepsilon\cos 2h\right] = S_0 + S_{sa} \qquad [7.26]$$

donde se ha sustituido para el Sol, $G_S = 0{,}46\ G$, y:

$$G_0 = 3\ G\left(\frac{1}{3} - \text{sen}^2\ \phi\right) \qquad [7.27]$$

Los constituyentes M_0 y S_0 son constantes para cada punto de la superficie de la Tierra. El constituyente M_f tiene periodo semimensual (en inglés *fortnight,* período de 15 días) y el S_{sa} semianual. Las letras *S* y *M* se derivan de las palabras inglesas para el Sol y la Luna, *Sun* y *Moon*.

7.4.2. *Mareas diurnas*

Sustituyendo en la ecuación [7.21], de forma similar obtenemos entre otros los siguientes términos:

$$\psi_1^L = G_1\left(\frac{C_L}{R_L}\right)^3[\text{sen}\ \varepsilon\ \text{sen}\ (\tau+s) - \text{sen}\ \varepsilon\ \text{sen}\ (\tau-s)] = K_{1m} + O_1 \qquad [7.28]$$

$$\psi_1^S = 0{,}46\ G_1\left(\frac{C_S}{R_S}\right)^3[\text{sen}\ \varepsilon\ \text{sen}\ (t+h) - \text{sen}\ \varepsilon\ \text{sen}\ (t-h)] = K_{1s} + P_1 \qquad [7.29]$$

donde:

$$G_1 = G\ \text{sen}\ 2\phi \qquad [7.30]$$

Los constituyentes K_{1s} y K_{1m} tienen periodicidad diurna (día solar y lunar). La combinación de t y τ con s y h se pueden expresar en términos del tiempo sidéreo.

7.4.3. *Mareas semidiurnas*

De forma similar a la anterior deducimos de la ecuación [7.22] entre otros términos los siguientes:

$$\psi_2^L = G_2\left(\frac{C_L}{R_L}\right)^3\frac{1}{2}\cos^2\varepsilon\cos 2\tau = M_2 \qquad [7.31]$$

$$\psi_2^S = 0{,}46\ G_2\left(\frac{C_S}{R_S}\right)^3\frac{1}{2}\cos^2\varepsilon\cos 2t = S_2 \qquad [7.32]$$

donde:

$$G_2 = G\cos^2\phi \qquad [7.33]$$

Estos constituyentes tienen periodos semidiurnos solares y lunares.

Para ver la importancia relativa de los constituyentes de las mareas, se pueden escribir en la forma:

SOL	LUNA
$S_0 = 0{,}2341G_0$	$M_0 = 0{,}5046G_0$
$S_{sa} = 0{,}0729G_0\cos 2h$	$M_f = 0{,}1564G_0\cos 2s$
$K_{1s} = 0{,}1682G_1\ \text{sen}\ (t+h)$	$K_1^m = 0{,}3627G_1\ \text{sen}\ (\tau+s)$
$P_1 = 0{,}1755G_1\ \text{sen}\ (t-h)$	$O_1 = 0{,}3769G_1\ \text{sen}\ (\tau-s)$
$S_2 = 0{,}4229G_2\cos 2t$	$M_2 = 0{,}9081G_2\cos 2\tau$

Como se puede ver, las mareas lunares son mayores que las solares y de todas ellas la mayor es la semidiurna lunar. Los coeficientes corresponden al desarrollo en serie de las funciones responsables de las mareas en cada caso.

7.5. Mareas terrestres. Números de Love y Shida

Al hablar de las mareas de equilibrio hemos considerado la Tierra como rígida y veíamos cómo actuaba la fuerza de las mareas sobre un líquido hipotético que cubría homogéneamente su superficie. Sin embargo, la Tierra no es un cuerpo rígido y las fuerzas de las mareas producen, además del movimiento del mar, deformaciones de la Tierra sólida. A estas deformaciones se les llama mareas terrestres. El primero en proponer las deformaciones de la Tierra sólida, por el efecto de las mareas, fue lord Kelvin (W. Thomson, 1824-1907). El influjo de la marea terrestre en la oceánica y la teoría de la fricción de la marea terrestre fue estudiada por G. H. Darwin (1845-1907), hijo del célebre naturalista C. Darwin. Si la Tierra fuera perfectamente elástica, estas deformaciones serían proporcionales a la fuerza de las mareas. Como la Tierra no es perfectamente elástica, sino que en su interior se dan fenómenos de fricción interna, flujo plástico, etc., el fenómeno real de las mareas terrestres resulta más complicado. El estudio de estas ma-

reas es un instrumento eficaz para determinar las características elásticas de la Tierra. Para tener una idea de la magnitud de las mareas terrestres podemos decir que para el efecto Luni-solar sobre la superficie de la Tierra éstas tienen una amplitud máxima de aproximadamente 78 cm. Las variaciones de la fuerza de la gravedad alcanzan en su componente vertical una magnitud máxima de 2,4 μm s^{-2} y las desviaciones de la vertical son del orden de 50 milisegundos de arco.

En el caso de la Tierra rígida, la altura de la marea estática de equilibrio viene dada, como ya vimos en [7.16], por:

$$\bar{\zeta} = \frac{\psi}{g} \qquad [7.34]$$

Si la Tierra es deformable, se llama ζ a la *altura de la marea terrestre*, o componente radial de la deformación de la Tierra debida a las mareas. En un punto A sobre la superficie de la Tierra sin deformar, el potencial total W será la suma del gravitacional U más el de la marea ψ (Fig. 7.5):

$$W = U + \psi \qquad [7.35]$$

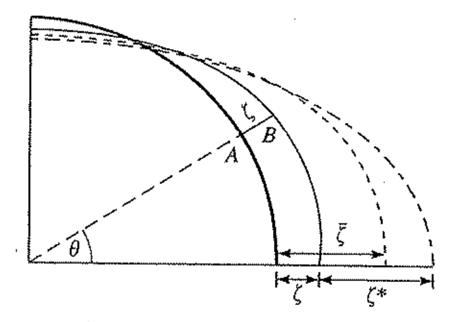


FIGURA 7.5. Diferentes alturas de la marea estática: $\bar{\zeta}$ sobre la Tierra rígida, ζ de la marea terrestre, ζ^* de la marea sobre la Tierra deformada.

En un punto B sobre la superficie de la Tierra deformada, el potencial vendrá dado por:

$$W = U + \frac{\partial U}{\partial r}\zeta + \psi + U^* \qquad [7.36]$$

donde U es el potencial en el punto A, y U^* el potencial debido al menisco de material producido por la deformación de la Tierra (masa contenida entre la superficie original y la de la Tierra deformada).

7.5.1. *Números de Love y Shida*

Como no se conoce el comportamiento de la Tierra deformable bajo el efecto de las fuerzas de marea, su descripción se hace en términos de unos coeficientes que relacionan la deformación con el potencial de la marea en la Tierra rígida. Los dos primeros h y k fueron introducidos por A. E. H. Love en 1909 y son funciones de r, distancia al centro de la Tierra, siendo constantes en la superficie, $h = h(a)$ y $k = k(a)$. El número h representa la proporcionalidad entre la altura de la marea terrestre ζ y la altura de la marea de equilibrio sobre la Tierra rígida $\bar{\zeta}$:

$$\zeta = h\bar{\zeta} = h\frac{\psi}{g} \qquad [7.37]$$

El número k representa la proporcionalidad entre el potencial de la marea para una tierra rígida y el potencial del menisco de material producido por la marea terrestre:

$$U^* = k\psi \qquad [7.38]$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación [7.36] obtenemos, teniendo en cuenta que $\partial U/\partial r = -g$:

$$W = U + (1 + k - h)\,\psi \qquad [7.39]$$

El segundo sumando es el potencial debido a la marea en una Tierra deformable ψ_D, que viene dado por:

$$\psi_D = (1 + k - h)\,\psi \qquad [7.40]$$

La aceleración de la gravedad en el punto B está afectada por la fuerza de la marea, y su componente vertical viene dado por:

$$g = \frac{\partial}{\partial r}(U + \psi_D) = -g_A + g_M \qquad [7.41]$$

donde g_M es la contribución de la gravedad debido al efecto de la marea en una Tierra deformable.

Sustituyendo la expresión [7.40] para ψ_D, obtenemos para g_M:

$$g_M = \frac{\partial \psi_D}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial U}{\partial r}\zeta + \psi + U^*\right) = -\frac{\partial g}{\partial r}\zeta + \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial U^*}{\partial r} \qquad [7.42]$$

Si aproximamos el valor de g para una Tierra esférica:

$$\frac{\partial g}{\partial r} = -\frac{2g}{r}$$

Teniendo en cuenta la forma del potencial de la marea ψ[7.9]:

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{2}{r}\,\psi$$

Como U^* es el potencial del menisco que depende de $1/r^3$ (segundo sumando del potencial de un elipsoide [2.35]):

$$\frac{\partial U^*}{\partial r} = -\frac{3}{r} U^*$$

luego:

$$g_M = \frac{2g}{r}\zeta + \frac{2}{r}\psi - \frac{3}{r}U^* \qquad [7.43]$$

Sustituyendo los números de Love se obtiene:

$$g_M = \left(1 + h - \frac{3}{2}k\right)\frac{2\psi}{r} \qquad [7.44]$$

El término $\partial\psi/\partial r = 2\psi/r = \bar{g}_M$ representa la atracción de la marea para una Tierra rígida.

Si en [7.40] dividimos por g se obtiene:

$$\zeta^* = \gamma\bar{\zeta} \qquad [7.45]$$

$$\gamma = 1 + k - h \qquad [7.46]$$

donde ζ^* es la altura de la marea sobre la Tierra deformable y el factor γ es el factor de disminución, que podemos obtener como el cociente $\zeta^*/\bar{\zeta}$, entre la altura de la marea de la Tierra deformable y el teórico de la Tierra rígida. La relación entre $\bar{\zeta}$, ζ y ζ^* está representada en la figura 7.6.

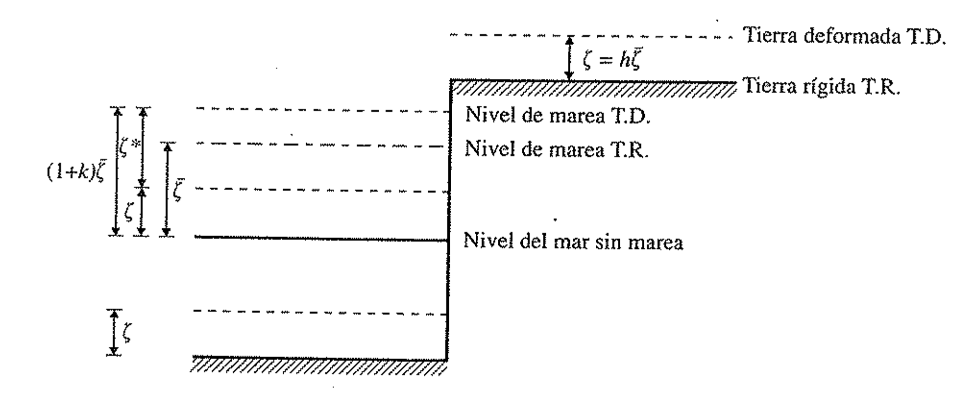


FIGURA 7.6. Esquema de las alturas de las mareas sobre la Tierra rígida ($\bar{\zeta}$) y sobre la Tierra deformada (ζ^*), siendo ζ la altura de la marea terrestre.

De la misma manera podemos expresar la atracción de las mareas [7.44] en la forma:

$$g_M = \delta\bar{g}_M \qquad [7.47]$$

$$\delta = 1 + h - \frac{3}{2}k \qquad [7.48]$$

donde δ es el factor gravimétrico, cociente $g_M/\bar{g}_M$, entre la atracción de la marea para la Tierra deformable y el teórico de la Tierra rígida.

Hasta aquí hemos hablado del componente vertical o radial de la atracción de las mareas. Es importante también hablar de su componente horizontal. Éste, en la dirección del acimut al astro, viene dado por:

$$g_\theta^M = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} = -\frac{GMr}{R^3}\frac{3}{2}\operatorname{sen} 2\theta \qquad [7.49]$$

El ángulo formado por la vertical sin el efecto de las mareas y el valor de g modificado por el efecto horizontal de la fuerza de la marea g_θ^M, lo llamamos i, la desviación de la vertical debida a la marea. Para el caso de la Tierra rígida, esta es (Fig. 7.7):

$$\bar{i} \simeq \operatorname{tg}\bar{i} = \frac{\bar{g}_\theta^M}{g} = \frac{1}{gr}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} \qquad [7.50]$$

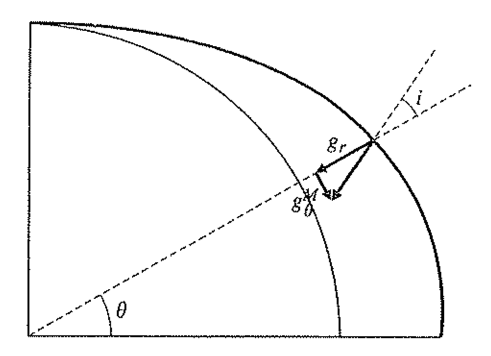


FIGURA 7.7. Desviación de la vertical debida a la marea.

En una Tierra deformable, debido al menisco de la marea terrestre, el potencial de la marea es $(1 + k)\psi$, y podemos escribir:

$$i = \frac{1+k}{gr}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} \qquad [7.51]$$

Por otro lado, si observamos la desviación de la vertical, debida a las deformaciones horizontales del suelo en las mareas terrestres i' y llamamos al cociente de este

valor con el que correspondería a la marea en la Tierra rígida l, constante introducida por T. Shida en 1912, que se conoce como número de Shida, podemos escribir:

$$i' = \frac{l}{gr}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} \qquad [7.52]$$

Restando estas dos expresiones tendremos δi, la desviación total de la vertical debida a la marea terrestre.

$$\delta i = (1 + k - l)\frac{1}{gr}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} \qquad [7.53]$$

También podemos escribir:

$$\delta i = \Lambda \bar{i} \qquad [7.54]$$

$$\Lambda = 1 + k - l \qquad [7.55]$$

expresión semejante a [7.45] y [7.47].

El valor de δi se puede obtener por observaciones astronómicas de la desviación de la vertical, referidas a la orientación media del eje de rotación de la Tierra. Este efecto se pone de manifiesto en variaciones de la latitud con las periodicidades de las mareas.

7.6. Observaciones y modelos

Las observaciones más antiguas de mareas terrestres se hicieron a partir del estudio de mareas oceánicas. Entre las primeras de estas medidas están las realizadas por Darwin en 1881. Estas medidas son poco exactas debido a la dificultad en corregir por el efecto de la capa de agua. Para evitar esto, se hicieron medidas de este tipo en lagos y embalses que tampoco dieron la exactitud deseada. Modernamente las observaciones de las mareas terrestres se basan en su efecto sobre péndulos horizontales de muy largo periodo. Estos pénduдos fueron desarrollados por Hengler y Zöllner entre 1830 y 1880, y un modelo moderno es el de Verbaandert-Melchior. Las observaciones obtenidas con estos péndulos permiten determinar con gran exactitud el valor de γ.

Como se ha mencionado, el efecto de la marea afecta el valor de la gravedad, por lo que puede observarse con gravímetros. Esta variación de la gravedad es de sólo 2 μm s^{-2}, lo que exige en los aparatos de medida una precisión de por lo menos una parte en cien millones. Los gravímetros que se utilizan para la observación de mareas terrestres son instrumentos muy exactos del tipo de los descritos en el capítulo 5, conectados a un registro continuo para detectar las variaciones de g con el tiempo. Entre los modelos más utilizados están los de Lacoste-Romberg, Askania, Geodynamics y gravímetros superconductores.

Otro tipo de instrumentos utilizados son los extensómetros, entre los que destacan los desarrollados por Ozawa desde 1960 y que consisten en barras de superinvar de 10 a 20 m con un extremo fijo y otro libre, que permiten medir directamente las deformaciones de la roca donde están instalados. Estos aparatos permiten medir directamente los valores de h y l, en especial su cociente l/h.

La incorporación a péndulos y gravímetros de sistemas electrónicos de retroalimentación *(feedback)* permite resoluciones y precisiones por encima de 10^{-8} m s^{-2} en registros continuos de variación de la gravedad. Estas mejoras han abierto nuevas líneas de investigación en problemas relacionados con las mareas terrestres. Los instrumentos para la observación de las mareas clinométricas lo mismo que los extensómetros también han experimentado un progreso similar al de los gravímetros.

Actualmente existen en todo el mundo un número grande de estaciones de mareas terrestres. El Centro Internacional de Mareas Terrestres con sede en el Observatorio Real de Bélgica, Bruselas, dispone de datos de observaciones en más de 500 estaciones repartidas por continentes e islas. En España, la Red Ibérica de Estaciones de Mareas Gravimétricas, cuya estación fundamental es la del Valle de los Caídos cerca de Madrid, está constituida por un total de 22 estaciones. Desde 1987, funciona en la isla de Lanzarote (Canarias) el Laboratorio de Geodinámica en el que participan varias instituciones con el patrocinio de la IAG. En este laboratorio se han instalado un gran número de instrumentos para la observación de mareas terrestres y oceánicas.

Los valores observados de δ varían entre 1,14 y 1,20 y los de γ entre 0,68 y 0,72. Un valor medio reciente para δ obtenido a partir de 215 estaciones es 1,156. Los cálculos teóricos más sencillos son los deducidos de modelos de Tierra de material elástico homogéneo. Usando la teoría de Kelvin y una rigidez de $\mu = 1{,}5 \cdot 10^5$ M Pa se obtienen los valores de la columna B de la tabla 7.1.

TABLA 7.1. *Parámetros de la marea terrestre, observados y teóricos.*

	A	*B*	*C*	*D*	*E*
δ	1,16	1,19	1,185	1,165	1,158
γ	0,68	0,81	0,675	0,713	0,692
Λ	1,22	1,15	1,199	1,160	—
h	0,46	0,48	0,606	0,530	0,607
k	0,29	0,29	0,281	0,243	0,299
l	0,08	0,14	0,082	0,083	0,081

A, valores observados; *B*, Tierra homogénea $\mu = 1{,}5 \times 10^5$ M Pa; *C*, Takeuchi (1951), núcleo: $\mu = 0$; *D*, Takeuchi (1951), núcleo; $\mu = 10^4$ M Pa; *E*, modelo Jeffreys-Bullen A. Alsop y Kuo (1964).

Estos valores se apartan bastante de los observados, lo que indica que la aproximación de una Tierra de rigidez homogénea no es adecuada para este problema. Sobre todo es importante la influencia del núcleo, fluido o de rigidez pequeña. Takeuchi, en 1951, calcula el efecto de la rigidez del núcleo manteniendo constantes las características del manto. Considerando los valores observados más seguros $\gamma = 0{,}676$ y $\delta = 1{,}164$, el límite superior de la rigidez del núcleo se puede poner en 10^3 M Pa. La quinta columna de la tabla 7.1 son los valores determinados por Alsop y Kuo (1964) para el modelo Tierra Jeffreys-Bullen A, deducido de datos sismológicos. Estos autores mostraron que la influencia de la rigidez del núcleo interno y de la capa de baja velocidad en el manto superior es prácticamente nula. La influencia en las mareas terrestres de la falta de homogeneidad de la corteza es difícil de tener en cuenta. El sustituir la corteza continental por una oceánica tiende a aumentar ligeramente los valo-

res de h, k y l, pero apenas afecta a los de γ y δ. La presencia del núcleo fluido ha llevado a proponer modelos dinámicos para el efecto sobre él de las mareas, como los presentados por Jeffreys y Vicente en 1966. En estos modelos el límite superior de la rigidez del núcleo es del orden de 10 M Pa, menor que el permitido en los modelos estáticos. Un problema importante en la interpretación de las observaciones de las mareas terrestres es la dificultad en la corrección por la influencia de la carga de la marea oceánica que en estaciones cercanas a la costa puede llegar hasta un 10 por 100 de las medidas. En las investigaciones más recientes se utilizan modelos de Tierra más realistas que consideran una tierra elíptica, en rotación, con océanos y atmósfera y con una constitución interior de acuerdo con los últimos resultados de las investigaciones sismológicas.

7.7. Fricción de la marea lunar

Al hablar de la marea terrestre hemos indicado que la Tierra se comporta como un cuerpo elástico, que se deforma debido a las fuerzas de las mareas, recobrando inmediatamente su forma original. Sin embargo, el material de la Tierra no es perfectamente elástico, con lo que ésta tarda en recobrar su forma original, o adaptarse en cada momento a la fuerza de las mareas. Esta falta de elasticidad es debida a la fricción interna del material.

Consideremos el giro del sistema Tierra-Luna. En comparación con él, el giro de la Tierra sobre sí misma es mucho más rápido. Debido al retraso en volver a su posición de equilibrio, el material del menisco de la marea terrestre produce una fuerza ξ cuyo momento tiende a retardar el giro de la Tierra al ser opuesto a ω. A este efecto se le denomina fricción de la marea lunar. Al mismo tiempo, el momento de la fuerza con que el menisco actúa sobre la Luna tiende a acelerar su movimiento de revolución alrededor de la Tierra. De esta forma, el momento angular total del sistema se conserva. El efecto de la fricción de la marea en la Luna ha llevado a que su rotación tenga el mismo periodo que el de revolución. Los puntos de su superficie se encuentran en situación estacionaria con respecto a la marea producida por la Tierra (Fig. 7.8).

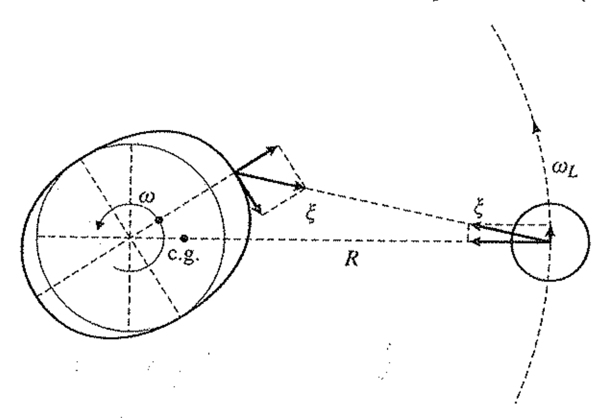


FIGURA 7.8. Fuerzas actuando sobre la Tierra y la Luna debidas a la fricción de la marea.

Para estudiar el efecto de la Luna sobre la rotación de la Tierra consideremos que tanto la velocidad angular de la Tierra ω, como la de la Luna ω_L y la distancia del centro de la Tierra al de la Luna R, son funciones del tiempo. Poniendo la fuerza centrípeta igual a la fuerza de atracción entre los dos astros, se obtiene despejando R:

$$R^3 = \frac{G(M+m)}{\omega_L^2} \qquad [7.56]$$

Esta fórmula, en la que M es la masa de la Tierra y m la de la Luna, representa la tercera ley de Kepler. Tomando la derivada respecto al tiempo y sustituyendo el valor de R^3 se obtiene:

$$\frac{dR}{dt} = -\frac{2}{3}\frac{R}{\omega_L}\frac{d\omega_L}{dt} \qquad [7.57]$$

El momento angular total del sistema viene dado por:

$$I\omega_L + C\omega = \text{cte}$$

donde C es el momento de inercia de la Tierra con respecto a su eje de rotación, e I el del sistema Tierra-Luna. Si $\bar{r} = MR/(m+M)$ es la distancia de la Luna al centro de gravedad del sistema, el momento de inercia I viene dado por:

$$I = M(R-\bar{r})^2 + m\bar{r}^2$$

y sustituyendo en [7.58]:

$$\frac{mMR^2}{m+M}\omega_L + C\omega = \text{cte} \qquad [7.58]$$

Derivando con respecto al tiempo en [7.58] y sustituyendo dR/dt en función de $d\omega_L/dt$ de la ecuación [7.57] se obtiene:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{3}\frac{m}{m+M}\frac{MR^2}{C}\frac{d\omega_L}{dt} \qquad [7.59]$$

La energía total del sistema será igual a la suma de la energía cinética de la rotación de la Tierra y del sistema, más la gravitacional:

$$E = \frac{1}{2}C\omega^2 + \frac{1}{2}R^2\omega_L^2\frac{Mm}{m+M} - \frac{GMm}{R} \qquad [7.60]$$

Derivando con respecto al tiempo y sustituyendo $d\omega_L/dt$ en función de $d\omega/dt$ de la ecuación [7.59] se obtiene:

$$\frac{dE}{dt} = C(\omega - \omega_L)\frac{d\omega}{dt} \qquad [7.61]$$

Las ecuaciones [7.57], [7.59] y [7.61] permiten calcular dR/dt, $d\omega/dt$ y dE/dt si se conoce $d\omega_L/dt$.

La ecuación [7.58] se puede escribir en la forma:

$$C\omega + \frac{mMR^2}{m+M}\omega_L = \text{cte} = (1+k)C\omega_0 \qquad [7.62]$$

donde:

$$k = \left(\frac{mMR^2\omega_L}{(m+M)C\omega}\right)_0$$

El sufijo cero se refiere a los valores actuales de ω, ω_L, R. Finalmente, esta ecuación se puede escribir sustituyendo R [7.56] en la forma:

$$\frac{\omega_L}{\omega_0}\left(1+k-\frac{\omega}{\omega_0}\right)^3 = \frac{G^2(Mm)^3}{(m+M)C^3\omega_0^4} \qquad [7.63]$$

Si se quiere saber las condiciones para que la Luna gire de forma síncrona con la rotación de la Tierra, esta situación corresponderá a la solución de la ecuación [7.63], poniendo $\omega_L = \omega$. Resolviendo para ω/ω_0, esta ecuación tiene dos raíces reales que corresponden a periodos de 4,8 horas y 47,4 días. Sustituyendo en [7.56] para estos periodos los valores de la distancia Tierra-Luna son 14.000 km y 645.000 km. Estas son las dos órbitas síncronas posibles. Para ellas, la situación de las mareas terrestres debidas a la Luna sería estacionaria, pues la Luna estaría siempre en la misma posición con respecto a los puntos de la superficie de la Tierra. La órbita actual tiene un periodo de 27 días y un radio medio 384.000 km, es decir, una situación intermedia entre las dos estacionarias. De acuerdo con la teoría propuesta originalmente por Darwin, en la que se supone que la Luna se separó de la Tierra, la Luna se habría situado primero en la primera órbita estacionaria, y al no ser estable por su pequeña distancia a la Tierra y su alta velocidad angular, la habría abandonado para tratar de situarse en la segunda. Como han puesto de manifiesto varios autores, en especial Jeffreys, esta teoría presenta muchas dificultades. El efecto actual de la fricción de la marea lunar resulta en un aumento en la duración del día de un segundo cada 120.000 años. Se trata, por tanto, de un proceso extremadamente lento, de forma que de continuar desde ahora, la segunda posición estacionaria no se alcanzaría hasta dentro de 10^{10} años. La presentación que se ha hecho aquí de este fenómeno es muy simplificada y no se han tenido en cuenta otros muchos factores que intervienen, como la influencia del Sol, efecto del núcleo terrestre, mareas oceánicas, etc.

7.8. Bibliografía

El problema general del potencial de las mareas y mareas terrestres se encuentra tratado en forma elemental en los textos generales de Geofísica, por ejemplo, COUL 18, STA 2, GARL 14 y OFF 10. Un tratamiento más completo tanto de la marea terrestre como de la fricción de las mareas se encuentra en JEFF 7 y 8. La referencia más completa sobre este tema es la obra de P. Melchior con abundante bibliografía.

MELCHIOR, P. (1978[1], 1983[2]): *The tides of the planet Earth*, Pergamon Press, Nueva York.

Sobre la fricción de las mareas se puede obtener una mayor información en:

BROSCHE, P., y SÜNDERMANN, J. (1978): *Tidal friction and the Earth's rotation*, Springer Verlag, Berlín.

Sobre los cálculos teóricos de las mareas terrestres:

ALSOP, I. E., y KUO, T. (1964): «Characteristic numbers of semidiurnal Earth tidal components», *Ann. de Geoph.*, 20, 286-300.
JEFFREYS, H., y VICENTE, R. O. (1957): «The theory of nutation and the variation of latitude, The Roche model Core», *Month. Not. R. Astr. Soc.*, 117, 162-173.
TAKEUCHI, H. (1950): «On the Earth tide of the compressible Earth of variable density and elasticity», *Trans. Am. Geoph. U.*, 31, 5, 651-689.

Capítulo 8

PROPAGACIÓN DE ONDAS SÍSMICAS

> Hizo a los cuatro vientos su jornada
> dispersó el corazón por cien senderos
> de llana tierra o piedra aborrascada
> y a la suerte en el mar de cien veleros.
>
> A. MACHADO, *Nuevas canciones*.

8.1. Mecánica de un medio elástico. Ondas internas

Al hablar del campo de la gravedad, hemos prescindido de las propiedades del material de la Tierra y considerado ésta como un cuerpo rígido. Al estudiar las mareas terrestres se ha visto que la Tierra se deforma bajo la acción gravitacional del Sol y la Luna, comportándose como un cuerpo elástico. Si éste es el caso, es posible que se den en ella perturbaciones que se propaguen en su interior en forma de ondas elásticas. Las perturbaciones naturales que producen vibraciones en la Tierra son los terremotos, y la parte de la Geofísica que los estudia, la Sismología. Puede definirse, por tanto, la Sismología como la ciencia que estudia los terremotos, sus causas, sus efectos y la información que aportan sobre la estructura y dinámica de la Tierra.

El estudio de la propagación de las ondas producidas por los terremotos nos descubre la estructura del interior de la Tierra, las regiones que la forman y la distribución en ellas de la densidad y las constantes elásticas. La ocurrencia de los terremotos, su distribución espacio-temporal, mecanismo y liberación de energía ponen de manifiesto los procesos dinámicos activos en la Tierra.

Los fundamentos teóricos de la Sismología se basan en los principios de la mecánica de medios continuos y más en concreto en la teoría de la elasticidad. Aunque el primer planteamiento sobre la deformación elástica de un cuerpo fue ya propuesto por Galileo, éste no toma forma hasta el descubrimiento por R. Hooke (1635-1703) de la ley que relaciona esfuerzos y deformaciones. De gran importancia en el desarrollo de la teoría de la elasticidad son los trabajos de los grandes matemáticos del siglo XVIII J. Bernoulli (1654-1705), D. Bernoulli (1700-1782), L. Euler (1707-1783) y J. L. Lagrange (1736-1813), que estudiaron las ecuaciones diferenciales de las vibraciones de barras y membranas. C. A. Coulomb (1736-1806) introdujo el concepto de esfuerzos cortantes, y T. Young (1773-1829), el coeficiente de elasticidad que hoy lleva su nombre. El estudio de la elasticidad recibió un gran impulso con los trabajos de

C. L. Navier (1785-1836), que investigó las ecuaciones generales de equilibrio y vibración de sólidos elásticos. Estos trabajos se continuarían entre otras con las aportaciones de A. L. Cauchy (1789-1857), S. D. Poisson (1781-1740), G. Lamé (1795-1870), G. Green (1793-1841) y G. G. Stokes (1819-1903). La aplicación a los problemas de las ondas generadas por terremotos fue desarrollada a principios de siglo, entre otros, por E. Wiechert (1861-1928), K. Zöppritz, H. Benndorf, G. Herglotz y B. Gutenberg.

En este capítulo estudiaremos algunas de las ideas más fundamentales de la elasticidad, aplicada al estudio de la propagación en el interior de la Tierra de las ondas producidas por los terremotos denominadas ondas sísmicas.

8.1.1. *Ecuaciones de un medio elástico*

La energía producida por un terremoto se propaga en el interior de la Tierra en todas las direcciones en forma de ondas elásticas. Para estudiar este fenómeno, veremos en primer lugar la propagación de ondas en un medio elástico infinito, isótropo y homogéneo. La segunda ley de Newton de la mecánica para un medio continuo se puede expresar de acuerdo con Euler y usando la notación de subíndices (Apéndice I) en la forma:

$$\int_V \boldsymbol{F}\, dV + \int_S \boldsymbol{T}\, dS = \frac{d}{dt}\int_V \rho \boldsymbol{v}\, dV \quad ;$$

$$\int_V F_i dV + \int_S T_i dS = \frac{d}{dt}\int_V \rho v_i dV \qquad [8.1]$$

donde $\boldsymbol{F}$ son las fuerzas por unidad de volumen, $\boldsymbol{T}$ el vector de esfuerzos (fuerzas por unidad de superficie) a través de cada elemento de superficie dS cuya normal es $\boldsymbol{\nu}$ (Fig. 8.1). El vector $\boldsymbol{T}$ se puede expresar en función del tensor de esfuerzos τ_{ij}. El tensor de esfuerzos está formado por los componentes de los esfuerzos a través de tres planos ortogonales, normales a los ejes (x_1, x_2, x_3). Como a través de cada plano hay

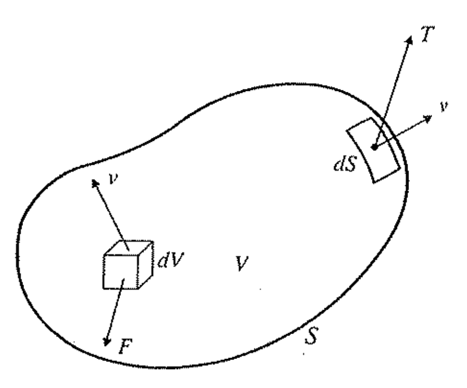


FIGURA 8.1. Fuerzas y esfuerzos actuando en un medio elástico V limitado por una superficie S.

tres componentes, el tensor τ_{ij} tiene 9 componentes. Un vector de esfuerzos $\boldsymbol{T}$ a través de un plano de orientación arbitraria cuya normal es $\boldsymbol{\nu}$ se puede expresar en términos del tensor de esfuerzos de acuerdo con la ecuación de Cauchy:

$$T_i = \tau_{ij}\nu_j \qquad [8.2]$$

Sustituyendo en la ecuación [8.1], aplicando el teorema de Gauss a la integral de superficie

$$\int_S \tau_{ij}\nu_j dS = \int_V \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} dV$$

Agrupando sobre una misma integral de volumen, la ecuación [8.1] resulta en forma diferencial:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + F_i = \rho \frac{dv_i}{dt} = \rho\left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right) \qquad [8.3]$$

Para expresar esta ecuación en términos de los desplazamientos u_i, se tiene que conocer primero la relación entre esfuerzos τ_{ij} y deformaciones e_{ij} para el medio que se trate, llamada ecuación constitutiva. A su vez, el tensor e_{ij} para deformaciones infinitesimales viene dado por:

$$e_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \qquad [8.4]$$

Para un medio elástico perfecto, la ley de Hooke establece que las deformaciones son proporcionales a los esfuerzos y en forma tensorial es:

$$\tau_{ij} = C_{ijkl}e_{kl} \qquad [8.5]$$

La constante de proporcionalidad es un tensor de cuarto rango que en el caso general, debido a la simetría de τ_{ij} y e_{ij}, tiene 21 elementos distintos. Si el medio es isótropo, sólo dos son independientes y la relación se reduce a:

$$\tau_{ij} = \delta_{ij}\lambda e_{kk} + 2\mu e_{ij} \qquad [8.6]$$

donde λ y μ son los coeficientes de Lamé, que para el caso homogéneo son constantes. En esta ecuación μ es el módulo de cizalla o rigidez que relaciona los esfuerzos y deformaciones cortantes o de cizalla, por ejemplo, para la dirección x_1 sobre una superficie normal a x_2:

$$\mu = \frac{\tau_{12}}{2e_{12}} \qquad [8.7]$$

λ está relacionado con K, el coeficiente volumétrico o de compresibilidad, por la relación:

$$\lambda = K - \frac{2}{3}\mu \qquad [8.8]$$

K viene dado por la presión dividida por el cambio de volumen que produce por unidad de volumen:

$$K = \frac{-P}{\theta} \qquad [8.9]$$

donde $\theta = \frac{\delta V}{V}$, la dilatación cúbica, igual a la divergencia de u

$$\theta = e_{11} + e_{22} + e_{33} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \qquad [8.10]$$

La relación entre las elongaciones y contracciones en dos direcciones perpendiculares viene dada por el cociente de Poisson $\sigma = -e_{22}/e_{11}$. En función de λ y μ resulta:

$$\sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \qquad [8.11]$$

El cociente de Poisson tiene valores entre 0 y 1/2. Para los materiales de la corteza y manto de la Tierra su valor es aproximadamente de 1/4, lo que implica según [8.11] que $\lambda = \mu$.

Sustituyendo [8.6] y [8.4] en la ecuación [8.3] y poniendo $\boldsymbol{F} = 0$, es decir, en ausencia de fuerzas exteriores, se obtiene la ecuación de Navier en función de los desplazamientos

$$(\lambda + \mu)\, \nabla (\nabla \cdot \boldsymbol{u}) + \mu \nabla^2 \boldsymbol{u} = \rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2}$$

$$(\lambda + \mu) u_{k,ki} + \mu u_{i,kk} = \rho \ddot{u}_i \qquad [8.12]$$

En [8.12] se ha despreciado el término $v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$, al ser éste un término de segundo orden y considerarse que los desplazamientos son infinitesimales.

Aplicando el operador divergencia en la ecuación [8.12] se obtiene, sustituyendo la dilatación cúbica θ:

$$\nabla^2 \theta = \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \qquad [8.13]$$

donde

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \qquad [8.14]$$

Si aplicamos el rotacional en la ecuación [8.12] y se sustituye $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \boldsymbol{u}$ se obtiene:

$$\nabla^2 \boldsymbol{\omega} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{\omega}}{\partial t^2} \qquad [8.15]$$

siendo

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \qquad [8.16]$$

Las dos expresiones [8.13] y [8.15] son ecuaciones de onda. Sus soluciones representan dos tipos de ondas que se propagan con distinta velocidad. Las soluciones representadas por θ corresponden a perturbaciones elásticas de cambios de volumen sin cambios de forma, son ondas longitudinales y se propagan con velocidad α. Estas ondas son las primeras en llegar ($\alpha > \beta$) y en Sismología reciben el nombre de ondas P (onda prima). Las soluciones para $\boldsymbol{\omega}$ de la ecuación [8.15] representan cambios de forma sin cambio de volumen, son ondas transversales, su velocidad es β y reciben el nombre de ondas S (onda secunda). Ambas ondas reciben el nombre de ondas internas. La existencia en un medio elástico de estos dos tipos de ondas fue propuesta por primera vez por Poisson en 1830, y más tarde por Stokes en 1849.

8.1.2. *Ondas planas*

Una de las soluciones más sencillas de las ecuaciones [8.13] y [8.15] es la que se expresa con dependencia armónica del tiempo y frentes de onda planos. Para una onda P que se propaga en la dirección de x, tiene la forma de:

$$\theta = A \cos [k_\alpha (x - \alpha t) + \varepsilon] = A \cos [k_\alpha x - \omega t + \varepsilon] \qquad [8.17]$$

Cuando la onda se propaga en una dirección arbitraria, definida por los cosenos directores ν_i la ecuación toma la forma

$$\theta = A \cos [k_\alpha (\nu_1 x_1 + \nu_2 x_2 + \nu_3 x_3 - \alpha t) + \varepsilon] = A \cos [k_\alpha (x_i \nu_i - \alpha t) + \varepsilon] \qquad [8.18]$$

El vector ν_i es normal al frente de onda y define la dirección del rayo o de propagación. Los parámetros que aparecen en estas soluciones son A la amplitud de la onda, el número de onda $k_\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_\alpha} = \frac{\omega}{\alpha}$; ω la frecuencia angular $\omega = \frac{2\pi}{T}$ donde T es el

periodo y ε la fase en el origen. No confundir ω, la frecuencia angular, con $\boldsymbol{\omega}$ o ω_i, el vector de rotación. La costumbre establecida utiliza la misma letra en ambos casos.

El argumento del coseno es la fase de la onda. Si ponemos, por ejemplo, la fase cero, ésta se propaga en la dirección de ν_i con velocidad α, por lo que α es la velocidad de fase. Lo mismo se puede decir de la solución para la onda S, en cuyo caso $k_\beta = \frac{\omega}{\beta}$,

$$\omega_i = B_i \cos\,[k_\beta(\nu_j x_j - \beta t) + \eta] \qquad [8.19]$$

Este tipo de soluciones es el más sencillo y corresponde a ondas monocromáticas (ω = constante) planas. En las observaciones, las ondas no son trenes de infinita duración, sino impulsos cortos que pueden aproximarse por un ciclo de una onda sinusoidal y de esta forma se puede considerar su amplitud y periodo. Más correctamente un impulso se representa por la superposición de trenes de ondas de distintas frecuencias.

8.2. Desplazamientos de las ondas *P* y *S*

Los componentes de los desplazamientos de las ondas P y S se pueden expresar también en forma de ondas planas que en forma exponencial vienen dadas por:

$$u_k^P = A_k \exp i[k_\alpha(\nu_j x_j - \alpha t) + \varepsilon] \qquad [8.20]$$

$$u_k^S = B_k \exp i[k_\beta(\nu_j x_j - \beta t) + \eta] \qquad [8.21]$$

Estos desplazamientos se pueden expresar en función de dos potenciales, uno escalar ϕ y otro vectorial $\boldsymbol{\psi}$ en la forma:

$$\boldsymbol{u} = \nabla\phi + \nabla \times \boldsymbol{\psi} \qquad [8.22]$$

cumpliéndose que

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\psi} = 0$$

Esta partición es una aplicación del teorema de Helmholtz, válido para cualquier campo vectorial. Estos potenciales son también soluciones de la ecuación de onda en la forma:

$$\nabla^2\phi = \frac{1}{\alpha^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} \quad ; \quad \nabla^2\boldsymbol{\psi} = \frac{1}{\beta^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{\psi}}{\partial t^2} \qquad [8.23]$$

como puede demostrarse sustituyendo [8.22] en [8.12].

Si se supone que tanto ϕ como $\boldsymbol{\psi}$ tienen dependencia armónica del tiempo, $\phi(x_i, t) = \phi(x_i) \exp i\omega t$, al sustituir en la ecuación [8.23] se obtiene:

$$(\nabla^2 + k_\alpha^2)\phi = 0 \quad ; \quad (\nabla^2 + k_\beta^2)\psi_i = 0 \qquad [8.24]$$

Estas ecuaciones se conocen como las ecuaciones de Helmholtz y en ellas se ha eliminado la dependencia del tiempo.

Las expresiones de ϕ y $\boldsymbol{\psi}$ para una solución en la forma de ondas planas que se propagan en la dirección definida por los cosenos directores (ν_1, ν_2, ν_3) son:

$$\phi = A \exp i\{k_\alpha(\nu_j x_j - \alpha t) + \varepsilon\} \qquad [8.25]$$

$$(\psi_1, \psi_2, \psi_3) = (B_1, B_2, B_3) \exp i\{k_\beta(\nu_j x_j - \beta t) + \eta\} \qquad [8.26]$$

El potencial ϕ nos representa la onda P y el potencial $\boldsymbol{\psi}$ la onda S. De esta forma se puede escribir:

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}^P + \boldsymbol{u}^S$$

donde:

$$\boldsymbol{u}^P = \nabla\phi \qquad [8.27]$$

$$\boldsymbol{u}^S = \nabla \times \boldsymbol{\psi} \qquad [8.28]$$

A partir de las ecuaciones [8.25] y [8.26] por un lado, y [8.27] y [8.28] por otro, se puede fácilmente deducir que los desplazamientos de la onda P son longitudinales, coincidentes con la dirección de propagación, y los de la onda S están en un plano normal a esta dirección.

Como en Sismología las observaciones de las ondas sísmicas se realizan en la superficie de la Tierra, se acostumbra a referir los componentes de los desplazamientos de las ondas P y S con respecto al sistema de ejes geográficos (x_1, x_2, x_3) en la dirección Norte, Oeste y zénit.

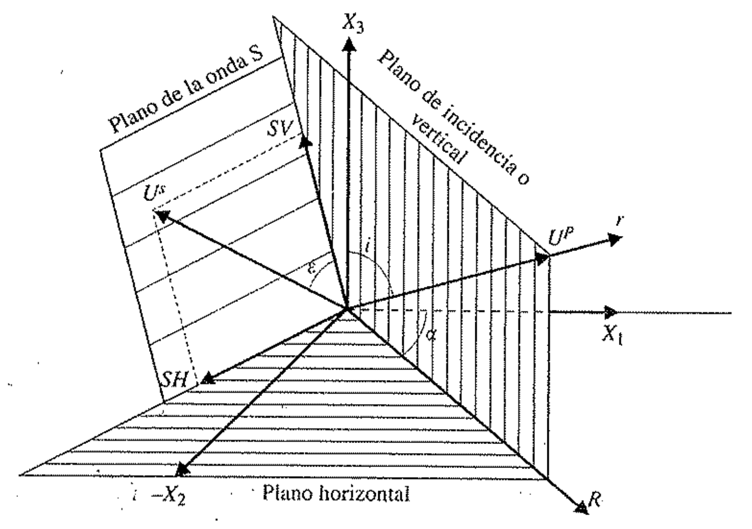


FIGURA 8.2. Geometría de los desplazamientos de las ondas P y S en un punto con respecto a un sistema de ejes trirrectangular (x_1, x_2, x_3).

El plano (x_1, x_2) es el *plano horizontal*, el plano que contiene el eje x_3 y la dirección de propagación ν_i es el *plano de incidencia o vertical*. El plano normal al rayo que contiene al vector u^S es el *plano de la onda S*. Las intersecciones de este plano con los planos de incidencia y horizontal definen las direcciones llamadas SV y SH (S vertical y S horizontal) (Fig. 8.2).

Si se descompone el vector de desplazamiento u^S en sus dos componentes en estas dos direcciones, se obtienen los componentes SV y SH de la onda S. El ángulo entre la dirección de la onda S y el eje SV es el ángulo de polarización ε.

$$\text{tg}\ \varepsilon = \frac{SH}{SV} \qquad [8.29]$$

El ángulo entre la dirección del rayo ν_i (dirección de la onda P) y la vertical es el de incidencia i, y entre el eje x_1 y la proyección de la dirección de propagación en el plano horizontal es el azimut α del rayo. Su relación con los cosenos directores del rayo es:

$$\nu_1 = \text{sen}\ i \cos \alpha \qquad [8.30]$$

$$\nu_2 = \text{sen}\ i\ \text{sen}\ \alpha \qquad [8.31]$$

$$\nu_3 = \cos i \qquad [8.32]$$

Conviene destacar que el movimiento del desplazamiento de las ondas P y la componente SV de las ondas S está en el plano de incidencia y el de la componente SH es normal a éste en el plano horizontal.

En el caso en que un rayo se propague en el plano de incidencia (x_1, x_3), los componentes del desplazamiento u_1 y u_3 se pueden expresar en función de dos potenciales escalares ϕ y ψ $(\psi = \psi_2)$, dejando u_2 aparte,

$$u_1 = \frac{\partial \phi}{\partial x_1} - \frac{\partial \psi}{\partial x_3} = u_1^P + u_1^{SV} \qquad [8.33]$$

$$u_3 = \frac{\partial \phi}{\partial x_3} + \frac{\partial \psi}{\partial x_1} = u_3^P + u_3^{SV} \qquad [8.34]$$

$$u_2 = u^{SH} \qquad [8.35]$$

De esta forma, ϕ es el potencial de las ondas P, ψ de las SV, y u_2 el desplazamiento de las SH, quedando separados estos dos componentes de la onda S. Si las ondas se propagan en la dirección positiva de x_1 y x_3, en función del ángulo de incidencia i, ϕ, ψ y u_2 vienen dados por:

$$\phi = A \exp ik_\alpha(\text{sen}\ i\ x_1 + \cos i\ x_3 - \alpha t) \qquad [8.36]$$

$$\psi = B \exp ik_\beta(\text{sen}\ i\ x_1 + \cos i\ x_3 - \beta t) \qquad [8.37]$$

$$u_2 = C \exp ik_\beta(\text{sen}\ i\ x_1 + \cos i\ x_3 - \beta t) \qquad [8.38]$$

Eligiendo un sistema de ejes en el que el rayo esté contenido en el plano (x_1, x_3) se simplifica la solución de muchos problemas de propagación de ondas ya que de esta forma se pueden estudiar por separado los desplazamientos en el plano de incidencia (P y SV) y normales a él (SH).

8.3. Reflexión y refracción

El problema de la refracción y reflexión de ondas es muy importante en Sismología, ya que la Tierra está formada por capas de material de distinta composición.

Si suponemos dos medios en los que las velocidades de las ondas P y S son distintas, al incidir una onda P se producirán ondas reflejadas y refractadas P y S, cumpliéndose la ley de Snell (Fig. 8.3).

$$\frac{\cos e}{\alpha} = \frac{\cos f}{\beta} = \frac{\cos e'}{\alpha'} = \frac{\cos f'}{\beta'} \qquad [8.39]$$

Donde e y f son los ángulos de emergencia (complementarios de los ángulos de incidencia) para las ondas P y S, respectivamente.

La partición de la energía incidente entre las ondas reflejadas y refractadas se puede deducir escribiendo las soluciones de la ecuación de onda para los potenciales ϕ y ψ, y aplicando las condiciones de continuidad de esfuerzos y desplazamientos en la superficie de contacto.

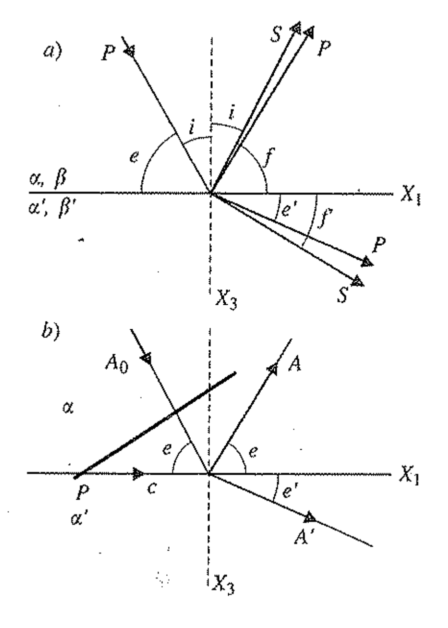


FIGURA 8.3. Rayos transmitidos y reflejados: *a*) en dos sólidos; *b*) en dos líquidos.

El caso más sencillo es cuando los medios son líquidos, ya que sólo existen ondas P (Fig. 8.3*b*). Consideremos dos medios M y M' de velocidades α y α' y densidades ρ y ρ'. El potencial en el medio M es la suma de los potenciales de las ondas incidente y reflejada:

$$\phi = A_0 \exp ik_\alpha(\cos e\, x_1 + \operatorname{sen} e\, x_3 - \alpha t) + A \exp ik_\alpha(\cos e\, x_1 - \operatorname{sen} e\, x_3 - \alpha t) \quad [8.40]$$

En el medio M' el potencial de la onda refractada es:

$$\phi' = A' \exp ik_{\alpha'}(\cos e' x_1 + \operatorname{sen} e' x_3 - \alpha' t) \quad [8.41]$$

De acuerdo con la ley de Snell, los potenciales se pueden escribir en la forma:

$$\phi = A_0 \exp ik(\operatorname{tg} e\, x_3 + x_1 - ct) + A \exp ik(-\operatorname{tg} e\, x_3 + x_1 - ct) \quad [8.42]$$

$$\phi' = A' \exp ik(\operatorname{tg} e' x_3 + x_1 - ct) \quad [8.43]$$

siendo:

$$c = \frac{\alpha}{\cos e} = \frac{\alpha'}{\cos e'} \quad [8.44]$$

$$k = k_\alpha \cos e = k_{\alpha'} \cos e' \quad [8.45]$$

donde c representa la velocidad aparente de la intersección del frente de onda con la superficie de separación de los dos medios, o la componente de la velocidad en la dirección x_1, y k el número de onda correspondiente a dicha velocidad.

Para obtener la relación entre las amplitudes incidente, reflejada y refractada, se aplican las condiciones de contorno en la superficie de separación: es decir, continuidad de la componente normal de esfuerzos y desplazamientos.

$$\tau_{33} = \tau'_{33}$$

$$u_3 = u'_3$$

Poniendo los esfuerzos en función de las deformaciones, éstas de los desplazamientos y estos últimos en función de los potenciales ϕ y ϕ' [8.33] y [8.34] se obtiene finalmente:

$$A_0 + A = \frac{\rho'}{\rho} A' \quad [8.46]$$

$$A_0 - A = \frac{\operatorname{tg} e'}{\operatorname{tg} e} A' \quad [8.47]$$

donde se ha hecho uso de que $\alpha^2 = \lambda/\rho$ y $\alpha'^2 = \lambda'/\rho'$. Si definimos los coeficientes de reflexión $V = A/A_0$ y de transmisión $W = A'/A_0$ obtenemos para ellos las siguientes expresiones:

$$V = \frac{\rho' \operatorname{tg} e - \rho \operatorname{tg} e'}{\rho \operatorname{tg} e' + \rho' \operatorname{tg} e} \quad [8.48]$$

$$W = \frac{2\rho \operatorname{tg} e}{\rho \operatorname{tg} e' + \rho' \operatorname{tg} e} \quad [8.49]$$

Para una incidencia normal, es decir, cuando $e = \pi/2$ estos coeficientes toman la forma:

$$V = \frac{\alpha'\rho' - \alpha\rho}{\alpha'\rho' + \alpha\rho} \quad [8.50]$$

$$W = \frac{2\alpha'\rho}{\alpha'\rho' + \alpha\rho} \quad [8.51]$$

Se puede fácilmente ver que si el contraste de densidades y velocidades entre los medios es pequeño, V tiende a cero y W a la unidad, es decir, casi toda la energía se transmite. Al contrario, si el contraste es muy grande, casi toda la energía se refleja.

Si $\alpha' > \alpha$ existe un ángulo límite para los rayos transmitidos e_c, llamado ángulo crítico, al que corresponde $e' = 0$ ($\cos e' = 1$) y para el que se cumple que

$$\cos e_c = \frac{\alpha}{\alpha'}$$

El rayo en el segundo medio que corresponde al incidente con el ángulo crítico e_c o i_c se propaga paralelo a la superficie de separación y se llama el rayo refractado crítico.

Para ángulos $e < e_c$, toda la energía se refleja y no existen rayos transmitidos al medio M'.

8.4. Trayectorias y tiempos de llegada

Las trayectorias y tiempos de llegada de las ondas internas P y S desde su foco, o punto de emisión, al punto de observación pueden estudiarse de una manera sencilla desde el punto de vista de la dirección del rayo, o normal al frente de onda. La ecuación fundamental que regula la trayectoria de un rayo sísmico se deduce aplicando el principio de Fermat de la condición de tiempo mínimo al camino recorrido, y resulta en la ley de Snell, que se puede expresar ahora en la forma:

$$\frac{\operatorname{sen} i}{v} = p \quad [8.52]$$

Donde i es el ángulo que forma el rayo con la vertical en un punto; v, la velocidad de la onda en dicho punto, y p, el parámetro del rayo, constante a lo largo de cada rayo.

Si v es constante, i será constante; si v cambia, i debe cambiar también, curvándose el rayo, bien hacia arriba o hacia abajo. En el caso en que v varíe sólo con la vertical, las ondas aumentarán o disminuirán de velocidad en esa dirección.

El caso más comúnmente considerado en Sismología es el cambio de velocidad con la profundidad y generalmente, en el caso de la Tierra, ésta aumenta con la profundidad. El rayo entonces es de trayectoria curva. Si el foco y el punto de observación están en la superficie, la trayectoria será un arco cóncavo hacia la superficie (Fig. 8.4). Para distancias cortas se puede considerar la Tierra plana, siendo x la distancia del foco F al punto de observación S. Si se conoce la distribución de velocidades $v(z)$ para cada punto y conocida x (distancia horizontal que aparentemente recorre la onda), podemos calcular la distancia recorrida a lo largo del rayo S, la profundidad máxima h que alcanza y el tiempo t que tarda en llegar la onda.

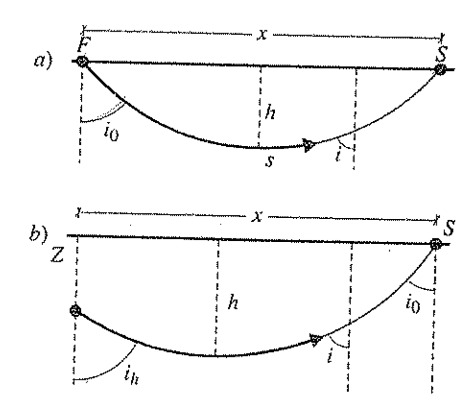


FIGURA 8.4. Trayectoria de rayos en un medio con velocidad que aumenta con la profundidad: *a*) con foco en la superficie, y *b*) a profundidad Z. h es la profundidad máxima del rayo y x la distancia horizontal que aparentemente recorre la onda.

Si el foco no está en la superficie, x es la distancia del epicentro E, o proyección del foco sobre la superficie, a la estación S que se llama distancia epicentral. En cualquier caso, si se calcula t para cada x, se obtiene la curva $t(x)$ que se denomina curva dromocrona que es de gran importancia en sismología.

8.4.1. *Capas planas de velocidad constante*

Para distancias epicentrales menores de 500 km, los rayos sísmicos penetran sólo en la corteza y parte superior del manto. En una primera aproximación para efectos de propagación de ondas, se puede considerar la corteza formada por capas planas de velocidad de propagación constante. Para estudiar este caso, consideramos primero el caso más sencillo de una capa de velocidad v_1 sobre un medio de velocidad v_2, con la condición $v_2 > v_1$ (Fig. 8.5).

Los tres rayos posibles que saliendo de F llegan a E, son:

1. El rayo directo.
2. El rayo reflejado en la base de la capa.
3. El rayo refractado crítico a lo largo de la superficie superior del medio.

Los tiempos de recorrido de los dos primeros se pueden fácilmente escribir en la forma:

$$t_1 = \frac{x}{v_1} \quad [8.53]$$

$$t_2 = \frac{2}{v_1}\sqrt{H^2 + \frac{x^2}{4}} \quad [8.54]$$

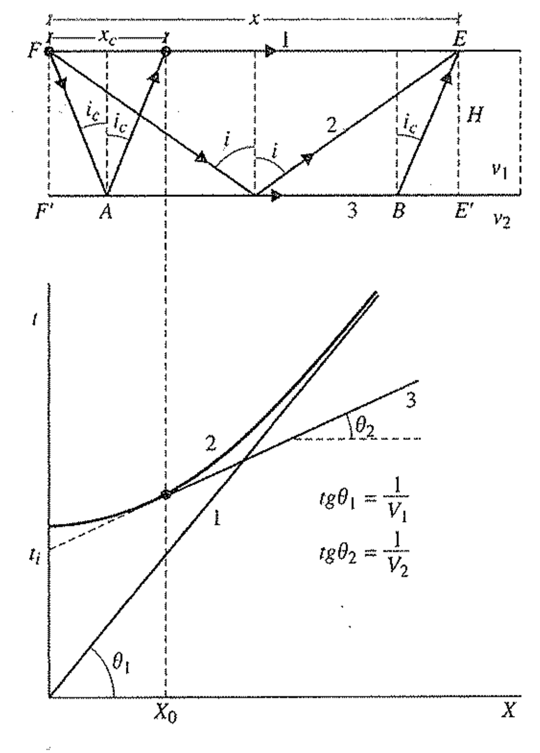


FIGURA 8.5. Rayos directos: 1) reflejado; 2) refractado; 3) y las dromocronas correspondientes en un modelo de una capa sobre un medio, ambos de velocidad constante ($V_1 < V_2$); x_c distancia crítica y t_i tiempo de intersección del refractado crítico.

La onda refractada crítica es la que incide en el medio de velocidad v_2 con el ángulo crítico, $i_c = \text{sen}^{-1}\, v_1/v_2$, se transmite a lo largo de la superficie de separación con velocidad v_2 y vuelve a refractarse a la capa de velocidad v_1 con el mismo ángulo. La expresión para el tiempo de recorrido es:

$$t_3 = \frac{2H}{v_1 \cos i_c} + \frac{x - 2H \,\text{tg}\, i_c}{v_2} \qquad [8.55]$$

que también se puede escribir en la forma:

$$t_3 = \frac{x}{v_2} + \frac{2H \cos i_c}{v_1} = \frac{x}{v_2} + \frac{2H\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}{v_1 v_2} \qquad [8.56]$$

En la última forma se ha sustituido cos i_c por su valor en función de las velocidades. El segundo término de esta expresión se denomina tiempo de retraso y corresponde a la diferencia entre el tiempo que la onda tarda en ir de F a A con velocidad v_1 y de F' a A con v_2.

Las dromocronas de las ondas directa y refractada crítica son rectas de pendientes $1/v_1$ y $1/v_2$, respectivamente, y la de la reflejada es una rama de hipérbola con vértice en el eje t (Fig. 8.5). La distancia x_c es la crítica, es decir, aquella a partir de la cual existe la refractada crítica y que coincide con la onda reflejada con ángulo crítico. De este modo las reflexiones para $x < x_c$ se llaman subcríticas y para $x > x_c$ supercríticas; estas últimas corresponden a reflexiones totales. El tiempo t_i es el de intersección de la onda refractada crítica. Los valores de las pendientes θ_1 y θ_2, t_i y x_c sirven para obtener los parámetros del modelo v_1, v_2 y H conocida la dromocrona. Las expresiones empleadas para obtener H son:

$$H = \frac{x_c\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}{2v_1} \qquad [8.57]$$

$$H = \frac{t_i v_1 v_2}{2\sqrt{v_2^2 - v_1^2}} \qquad [8.58]$$

A partir de los tiempos de llegada de las ondas reflejadas, también pueden obtenerse estos parámetros. Elevando al cuadrado la expresión [8.45] y despejando t^2 se obtiene:

$$t^2 = \frac{x^2}{v_1^2} + \frac{4H^2}{v_1^2} \qquad [8.59]$$

Si se representan tiempos y distancias en un diagrama (t^2, x^2) se obtiene una recta de pendiente $1/v_1^2$, pudiéndose obtener el valor de H de la ordenada en el origen (Fig. 8.6).

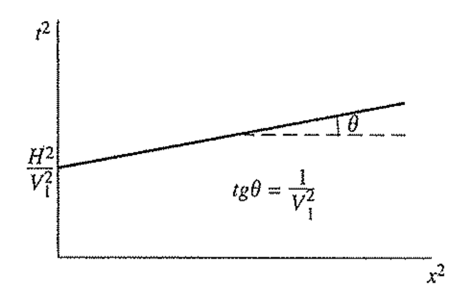


FIGURA 8.6. Dromocronas de la onda reflejada en el diagrama (t^2, x^2).

Si el foco en lugar de estar en la superficie está a profundidad h las ecuaciones son:

$$t_1 = \frac{\sqrt{h^2 + x^2}}{v_1} \qquad [8.60]$$

$$t_2 = \frac{\sqrt{(2H - h)^2 + x^2}}{v_1} \qquad [8.61]$$

$$t_3 = \frac{x}{v_2} + \frac{(2H - h)\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}{v_2 v_1} \qquad [8.62]$$

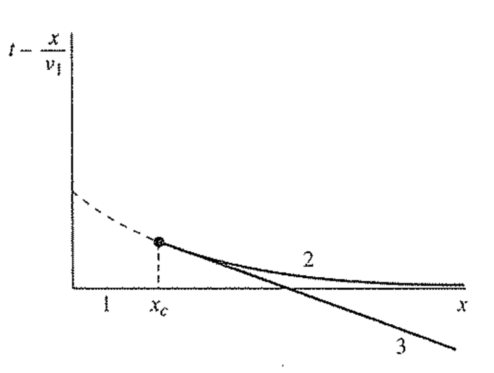


FIGURA 8.7. Dromocrona reducida para el modelo de la figura 8.5, con velocidad de reducción V_1.

Una representación muy empleada en estudios de refracción sísmica es la dromocrona reducida. Ésta consiste en representar $\left(t - \frac{x}{v_R}, x\right)$, donde v_R se llama velocidad

de reducción. En el caso estudiado anteriormente, si se toma $v_R = v_1$ las dromocronas están representadas en la figura 8.7, y la primera rama es paralela al eje x. En el caso de varias capas, esta representación exagera la diferencia entre las pendientes correspondientes a las velocidades de las diversas capas. Las velocidades menores que v_R tienen pendientes positivas y las mayores negativas.

La generalización para n capas planas horizontales superpuestas en las que la velocidad de cada capa aumenta con la profundidad, no impone ninguna dificultad. La expresión para los tiempos de recorrido de las ondas refractadas críticas en la capa n viene dada por:

$$t_n = \frac{x}{v_n} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{2H_i\sqrt{v_n^2 - v_i^2}}{v_n v_i} \qquad [8.63]$$

Las dromocronas resultantes son una serie de rectas de pendiente cada vez menor (Fig. 8.8*a*). Para las ondas reflejadas en cada capa no existe una expresión equivalente. El cálculo más sencillo, en este caso, es el de determinar los tiempos de recorrido y las distancias en función del ángulo de salida del rayo en el foco.

Si una capa tiene velocidad menor que la inmediata superior, en esta interfacie no se pueden propagar ondas refractadas críticas. Este caso, común en la corteza y manto superior terrestres, recibe el nombre de capa de baja velocidad. La onda refractada crítica en la capa siguiente se ve afectada por un retraso debido a la presencia de la capa anterior (Fig. 8.8*b*).

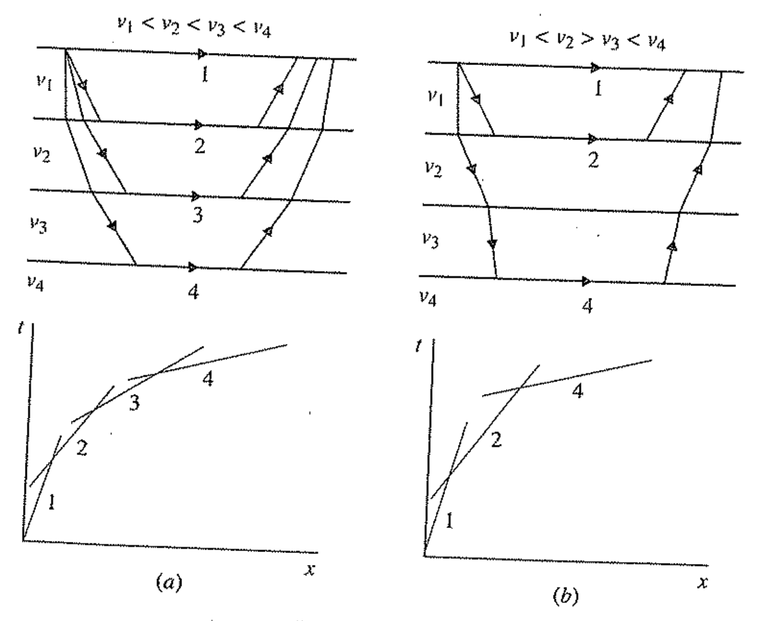


FIGURA 8.8. Trayectorias de los rayos y dromocronas de medios estratificados: *a*) para $V_1 < V_2 < V_3 < V_4$; *b*) para $V_1 > V_2 > V_3 < V_4$ (V_3 capa de baja velocidad).

El problema de capas no horizontales es relativamente sencillo cuando se trata de una única capa. En el caso general de n capas, las expresiones son más complicadas. En estos modelos de capas no horizontales se ha de especificar, además de las velocidades y espesores de las capas, los ángulos de buzamiento de las mismas.

La propagación de ondas elásticas en modelos estratificados forman la base de los métodos de prospección sísmica. Aplicados a la búsqueda de recursos minerales, en especial de hidrocarburos, estos métodos se limitan a los primeros kilómetros de los sedimentos de la corteza. Los métodos se dividen en métodos de refracción y reflexión de gran ángulo y métodos de reflexión vertical. Los métodos de reflexión vertical han alcanzado hoy en día una gran difusión debido a su mayor poder de resolución para dar una imagen de las capas superficiales de la Tierra. En ellos se utilizan un número grande de fuentes de energía (explosiones, vibradores mecánicos, cañones de aire en el mar, etc.) y de receptores a pequeña distancia para registrar reflexiones prácticamente verticales. El procesado de los datos ocupa una parte importante del método, incluyendo la suma de las señales (stacking), la deconvolución para quitar el efecto de la fuente y la migración para corregir por la difracción y otros efectos no deseados de las ondas. El resultado son los ensamblajes (record sections) en los que quedan manifiestos los distintos reflectores y sus profundidades. Estos métodos no proporcionan información sobre las velocidades que hay que obtener de otras formas.

8.4.2. *Variación continua de la velocidad con la profundidad*

En el interior de la Tierra, en especial en el manto, la velocidad varía de forma continua con la profundidad. Esta variación toma la forma de un aumento gradual de la velocidad con la profundidad. Para un medio limitado por una superficie plana y con el foco en la superficie, la distancia a lo largo del rayo en este caso, viene dada por:

$$S = \int_0^z \frac{dz}{\cos i} \qquad [8.64]$$

Si se llama h a la profundidad máxima a la que llega un rayo, es decir, para $i = 90°$, los tiempos y distancias de un rayo que parte y llega a la superficie se pueden expresar, según la figura 8.9, en la forma:

$$x = 2\int_0^h \operatorname{tg} i \, dz \qquad [8.65]$$

$$t = 2\int_0^h \frac{dz}{v \cos i} \qquad [8.66]$$

Utilizando la ley de Snell en la que $\operatorname{sen} i = pv$, estas expresiones se pueden escribir en función de p y η, donde este último parámetro es el inverso de la velocidad $\eta = 1/v$:

$$x = 2\int_0^h \frac{p\,dz}{\sqrt{\eta^2 - p^2}} \qquad [8.67]$$

$$t = 2\int_0^h \frac{\eta^2\,dz}{\sqrt{\eta^2 - p^2}} \qquad [8.68]$$

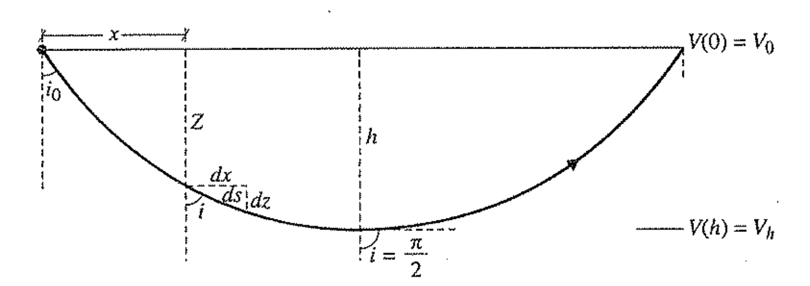


FIGURA 8.9. Trayectoria de un rayo en un medio cuya velocidad aumenta de forma continua con la profundidad.

Consideremos dos rayos contiguos de parámetros $p, p + dp$, que llegan a distancia x y $x - dx$, si el recorrido del frente de onda a lo largo del rayo de parámetro p, en un incremento de tiempo dt, es $ds = v\,dt$, de acuerdo con la figura 8.10 se puede escribir:

$$\text{sen}\,i = \frac{ds}{dx} = v\,\frac{dt}{dx} \qquad [8.69]$$

y, por tanto:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{\text{sen}\,i}{v} = p \qquad [8.70]$$

Esta expresión es muy importante, ya que relaciona el parámetro del rayo p con la pendiente de la curva dromocrona en la distancia a la que llega el rayo. En el punto de la trayectoria del rayo en el que $i = 90°$ se obtiene:

$$\frac{dt}{dx} = p = \frac{1}{v_h} \qquad [8.71]$$

donde v_h es la velocidad en el punto más profundo del rayo. Según esta relación, la pendiente de la dromocrona para una distancia dada es la inversa de la velocidad máxima que alcanza el rayo, es decir, la correspondiente al punto de mayor profundidad. Si la velocidad aumenta con la profundidad, el valor de p disminuye para rayos que lleguen a mayor distancia, y la curva dromocrona será de forma convexa y de pendiente cada vez menor (Fig. 8.10). A una distancia x, la onda tarda en llegar un tiempo t y la pendiente de la dromocrona en dicho punto nos da el valor del parámetro

del rayo p, que es igual a la inversa de la velocidad (v_h) en su punto más profundo, coincidente con la velocidad del medio en ese punto.

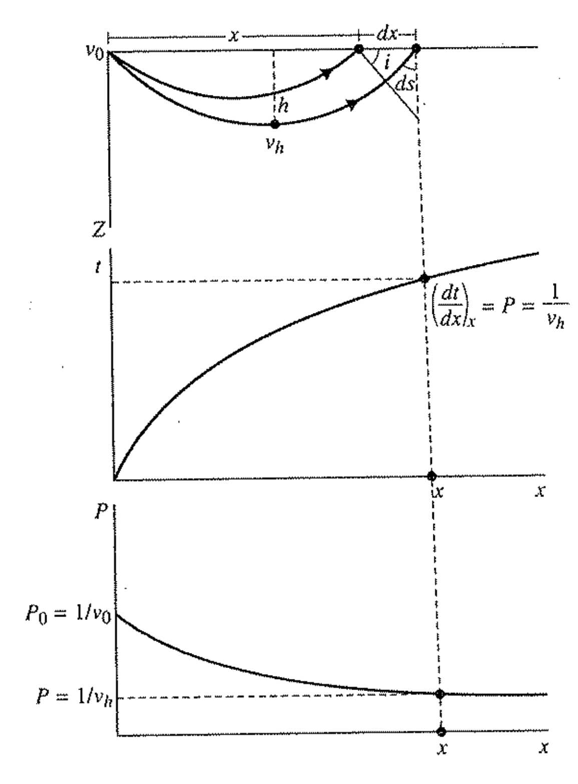


FIGURA 8.10. Trayectoria de rayos en un medio de velocidad que aumenta con la profundidad, dromocrona (t, x) y curva (p, x) correspondientes.

La relación entre la forma de la dromocrona, el parámetro del rayo y distribución de la velocidad permite utilizar estas curvas para determinar la dependencia de la velocidad con la profundidad. Una distribución utilizada muy comúnmente por su sencillez, para representar la situación en la corteza o el manto de la Tierra, es la de aumento lineal con la profundidad, $v = v_0 + kz$. Para esta distribución, la trayectoria de los rayos es circular con radio igual a $h + v_0/k$ y la expresión para los tiempos en función de la distancia es:

$$t = \frac{2}{k}\,Sh^{-1}\,\frac{kx}{2v_0} \qquad [8.72]$$

Esta distribución de gradiente constante es muy útil para aproximar otras situaciones más complicadas, por combinación de capas de distinto gradiente. En el caso

de existir una capa en la que la velocidad disminuye con la profundidad, en ella la curvatura del rayo es hacia abajo. Naturalmente en esta zona ningún rayo puede girar hacia la superficie.

8.5. Propagación en un medio esférico

Para estudiar el comportamiento de las ondas sísmicas en el interior de la Tierra, se tiene que considerar la propagación de ondas en un medio esférico. Al introducir la forma esférica en el problema de la trayectoria de los rayos y los tiempos de recorrido, hay que introducir algunas modificaciones en las ideas expuestas anteriormente. La primera es que la distancia entre dos puntos se toma como la distancia angular Δ y las curvas dromocronas son ahora (t, Δ).

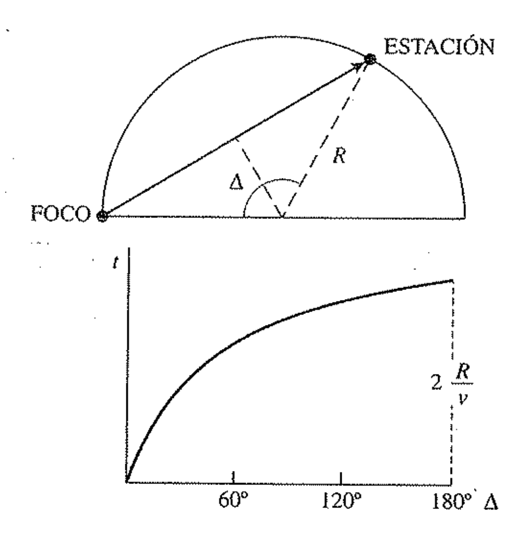


FIGURA 8.11. Rayos en un medio esférico de velocidad constante y dromocrona (t, Δ) correspondiente.

Para una esfera homogénea de radio R y velocidad constante v, el tiempo de recorrido en función de Δ viene dado por:

$$t = \frac{2R}{v} \operatorname{sen} \frac{\Delta}{2} \qquad [8.73]$$

La dromocrona correspondiente (t, Δ), es una curva, a pesar de la velocidad constante, y limitada al intervalo $0 < \Delta < \pi$ (Fig. 8.11).

Si se considera el caso de capas concéntricas de velocidad constante (Fig. 8.12), de acuerdo con la ley de Snell:

$$\frac{\operatorname{sen} i_1}{v_1} = \frac{\operatorname{sen} f}{v_2} \qquad [8.74]$$

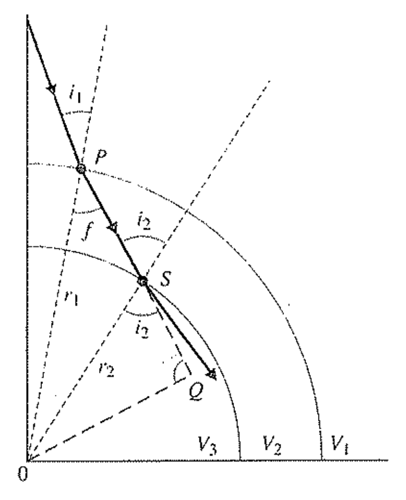


FIGURA 8.12. Trayectoria de un rayo en regiones esféricas de velocidad constante ($V_1 < V_2 < V_3$).

Si se consideran los triángulos PQO y SQO se tiene que:

$$r_2 \operatorname{sen} i_2 = r_1 \operatorname{sen} f \qquad [8.75]$$

Sustituyendo sen f en la ecuación [8.74] se obtiene:

$$\frac{r_1 \operatorname{sen} i_1}{v_1} = \frac{r_2 \operatorname{sen} i_2}{v_2} \qquad [8.76]$$

Por tanto, la ley Snell se expresa, en general, para medios esféricos en la forma:

$$\frac{r \operatorname{sen} i}{v} = p \qquad [8.77]$$

donde r, i y v están referidos a la misma capa y p es el parámetro del rayo.

Si la velocidad aumenta de forma continua con la profundidad se puede escribir la velocidad en función del radio, $v(r)$. Consideremos el rayo que va de P a Q correspondiente a una distancia angular Δ. El elemento de arco PQ' correspondiente a un elemento de distancia angular $d\Delta$ es (Fig. 8.13):

$$PQ' = r_0 d\Delta \qquad [8.78]$$

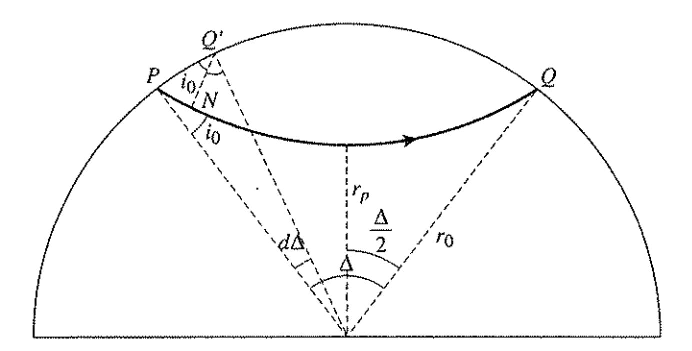


FIGURA 8.13. Trayectoria de un rayo en un medio esférico de velocidad que aumenta de forma continua con la profundidad a lo largo del radio.

El segmento NQ' es normal al rayo y representa un frente de onda que tarda dt en llegar de P a N; si la velocidad en la superficie es $v(r_0) = v_0$:

$$PN = v_0 dt \tag{8.79}$$

De acuerdo con el triángulo $PQ'N$ se tiene:

$$\text{sen } i_0 = \frac{PN}{PQ'} \tag{8.80}$$

y sustituyendo las ecuaciones [8.78] y [8.79] se obtiene:

$$\text{sen } i_0 = \frac{v_0}{r_0} \frac{dt}{d\Delta} \tag{8.81}$$

De acuerdo con la ley de Snell, para cada rayo

$$\frac{r \text{ sen } i}{v} = p = \frac{dt}{d\Delta} \tag{8.82}$$

Por tanto, también en este caso el parámetro del rayo p viene dado por la pendiente de la curva (t, Δ) o dromocrona. Este resultado, conocido como ley de Benndorf, es muy importante para poder obtener la distribución de velocidades $v(r)$ a partir de la curva $t(\Delta)$. Considerando la trayectoria del rayo representado en la figura 8.14, se pueden escribir las siguientes relaciones:

$$ds^2 = dr^2 + (r\, d\Delta)^2 \tag{8.83}$$

$$\text{sen } i = r \frac{d\Delta}{ds} \tag{8.84}$$

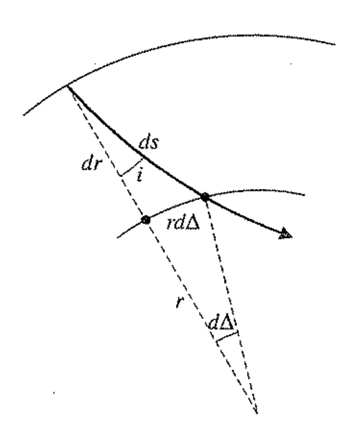


FIGURA 8.14. Elementos de la trayectoria de un rayo en un medio esférico de velocidad variable.

Sustituyendo el valor del sen i en la ley de Snell, se obtiene:

$$\frac{r^2}{v} \frac{d\Delta}{ds} = p \tag{8.85}$$

En la ecuación [8.83] dividiendo primero por ds^2 y en segundo lugar por dr^2, se obtienen las siguientes relaciones, en las que hemos sustituido $\eta = \frac{r}{v}$ y $d\Delta/ds = pv/r^2$.

$$\frac{ds}{dr} = \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 - p^2}} \tag{8.86}$$

$$\frac{d\Delta}{dr} = \frac{p}{r} \frac{1}{\sqrt{\eta^2 - p^2}} \tag{8.87}$$

De estas dos expresiones se deduce, integrando a lo largo del rayo desde la superficie (r_0) al punto más profundo (r_p) (Fig. 8.15):

$$\Delta = 2 \int_{r_p}^{r_0} \frac{p}{r} \frac{dr}{\sqrt{\eta^2 - p^2}} \tag{8.88}$$

$$S = 2 \int_{r_p}^{r_0} \frac{\eta\, dr}{\sqrt{\eta^2 - p^2}} \tag{8.89}$$

$$t = 2 \int_{r_p}^{r_0} \frac{\eta\, dr}{v \sqrt{\eta^2 - p^2}} \tag{8.90}$$

En estas ecuaciones Δ es la distancia angular a la que aflora el rayo cuyo punto más profundo está a $r = r_p$ del centro, t es el tiempo de recorrido y S la distancia recorrida, medida a lo largo del rayo.

Como la distancia r_p corresponde al punto del rayo donde $i = 90°$:

$$\frac{r_p}{v_p} = p = \eta_p = \frac{dt}{d\Delta} \qquad [8.91]$$

Para una distancia determinada Δ_1, la pendiente de la curva dromocrona da el valor de η_p. Utilizando esta relación, se obtiene una expresión que permite determinar la distribución de velocidades con la profundidad a partir de la curva dromocrona, en el caso de que v sea una función monótonamente creciente con la profundidad.

$$\int_0^{\Delta_1} Ch^{-1}\left(\frac{p}{\eta_1}\right) d\Delta = \pi \ln\left(\frac{r_0}{r_1}\right) \qquad [8.92]$$

Esta expresión cuya deducción se puede encontrar en los textos de Sismología, se conoce con el nombre de fórmula de Herglotz-Wiechert y fue propuesta por estos dos autores en 1910. En ella $\eta_1 = (dt/d\Delta)_{\Delta_1}$ es la pendiente de la curva dromocrona para la distancia Δ_1, y la integral se puede efectuar numéricamente, ya que se conoce $p = \dfrac{dt}{d\Delta}$ para cada valor de Δ entre 0 y Δ_1 (Fig. 8.15). Obtenido el valor de la integral se determina el valor de r_1, distancia del centro al punto más profundo del rayo que llega a la distancia Δ_1. Conocido r_1 se puede obtener v_1 de la relación:

$$v_1 = \frac{r_1}{\left(\dfrac{dt}{d\Delta}\right)_{\Delta_1}} \qquad [8.93]$$

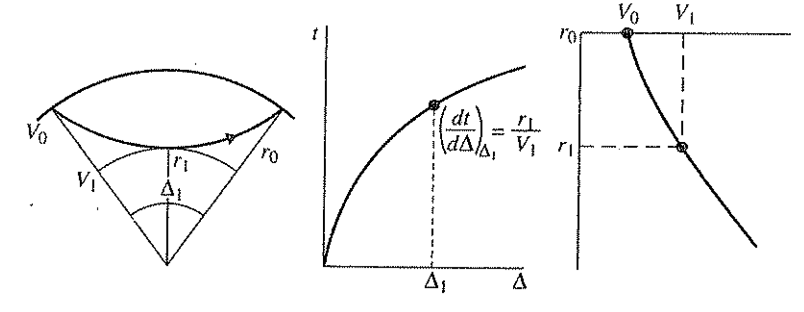


FIGURA 8.15. Rayos, dromocrona y distribución de la velocidad con el radio. Aplicación de la fórmula de Herglotz-Wiechert.

La fórmula [8.92] puede utilizarse para obtener la distribución de velocidad de las ondas sísmicas en el manto, bajo la hipótesis de que ésta es sólo función del radio y que

aumenta monótonamente con la profundidad. La determinación de la distribución de velocidades en el interior de la Tierra, a partir de los tiempos de llegada de las ondas en la superficie, es un caso particular del problema general conocido con el nombre de inversión.

8.6. Bibliografía

Los conceptos básicos de la propagación de ondas sísmicas internas se pueden encontrar en los textos generales de Geofísica, GARL 3, STAC 4, y de forma más extensa y con un desarrollo teórico más completo en OFFI 6, COUL 1 y 6, y JEFF 1, 2.

El número de textos especializados en Sismología ha aumentado en los últimos años, en especial con las obras de Aki y Richards, Ben Menahem y Singh y Pilant, en las que el tratamiento es mucho más avanzado que el presentado aquí. Ahora citaremos los más teóricos, dejando para los capítulos siguientes los que ponen mayor énfasis en las observaciones.

AKI, K., y RICHARDS, P. G. (1980): *Quantitative seismology. Theory and methods* (2 t.). W. H. Freeman, San Francisco, caps. 1, 5, 9.

BATH, M. (1968): *Mathematical aspects of seismology*. Elsevier, Amsterdam.

BEN MENAHEM, A., y SINGH, S. J. (1981): *Seismic waves and sources*. Springer Verlag, Berlín, caps. 1-3, 7.

BULLEN, K. E. (1976): *An introduction to the theory of seismology*. Cambridge University Press (3.ª ed.), caps. 1-7.

—, y BOLT, B. A. (1985): *An introduction to the theory of seismology*. Cambridge University Press, caps. 2-4 y 7.

DOYLE, H. (1995): *Seismology*. John Wiley, Chichester.

GUBBINS, D. (1990): *Seismology and plate tectonics*. Cambridge University Press, caps. 2-3.

HUDSON, J. A. (1980): *The excitation and propagation of elastic waves*. Cambridge University Press, caps. 1, 2.

LAY, T., y WALLACE, T. C. (1995): *Modern Global Seismology*. Academic Press, San Diego, caps. 2-3.

MACELWANE, J. B., y SOHON, F. W. (1949): *Theoretical seismology* (2 t.), St. Louis University.

OFFICER, C. B. (1958): *Introduction to the theory of sound transmision*. McGraw Hill, caps. 1, 2.

PILANT, W. L. (1979): *Elastic waves in the Earth*. Elsevier, Amsterdam, caps. 1-6, 21-23.

SAWARENSKY, E. F., y KIRNOS, D. P. (1960): *Elemente der Seismologie und Seismometrie*. Akademie Verlag, Berlín, cap. 2.

SAWARENSKY, E. F. (1975): *Seismic waves*. Mir Publishers, Moscú.

De autores españoles sobre los aspectos teóricos de la Sismología:

INGLADA, V. (1942): *Estudio sobre la propagación de las ondas sísmicas*. Instituto Geográfico y Catastral, Madrid.

UDÍAS, A. (1971): *Introducción a la sismología y estructura interior de la Tierra*. Instituto Geográfico y Catastral, Madrid, caps. 1, 2, 4.

Capítulo 9
DROMOCRONAS Y ESTRUCTURA INTERNA DE LA TIERRA

Esta voz ronca que golpea vencida
en el vientre negro del mundo
en el cóncavo barro de este cántaro oscuro
en la curva cenicienta
de todos los horizontes apagados.

LEÓN FELIPE, *Drop a star.*

9.1. Corteza y manto superior

La propagación de las ondas producidas por los terremotos en el interior de la Tierra está determinada, como se vio en el capítulo anterior, por los principios de la mecánica de medios elásticos. Las velocidades de los distintos tipos de ondas dependen, por tanto, de las características elásticas del medio, de modo que su distribución en el interior de la Tierra puede estudiarse mediante la observación de los tiempos de recorrido y amplitudes de estas ondas. En los primeros estudios se utilizaron solamente tiempos de recorrido de las ondas sísmicas y se remontan a principios de siglo, una vez que la instrumentación sismográfica había alcanzado un desarrollo suficiente. Entre los primeros estudios sismológicos sobre la corteza terrestre hay que destacar los de S. A. Mohorovicic (1857-1936), quien, en 1909, observó que los tiempos de recorrido de las ondas producidas por los terremotos locales en Europa central mostraban un cambio a partir de los 150 km de distancia. Estas observaciones presentaban, por primera vez, una evidencia directa de la existencia de una discontinuidad de velocidad a unos 30 km de profundidad, correspondiendo a la base de la corteza. Esta discontinuidad recibe el nombre de discontinuidad de Mohorovicic, o Moho. Una segunda discontinuidad dentro de la corteza misma fue descubierta, más tarde, por V. Conrad, en 1923, y por H. Jeffreys, en 1926. Los primeros estudios se basaban en observaciones de ondas producidas por terremotos, pasándose, más tarde, al uso de explosiones para generar las ondas, con lo que se logra una mayor precisión al conocerse con exactitud su localización y hora origen. Esta técnica, parecida a la utilizada en los métodos de prospección sísmica, aplicada a la corteza terrestre recibe el nombre de perfiles sísmicos profundos. El método consiste en hacer explosiones que se registran en sismógrafos distribuidos a lo largo de líneas de distinta longitud. En la prospección sísmica del petróleo estas líneas son relativamente cortas y la penetración que se busca es de unos pocos kilómetros. Los estu-

dios de toda la corteza por medio de perfiles sísmicos se generalizaron hacia los años sesenta y se han convertido en el método más idóneo para determinar su extructura. El empleo de explosiones, cada vez de mayor tamaño, y registradas a distancias más largas, permiten estudiar por medio de estas técnicas la estructura del manto superior. En 1964 se detonaron 38 explosiones de 5 Tn en el lago Superior, que fueron observadas hasta distancias de más de 2.000 km. En un proyecto más reciente, en 1980, se han utilizado explosiones de hasta 4 Tn para estudiar la estructura debajo de Escandinavia. Otra técnica que está empezando a dar magníficos resultados para el estudio de la estructura detallada de la corteza es el de la aplicación a gran escala de los métodos de reflexión sísmica vertical, desarrollados en la prospección del petróleo. Estos estudios usan como fuente de energía vibradores mecánicos que acoplan oscilaciones a la superficie de la Tierra. Iniciada en Norteamérica en 1976, esta técnica proporciona prácticamente una imagen análoga a una ecografía del interior de la corteza y parte superior del manto. Estas técnicas se han extendido mucho recientemente proporcionando imágenes detalladas de las estructuras presentes en la corteza de la Tierra.

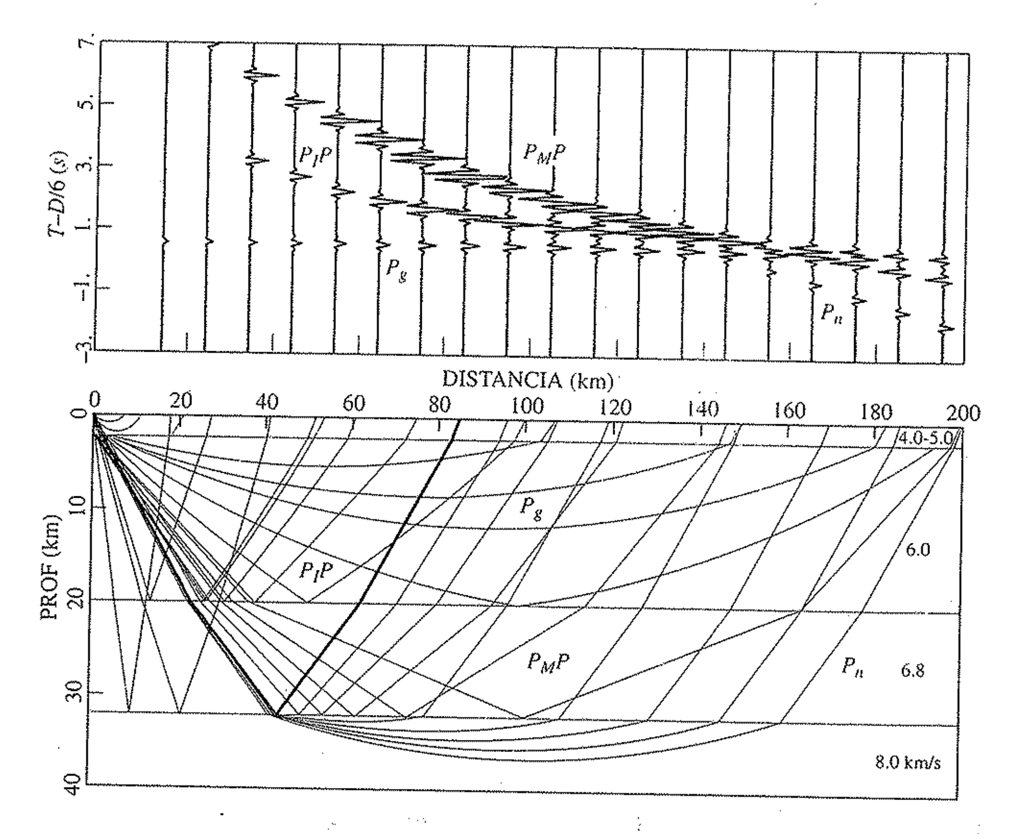


FIGURA 9.1. Ensamblaje sísmico teórico correspondiente a un modelo de corteza de dos capas, y una capa de sedimentos y trazado de rayos (J. Téllez).

En los estudios de perfiles sísmicos, debido al rango de distancias (hasta 1.000 km), se puede considerar la Tierra como plana, formada por una serie de capas con o sin buzamiento, de velocidad constante o variable con la profundidad. Con estas hipótesis, los sismogramas teóricos y las dromocronas reducidas de un modelo simplificado de corteza continental, en el que las capas son planas y de velocidad constante, pueden verse en la figura 9.1. El modelo está formado por una capa superior (granítica) de velocidad 6 km/s y 18 km de espesor, y otra inferior (basáltica) de 6,8 km/s y 14 km sobre el manto de velocidad 8 km/s. En la superficie hay una delgada capa de sedimentos (2 km) en la que la velocidad varía de 5 a 6 km/s. Las fases más destacadas en las dromocronas son la P_g, que se transmite por la capa superior, la P_n, refractada crítica en la parte superior del manto y la P_MP reflejada en la discontinuidad entre corteza y manto (Moho). Menos conspicuas son las ondas refractadas críticas P_i y reflejadas P_IP en la interfacie entre la corteza superior e inferior. El tiempo de intersección de la P_g nos da una indicación del espesor de los sedimentos, el de la P_n y la distancia crítica de la P_MP del espesor total de la corteza.

Estudios detallados de las dromocronas en este rango de distancias (hasta 1.000 km) han puesto de manifiesto la presencia de otras llegadas además de las ya indicadas, que reflejan la complicada estructura de la corteza terrestre, que difiere mucho de unas regiones a otras. En las interpretaciones de los datos experimentales hay que introducir modelos de varias capas, generalmente no planas, ni horizontales y con gradientes de velocidad tanto positivos como negativos. En la figura 9.2 se presentan los datos observados en el perfil Ribadeo-La Guardia, noroeste de España, con la identificación de las fases más importantes.

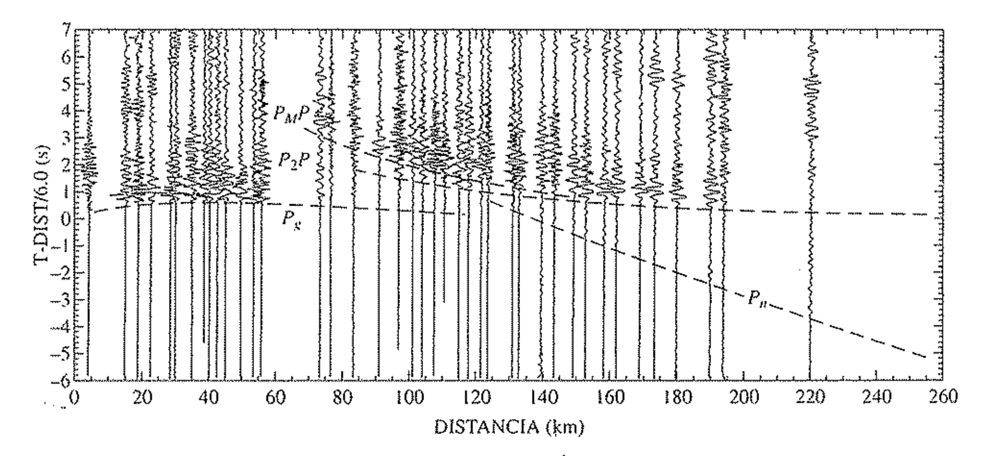


FIGURA 9.2. Ensamblaje sísmico observado del perfil Ribadeo-La Guardia en Galicia con la interpretación de las fases principales (D. Córdoba y J. Téllez).

Los parámetros del modelo de la figura 9.1 se pueden considerar como valores medios para corteza continental en una zona estable o escudo. En las zonas costeras, el grosor de la corteza es menor, unos 24 km, y en las zonas montañosas, mayor, hasta 50 ó 60 km. La corteza oceánica es más delgada que la continental y está formada por

una sola capa de material basáltico de espesor entre 5 y 10 km. En mares interiores, como el Mediterráneo, en algunas zonas, la corteza puede tener una estructura intermedia con espesor del orden de 15 km. En la figura 9.3 se muestra esquemáticamente la estructura de tres cortezas típicas para zonas oceánicas, escudo continental y orogénicas o montañosas. La diferencia más notable es la ausencia de la capa granítica en la corteza oceánica y el mayor espesor de esta capa en las zonas orogénicas recientes, donde a veces la corteza inferior no está diferenciada. En la misma figura 9.3 se representan los modelos obtenidos a partir de perfiles sísmicos profundos para la corteza de la península Ibérica en las zonas del mar de Alborán, costa Bética y Meseta. Se puede apreciar el cambio en espesor y estructura desde la correspondiente a una corteza semi-oceánica (mar de Alborán), a una continental estable (meseta). En los tres casos, la corteza está formada por varias capas de distinta velocidad y en la de la Bética y meseta existe una capa intermedia de baja velocidad.

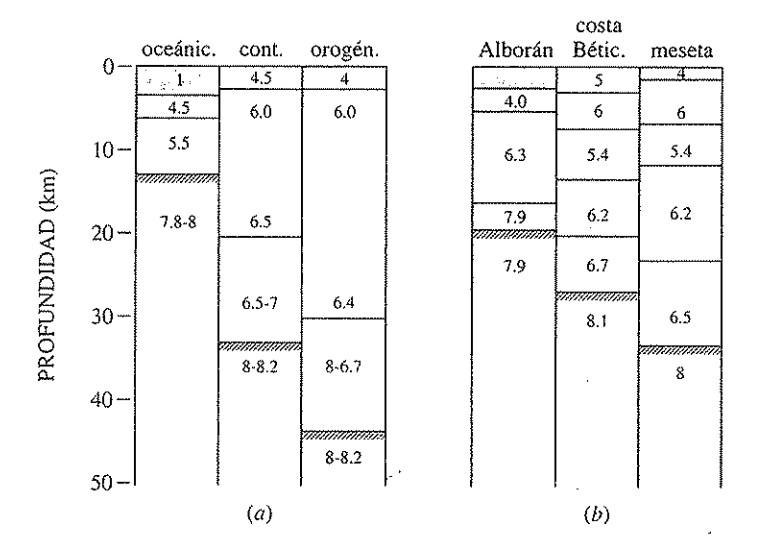


FIGURA 9.3. Composición de la corteza terrestre: *a*) tres tipos correspondientes a zonas oceánicas, de escudo continental y orogénicas; *b*) obtenidas en España para el mar de Alborán, costa Bética y meseta. Los valores corresponden a velocidades de la onda *P* en km/s.

Con el nombre de manto superior se denomina la región desde el Moho hasta una profundidad aproximada de unos 700 km. Su estructura se refleja en las ondas sísmicas, observadas a distancias mayores de 1.000 km y es bastante heterogénea, con aumentos bruscos de velocidad en determinadas profundidades y capas de baja velocidad, que varían de unas regiones a otras. Un modelo para la distribución de la velocidad de las ondas *P* en el manto superior está representado en la figura 9.4. Las características más importantes son una capa de baja velocidad entre 100 y 200 km, cuya existencia ya fue descubierta por Gutenberg, y dos aumentos bruscos de la velocidad con la profundidad en 450 y 670 km. Las dromocronas simplificadas para las ondas *P* que atraviesan esta región vienen dadas en la figura 9.4. La rama «*a*» corres-

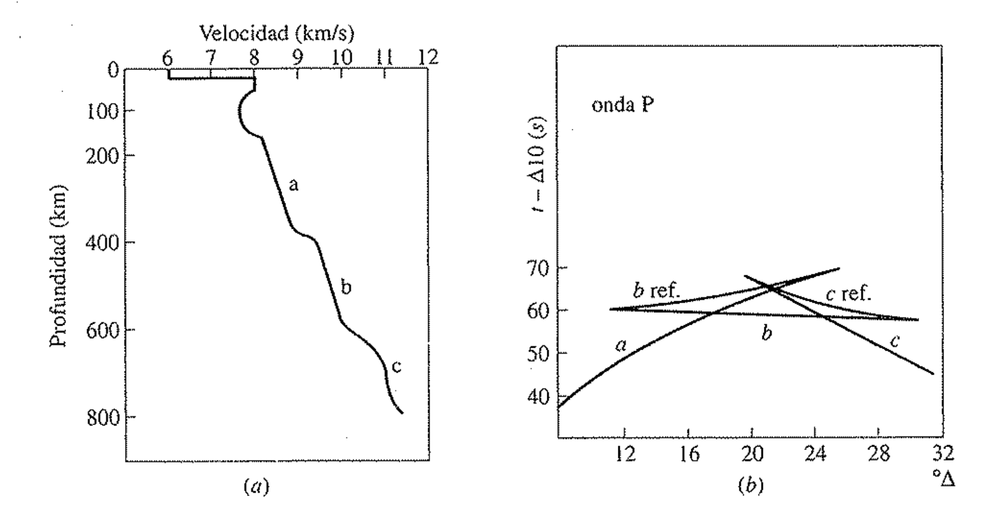


FIGURA 9.4. Manto superior: *a*) distribución de la velocidad de la onda *P*; *b*) dromocrona reducida.

ponde a las llegadas de las ondas que pasan por la zona de aumento lento de la velocidad con la profundidad entre 200 y 400 km, las ramas «*b*» y «*b ref*» a las refracciones críticas y reflexiones en la zona de aumento brusco de la velocidad a los 450 km y la «*c*» a las llegadas de rayos que alcanzan profundidades mayores de 670 km, donde la velocidad es superior a los 10 km/s.

Desde el punto de vista tectónico, la corteza terrestre forma, con parte del manto superior, la capa relativamente rígida, de unos 100 km de espesor, llamada litosfera. La capa de baja velocidad que se encuentra debajo de ésta recibe el nombre de astenosfera o capa débil. El material de esta capa se encuentra en un estado de fusión parcial y se comporta como una superficie viscosa que permite el deslizamiento sobre ella de la litosfera.

El mecanismo litosfera-astenosfera es fundamental en la teoría de la tectónica de placas para explicar el movimiento de las placas litosféricas. De esta forma, los procesos tectónicos resultan en estructuras muy profundas que se extienden en el interior del manto superior como ocurre con las zonas de subducción en las que la litosfera oceánica se introduce por debajo de la continental alcanzando hasta 700 km de profundidad y donde tienen lugar los terremotos profundos.

Estas y otras heterogeneidades en el manto superior se han estudiado recientemente por medio de la técnica de tomografía sísmica. Esta técnica se basa en la detección de cambios en la velocidad de las ondas sísmicas al estudiar los tiempos de llegada de un número elevado de rayos que cruzan una región determinada del interior de la Tierra. Los resultados en el manto superior detectan desviaciones de las velocidades de las ondas *P* y *S* con respecto a los modelos de simetría radial, que alcanzan valores de hasta 10%, con regiones anómalas tanto positivas (velocidades mayores) como negativas (velocidades menores). Estas anomalías se interpretan como regiones en las

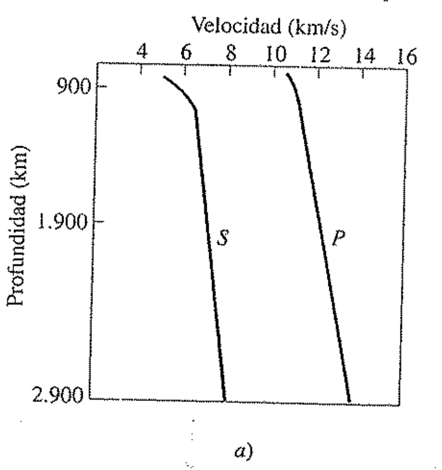
que el material está más frío (positivas) o más caliente (negativas). Estos contrastes están condicionados por fenómenos térmicos como la existencia de corrientes de convección que forman el mecanismo principal del transporte de las placas (Sección 22.6).

9.2. Manto inferior y núcleo

La estructura profunda de la Tierra se deduce principalmente a partir de las observaciones a escala global de los tiempos de recorrido de las ondas *P* y *S*. Entre las primeras tablas para estos tiempos se encuentran las de R. D. Oldham, que en 1906 dedujo de ellas la existencia del núcleo de menor velocidad que el manto. Estas tablas fueron completadas por K. Zöppritz, que las extendió hasta 117° de distancia epicentral, y por H. Turner, hasta 150°. En 1914, B. Gutenberg presentó nuevas curvas para distancias entre 80° y 180° y de ellas dedujo para la superficie del núcleo una profundidad de 2.900 kilómetros. Hacia 1935, H. Jeffreys y K. Bullen publicaron las tablas que llevan sus nombres y que se utilizan hasta hoy de forma generalizada. Finalmente hay que añadir las tablas publicadas más recientemente, en 1968, por Herrin.

Las ondas *P* y *S*, que llegan a distancias entre 30° y 105°, atraviesan la región comprendida entre 700 y 2.900 km de profundidad, denominada manto inferior. Su estructura es, comparada con la del manto superior, muy homogénea, con un aumento lento de la velocidad con la profundidad de 11 a 13,5 km/s para la onda *P* y de 6 a 7 km/s para la *S*.

A estas distancias llegan también las ondas que se reflejan en el núcleo y que se propagan totalmente por el manto. Estas ondas se designan con las siglas *PcP* y *ScS*, *PcS* y *ScP* (la letra *c* se refiere a la palabra inglesa *core*, núcleo). El estudio de estas ondas es importante para determinar la profundidad y características de la superficie del núcleo. Otros rayos, contenidos totalmente en el manto, son los de las ondas que se reflejan una o más veces en la superficie de la Tierra, designadas con las siglas *PP, SS, PPP, SSS,* etc. La variación de la velocidad de las ondas *P* y *S* en el manto inferior y las dromocronas de las ondas que se transmiten por él están representadas en la figura 9.5.



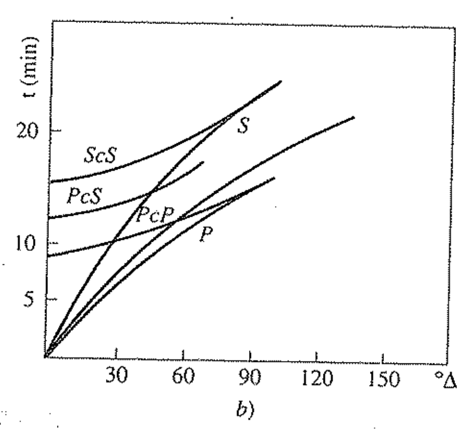


FIGURA 9.5. Manto inferior: *a*) distribución de la velocidad de las ondas *P* y *S*; *b*) dromocronas de ondas *P* y *S* directas y reflejadas en el núcleo y la superficie.

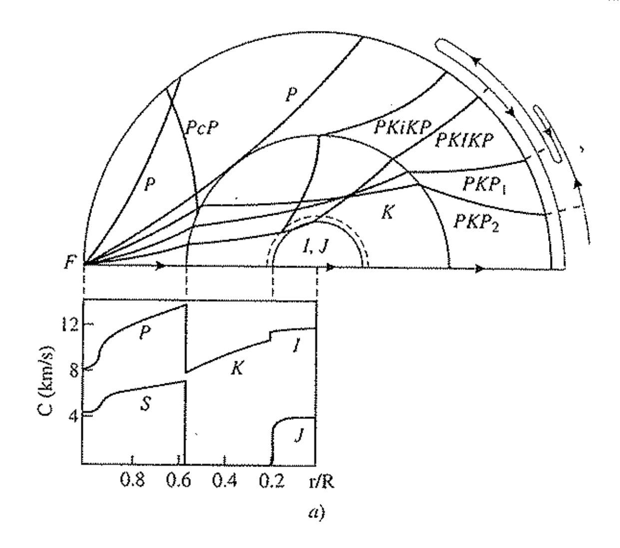
A partir de los 105° de distancia se observa una brusca desaparición tanto de la onda *P* como de la onda *S*, apareciendo la onda *P* de nuevo a 143°, refractada a través del núcleo con un retraso de casi cuatro minutos.

En las dromocronas aparece, por tanto, una zona de sombra entre la última llegada de la onda *P* y la primera llegada de la *PKP* entre 105° y 143°. La observación de llegadas de ondas en esta zona de sombra con demasiada energía para ser ondas difractadas en la superficie del núcleo llevó a I. Lehmann, en 1936, al descubrimiento del núcleo interno. El análisis de todas estas ondas, que se designan genéricamente como *PKP* (la letra *K* viene de *Kern*, alemán por núcleo) proporciona información de la discontinuidad entre el manto y el núcleo y entre el núcleo externo y el núcleo interno (Fig. 9.6).

Dentro del núcleo externo se propagan sólo ondas *P*, lo que indica que el material se encuentra en él en forma líquida o de fusión. Su velocidad es bastante menor que en la base del manto inferior, lo que explica la zona de sombra y el retraso de las ondas *PKP*. Los rayos de las ondas *P*, al pasar de un medio de mayor a otro de menor velocidad (manto-núcleo), se acercan a la normal y aparecen a una distancia epicentral mayor. Así, los rayos que inciden en la superficie del núcleo con un ángulo un poco menor de 90°, es decir, los que siguen a los que aparecen a la distancia de 105°, se refractan dentro del núcleo, y aparece a una distancia mayor de 180°. Al seguir disminuyendo el ángulo de incidencia, esta distancia disminuye, constituyendo la rama *PKP*2; la distancia mínima para su llegada es $\Delta = 143°$. A partir del ángulo de incidencia, correspondiente a estas llegadas, la distancia vuelve a aumentar desde 143° hasta 150°, correspondiendo las llegadas a la rama *PKP*1 que, al penetrar más profundamente en el núcleo, llegan antes que las de la rama *PKP*2 (Fig. 9.6*b*). Las llegadas que aparecen dentro de la zona de sombra se interpretan como ondas reflejadas y refractadas *PKiKP* y *PKIKP* en el núcleo interno. Éste se considera sólido, de 1.216 km de radio, con un aumento de velocidad con respecto al núcleo externo. En el núcleo interno también se propagan ondas *S* denominadas *PKJKP*, aunque son difíciles de observar por su poca energía.

Las ondas *S* que llegan al núcleo no pueden propagarse como tales en él por ser éste líquido. Sin embargo, pueden propagarse como ondas compresionales en el núcleo externo y en el núcleo interno. Estas ondas, al pasar de nuevo al manto, vuelven a transformarse en ondas *S*, constituyendo la familia de ondas *SKS* y *SKIKS*. Al existir en las fronteras manto-núcleo externo y núcleo externo-núcleo interno aumentos de velocidad, no existen para estas ondas zonas de sombra. En su lugar aparecen en las dromocronas los típicos lazos de las ondas reflejadas y refractadas, propios de los aumentos bruscos de la velocidad con la profundidad (Fig. 9.6*c*).

Las características más importantes de la estructura del núcleo de la Tierra deducidas de las observaciones de las ondas sísmicas son las siguientes: el núcleo externo empieza a una profundidad de 2.890 km, es de naturaleza fluida, no se propagan ondas *S* y en él la velocidad de las ondas *P* disminuye de 13,5 km/s en la base del manto inferior a 8,2 km/s. Esta velocidad aumenta lentamente, de forma que en el punto más profundo del núcleo externo la velocidad es de 10,3 km/s. El núcleo interno comienza a la profundidad de 5.100 km, es de naturaleza sólida y la velocidad de las ondas *P* en su interior es de 11,3 km/s y prácticamente constante. Las ondas *S* en el núcleo interno tienen una velocidad de 3,8 km/s. Tanto entre el manto y el núcleo externo como entre éste y el inter-



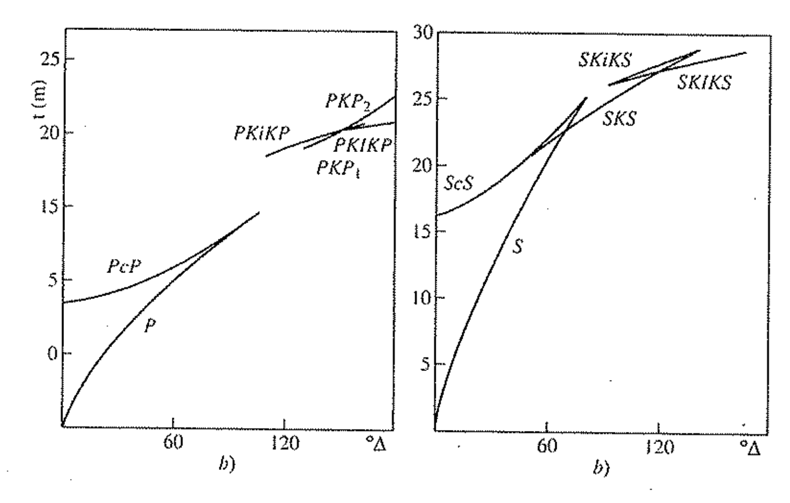


FIGURA 9.6. Núcleo: *a*) rayos transmitidos y reflejados en el núcleo y estructura de velocidades: *b*) dromocronas de las ondas *P*; *c*) dromocronas de las ondas *S*.

no existen zonas de transición de espesor y de naturaleza variables que son de gran importancia para estudiar los procesos dinámicos que se dan en el interior del núcleo.

Lo mismo que en el manto superior, los estudios de tomografía sísmica han descubierto también la existencia de heterogeneidades laterales de las velocidades de las ondas sísmicas en el manto inferior y en el núcleo externo, aunque de menor intensidad, aproximadamente de hasta un 2%. Estas variaciones indican la presencia en el interior del manto y núcleo de zonas calientes y frías, relacionadas con posibles corrientes de convección. En algunas regiones se han detectado variaciones que se pueden interpretar como plumas de material ascendente o descendente, desde la frontera del núcleo hasta la base de la corteza, atravesando todo el manto. La frontera misma entre el manto y el núcleo presenta también fuertes heterogeneidades que reflejan cambios en las propiedades térmicas y químicas de los materiales. Dentro del núcleo externo, las corrientes de convección están relacionadas con el mecanismo de generación del campo magnético terrestre (capítulo 15).

9.3. Densidad y parámetros elásticos

En los apartados anteriores se han visto algunas características de la distribución de velocidades de las ondas sísmicas en el interior de la Tierra. Como estas velocidades son función de la densidad y los parámetros elásticos, a partir de ellas puede obtenerse también la variación de éstos con la profundidad.

En el año 1925, L. H. Adams y E. D. Willianson propusieron un método directo y sencillo para determinar la distribución de densidades en el interior de la Tierra, aplicable a las regiones en las que la velocidad no sufra discontinuidades, suponiendo que el material en ella se encuentra en equilibrio hidrostático. Estas hipótesis son plausibles, si exceptuamos las capas o regiones de la corteza y manto superior, por lo que este método es sólo aplicable para el manto inferior y el núcleo.

El material a una distancia r del centro de la Tierra tiene un gradiente hidrostático de presión que viene dado por:

$$\frac{dp}{dr} = -g\rho \qquad [9.1]$$

Donde p es la presión; ρ, la densidad, y g, la gravedad a esa profundidad, creada por la masa m encerrada en la esfera del radio r, es decir:

$$g = \frac{Gm}{r^2} \qquad [9.2]$$

Como se está interesado en obtener la variación en la densidad,

$$\frac{d\rho}{dr} = \frac{d\rho}{dp}\frac{dp}{dr} \qquad [9.3]$$

Pero $\dfrac{d\rho}{dp} = \dfrac{\rho}{K}$, siendo K el módulo de compresibilidad y, por tanto:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{Gm\rho}{r^2} \qquad [9.4]$$

$$\frac{d\rho}{dr} = -\frac{\rho}{K}\frac{Gm\rho}{r^2} \qquad [9.5]$$

Si se sustituye $\frac{K}{\rho} = \alpha^2 - \frac{4}{3}\beta^2$, siendo α y β las velocidades de las ondas P y S de acuerdo con las ecuaciones [8.8], [8.14] y [8.16] se obtiene finalmente,

$$\frac{d\rho}{dr} = \frac{-Gm\rho}{r^2\left(\alpha^2 - \frac{4}{3}\beta^2\right)} \qquad [9.6]$$

Conocidas las distribuciones de α y β se puede determinar la de la densidad ρ, y mediante las correspondientes relaciones, las de los parámetros elásticos λ, μ y K con la profundidad, dentro del manto y el núcleo. Ejemplos de un modelo de la distribución de estos parámetros pueden verse en la figura 9.7.

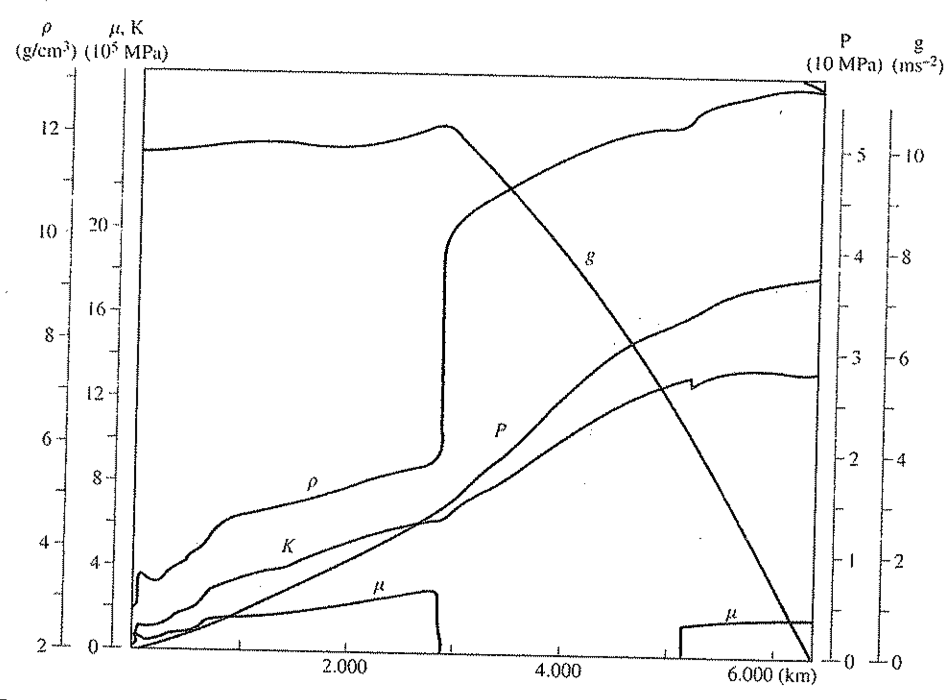


FIGURA 9.7. Distribución de la densidad (ρ), coeficientes elásticos (K y μ), presión y gravedad (p y g) en el interior de la Tierra (según Anderson, Dziewonsky y Hart).

En este modelo, la densidad en el manto aumenta rápidamente en los primeros 700 km y más lentamente en el manto inferior. Entre el manto y el núcleo se da un salto brusco y la densidad aumenta después en el interior del núcleo hasta un valor máximo de 13 g/cm³. El valor de la gravedad es prácticamente constante en el manto debido a la masa presente en el núcleo, que representa el 35 por 100 del total de la Tierra. Los coeficientes elásticos (K y μ) aumentan en el manto inferior de forma gradual y K aumenta rápidamente en el interior del núcleo.

9.4. Propiedades anelásticas

Hasta aquí se ha hablado de la propagación de las ondas en el interior de la Tierra, como en un medio perfectamente elástico. Debido a que esta condición no se cumple, las ondas sísmicas sufren durante su propagación una atenuación de su amplitud que por su origen se denomina anelástica. Este comportamiento no elástico se puede expresar a través del coeficiente Q de disipación específica, cuyo inverso es la fricción interna, que representa la fracción de energía disipada durante un periodo en cada onda.

$$Q^{-1} = -\frac{1}{2\pi}\frac{\Delta E}{E} \qquad [9.7]$$

La atenuación de la amplitud de una onda P de frecuencia ω, al propagarse una distancia x, puede expresarse en forma exponencial

$$A(x) = A_0\, e^{-\gamma x} = A_0\, e^{-\frac{\omega x}{2\alpha Q_\alpha}} \qquad [9.8]$$

donde γ es el coeficiente de atenuación con la distancia, y Q_α, la disipación específica asociada a la onda P. El valor de Q_α se puede obtener tomando el logaritmo del cociente de las amplitudes A_1 y A_2 del espectro de ondas P registradas a distinta distancia. Si la diferencia de distancias es Δx se tiene que:

$$\ln\left[\frac{A_2(\omega)}{A_1(\omega)}\right] = \ln C - \frac{\Delta x}{2\alpha Q_\alpha}\,\omega \qquad [9.9]$$

donde $\ln C$ depende de la extensión geométrica del frente de onda y es independiente de la frecuencia. Si se representa $\ln(A_2/A_1)$ con la frecuencia ω, el resultado debe ser una recta de pendiente $\frac{\Delta x}{2\alpha Q_\alpha}$. En esta aproximación se hacen las hipótesis de que la atenuación es un fenómeno lineal y que Q no depende de la frecuencia. Ambas hipótesis son razonables para el material del interior de la Tierra. El valor de la atenuación es distinto para las ondas P y las S, cumpliéndose aproximadamente la relación $Q_\alpha = 9/4\, Q_\beta$ y variando ambas con la profundidad. En el método que se ha explicado para determinar Q_α, el valor que se obtiene es en realidad un valor medio para el interior de la Tierra, desde la superficie hasta la profundidad máxima alcanzada por los rayos. Para determinar la variación de Q_α o Q_β con la profundidad se necesita un estudio más complejo. Valores medios de Q para todo el manto fueron los primeros en obtenerse por varios autores, en los años sesenta, usando principalmente ondas reflejadas en el núcleo (*ScS*). Un valor medio de estos resultados, obtenido por Anderson y Hart para ondas de periodos de diez a veinte segundos, es de $Q_\beta = 285$.

De forma análoga a como se obtiene la distribución de velocidad de las ondas sísmicas, su densidad y parámetros elásticos, también se puede obtener la distribución de Q con la profundidad. Esta distribución proporciona una visión de la variación de

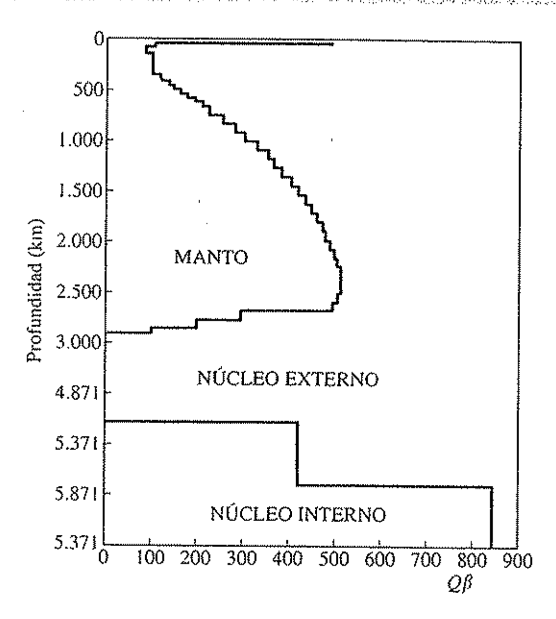


FIGURA 9.8. Distribución del coeficiente de disipación Q en el interior de la Tierra (modelo SL8 de Anderson y Hart).

la falta de elasticidad en el material de la Tierra. Uno de los primeros modelos de distribución de Q en el manto fue el presentado por D. L. Anderson, A. Ben-Menahen y C. B. Archambeau, en 1965. En la figura 9.8 se presenta el más moderno *SL8* de Anderson y Hart para toda la Tierra. Para la obtención de este modelo se han utilizado, además de los datos deducidos de las ondas internas, los de las vibraciones propias de la Tierra. Este modelo tiene una litosfera con un valor alto de Q ($Q_\beta = 500$, $Q_\alpha = 1.100$) y una astenosfera hasta 148 km de profundidad con un valor bajo, $Q_\beta = 90$. Ambos resultados concuerdan con la naturaleza rígida de la primera y la plástica de la segunda, postuladas por el mecanismo del transporte de las placas en la tectónica global. A partir de los 200 km en el manto, el valor de Q aumenta lentamente hasta un valor máximo de $Q_\beta = 515$, cerca de la frontera con el núcleo. A partir de esta profundidad, su valor disminuye rápidamente y en el núcleo externo es cero. En el núcleo interno los valores de Q son altos, distinguiéndose en este modelo dos regiones de 450 y 850, respectivamente.

Para la parte más superficial de la Tierra (0 a 300 km) existen modelos más detallados de la distribución de la atenuación anelástica con la profundidad. Para la litosfera los valores de Q varían mucho de unas regiones a otras entre 120 y 600. En la astenosfera los valores son en general bajos del orden de 125. En la corteza los valores de Q dependen de la presencia de heterogeneidades, valores bajos (entre 100 y 200) indican corteza muy heterogénea con presencia de numerosas fracturas y valores altos (entre 200 y 600) para corteza mas homogénea y compacta. Estas condiciones se asocian a la ocurrencia de los terremotos. Las zonas sísmicamente activas o zonas inestables corresponden a valores de Q bajos y las zonas asísmicas y estables a valores más altos.

9.5. Ecuación de estado y composición

Las observaciones sismológicas proporcionan prácticamente las únicas fuentes de informacion sobre el interior de la Tierra. A partir de ellas es posible, como ya se ha visto, deducir la distribución de la densidad y de los parámetros elásticos y anelásticos en su interior. Esta distribución muestra la existencia de tres regiones principales diferenciadas, corteza, manto y núcleo, y dentro de ellas las subregiones manto superior e inferior y núcleo externo e interno. Es también generalmente admitido que la parte superior, los últimos 700 km, presentan fuertes heterogeneidades laterales, mientras que en el resto las propiedades varían principalmente con el radio.

Las condiciones del material en el interior de la Tierra dependen principalmente de su presión y temperatura, y se pueden representar a través de una ecuación de estado, que relaciona la presión y la densidad para una temperatura dada. Una de las primeras ecuaciones de estado propuestas para el material del manto es la de Birch, en 1952:

$$p = -\frac{3}{2} K_0 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{5}{3}} \right] \qquad [9.10]$$

donde p es la presión; K, el coeficiente de compresibilidad, y ρ, la densidad. El subíndice cero se refiere a las condiciones a presión atmosférica. La simulación en el laboratorio de las condiciones de altas presiones existentes en el manto entre 10^3 MPa y $1,5 \times 10^5$ MPa (10 kbares y 1,5 Mbares), se logra mediante experimentos de ondas de choque producidas por explosivos de alta eficiencia y los llamados yunques de diamante *(diamond anvil)*. En la reducción de los datos de estos experimentos, la ecuación de estado se expresa en términos del parámetro de Grüneisen

$$\gamma = \frac{\alpha K_T V}{C_V} \qquad [9.11]$$

Donde α es el coeficiente de expansión térmica, K_T el coeficiente isotérmico de compresibilidad, C_V el calor específico a volumen constante y V el volumen. Una aproximación muy general para la ecuación de estado utilizando este parámetro es $\gamma\rho$ = constante. El parámetro de Grüneisen deducido para el interior de la Tierra parece variar entre 1 y 1,5 en el manto inferior y entre 1,4 y 1,6 en el núcleo externo, mientras para el núcleo interno los valores son menores, entre 0,2 y 0,7.

El paso de las condiciones físicas a la composición mineralógica en el interior de la Tierra está aún más lleno de incógnitas. Los datos sismológicos ponen de manifiesto la existencia de discontinuidades claras en la base de la corteza y entre el manto y núcleo, que parecen responder a cambios bruscos de composición. Dentro del manto superior, las discontinuidades situadas a las profundidades de 200, 450 y 670 km parecen estar también suficientemente bien establecidas, aunque pueden corresponder a cambios en composición menos drásticos. El material de la corteza puede estudiarse directamente por sus afloramientos en la superficie y mediante sondeos, pero aún no

se ha conseguido perforar hasta el manto. El material del manto, que forma el 80 por 100 del volumen de la Tierra, está sometido a presiones entre 10^3 MPa y $1,5 \times 10^5$ MPa (10 kbares y 1,5 Mbares) y temperaturas entre 600 y 4.000 °C que afectan a su composición. En líneas generales, se puede decir que el manto terrestre está formado predominantemente por SiO_2, MgO y CaO, que en su parte más superficial, donde la presión es menor, se combinan para formar series de silicatos del tipo del piroxeno y olivino. A mayor profundidad, estos minerales pasan por varios cambios de fase, en los que progresivamente se van formando compuestos más compactos de los óxidos correspondientes, con una densidad cada vez mayor.

Prescindiendo de las rocas sedimentarias, las rocas más representativas entre las encontradas en la superficie son el granito, basalto y peridotita. Estos tres tipos de roca se pueden considerar como ejemplos de rocas ácidas, básicas o máficas y ultrabásicas o ultramáficas. Esta clasificación se refiere al contenido de SiO_2 que es, respectivamente, mayor de un 52 por 100, entre 45 y 52 por 100 y menos de 45 por 100. Los componentes principales de estas rocas se dan en la tabla siguiente:

	Granito	*Basalto*	*Peridotita*
SiO_2	72,3	50,8	43,5
Al_2O_3	14,0	14,1	4,0
Fe_nO_m	2,4	12,0	12,5
MgO	0,5	6,3	34,0
CaO	1,4	10,4	3,5
Na_2O	3,1	2,2	0,6
K_2O	5,1	0,8	0,2

La corteza continental se supone formada básicamente por una capa granítica y otra basáltica, aunque esto sea una simplificación poco conforme con la gran heterogeneidad de su estructura. La corteza oceánica carece de capa granítica y su composición es predominantemente basáltica, aunque bajo el nombre de basalto se incluyen rocas de composición mineralógica bastante variada. El aumento brusco en la velocidad de las ondas sísmicas en el Moho supone también un cambio de composición. El material del manto superior, de acuerdo con A. E. Ringwood, está compuesto por una roca llamada por él pirolita y constituida principalmente por basalto y olivino $[SiO_4(MgFe)_2]$. El cambio de composición entre el material de la corteza y el manto ha sido cuestionado por algunos autores, que sugieren un cambio de fase en el mismo material. Aunque para el Moho esta explicación es poco probable, cambios de fase sí pueden explicar las discontinuidades en el manto superior. Entre los cambios de fases propuestos están el operado en la plagioclasa con la formación de granates, el de la transición de olivino a espinela, propuesto para discontinuidad de los 450 km, y el de espinela a perovskita y óxidos de magnesio, para la de los 670 km. En el manto inferior, debido a las presiones crecientes, se seguirían produciendo cambios que llevan a compuestos de densidad cada vez mayor.

En la frontera entre el manto y el núcleo, la densidad cambia bruscamente de 5,5 a 10 g/cm³ y alcanza en su interior una densidad entre 12 y 13 g/cm³. La información

sobre la constitución del núcleo es escasa e indirecta, pero todas las evidencias, entre ellas la existencia del campo magnético terrestre y la composición de los meteoritos, señalan una composición de hierro con una pequeña proporción de otros elementos, como el silicio y el níquel. La composición del núcleo parece ser bastante homogénea y la diferencia entre el núcleo externo y el interno se debe sólo al estado de fusión en el primero. Otros componentes, propuestos en pequeña proporción para el núcleo, son azufre y potasio. La presencia de estos elementos sirve para explicar la densidad y módulo de compresibilidad en el núcleo, ambos más bajos que los resultantes del hierro puro a la presión y temperatura supuesta. La presencia de potasio-40 radiactivo en el núcleo podría proporcionar parte de la energía necesaria para las corrientes de convección, que dan origen al campo magnético terrestre.

9.6. Bibliografía

La estructura y composicón del interior de la Tierra se encuentra tratada en los textos generales COUL 10 y 11, GARL 7, STAC 4. En lo que se refiere a las observaciones de ondas sísmicas en las obras de Sismología ya citadas se encuentra abundante información, en especial Bullen y Bolt (1985), Pilant (1979) y Lay y Wallace (1995). Dedicadas más específicamente a este tema se encuentran las obras siguientes:

BOLT, B. A. (1982): *Inside the Earth.* W. H. Freeman, San Francisco.

BULLEN, K. E. (1975): *The Earth's density.* Chapman and Hall, Londres.

BOTT, M. H. P. (1982): *The interior of the Earth: its structure, constitution and evolution.*. E. Arnold, Londres.

DIZIEWONSKI, A. M., y BOSCHI, E. (ed.) (1980): *Physics of the Earth's interior.* North Holland, Amsterdam.

GUTENBERG, B. (1954): *Physics of the Earth's interior.* Academic Press, Nueva York.

HART, P. J. (ed.) (1969): *The Earth's crust and upper mantle.* American Geophysical Union, Washington.

JACOBS, J. A. (1975): *The Earth's core.* Academic Press, Nueva York.

MCELHINNY, N. W. (1979): *The Earth: its origin, structure and evolution.* Academic Press, Nueva York.

ROBERTSON, E. C. (1970): *The nature of the solid Earth.* McGraw Hill, Nueva York.

SMYLIE, D. E., y HIDE, R. (eds.) (1988): *Structure and dynamics of the Earth's deep interior.* American Geophysical Union, Washington.

UDÍAS, A. (ed.) (1987): *La Tierra: estructura y dinámica.* Prensa Científica, Barcelona.

Las referencias sobre los modelos de la Tierra presentados son:

ANDERSON, D. L., y HART, R. S. (1978): «Q of the Earth». *J. Geophys. Res.*, 83, 5869-5882.

DIZIEWONSKI, A. M., y ANDERSON, D. L. (1981): «Preliminary Reference Earth Model». *Phy, Earth. Plan. Int.*, 25, 297-356.

HADDON, R. A., y BULLEN, J. E. (1969): «An Earth model incorporating free oscillation data». *Phys. Earth Plan. Int.*, 2, 35.

Capítulo 10

ONDAS SUPERFICIALES Y OSCILACIONES LIBRES DE LA TIERRA

Sin una estrella en los cerrados cielos, sin una luz en las desiertas playas donde poner la descarriada proa y con certero rumbo encaminarla.

AMOS DE ESCALANTE, *Caligo.*

10.1. Ondas Rayleigh en un medio semiinfinito

En el capítulo 8 se ha considerado la propagación de las ondas elásticas en el interior de la Tierra. La existencia de su superficie libre y otras superficies de discontinuidad en su interior producen un acoplamiento de energía, que da origen a un nuevo tipo de ondas llamadas superficiales. Estas ondas se propagan a lo largo de la superficie y son un elemento muy importante para el conocimiento de la estructura de la Tierra. Si consideramos solamente el efecto de la superficie libre sobre la propagación de las ondas, el resultado es la aparición de las ondas Rayleigh. La existencia de estas ondas fue propuesta por lord Rayleigh en 1885, al considerar la propagación de ondas en un medio homogéneo semiinfinito limitado por una superficie plana, libre de esfuerzos. En su trabajo, lord Rayleigh sugirió que este tipo de ondas podía jugar un papel importante en los terremotos. La primera observación sistemática de estas ondas en los sismogramas se debe a R. D. Oldham, en 1900. Las propiedades más importantes de estas ondas son que su amplitud disminuye con la profundidad, su velocidad es menor que la de las ondas S, y los desplazamientos que producen están contenidos en el plano de incidencia. En general se llaman ondas superficiales a las que se propagan en dirección paralela a la superficie y su amplitud decrece con la profundidad.

De acuerdo con las propiedades expuestas, si las ondas se propagan en la dirección x_1 y x_3 es el eje vertical positivo hacia arriba (Fig. 10.1), se pueden escribir los desplazamientos de las ondas Rayleigh a partir de los potenciales escalares ϕ y ψ en la forma siguiente (ψ es el componente ψ_2 del potencial vectorial ψ_i ya definido en el capítulo 8):

$$u_1 = \frac{\partial \phi}{\partial x_1} - \frac{\partial \psi}{\partial x_3} \qquad [10.1]$$

$$u_2 = u_2 \qquad [10.2]$$

$$u_3 = \frac{\partial \phi}{\partial x_3} + \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \qquad [10.3]$$

Los potenciales ϕ y ψ y los desplazamientos u_2 son solución de las ecuaciones de onda con velocidades α y β, respectivamente. Para ondas superficiales que se propagan en la dirección x_1 con velocidad de fase c y el número de onda k, éstos se pueden escribir en la forma:

$$\phi = A \exp\{-ikrx_3 + ik(x_1 - ct)\} \qquad [10.4]$$

$$\psi = B \exp\{-iksx_3 + ik(x_1 - ct)\} \qquad [10.5]$$

$$u_2 = C \exp\{-iksx_3 + ik(x_1 - ct)\} \qquad [10.6]$$

Sustituyendo estas expresiones en las ecuaciones de onda se obtiene para r y s los valores siguientes:

$$r = \sqrt{\frac{c^2}{\alpha^2} - 1} \qquad [10.7]$$

$$s = \sqrt{\frac{c^2}{\beta^2} - 1} \qquad [10.8]$$

Para que la amplitud de ϕ, ψ y u_2 sea decreciente con la profundidad, r y s deben ser imaginarios y positivos y, por tanto, $c < \beta < \alpha$. Las expresiones para ϕ, ψ y u_2 representan ondas que se propagan en la dirección x_1 y se atenúan exponencialmente en la dirección negativa de x_3. Esta atenuación depende del número de onda k, atenuándose más rápidamente las ondas de frecuencias altas, o longitudes de ondas cortas.

Para evaluar los valores de A, B, C y c se aplican las condiciones de contorno en la superficie libre, en la que los esfuerzos han de ser nulos ($\tau_{31} = \tau_{32} = \tau_{33} = 0$). En función de los desplazamientos se obtiene, teniendo en cuenta que éstos no dependen de x_2:

$$\tau_{31} = \mu\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3}\right) = 0 \qquad [10.9]$$

$$\tau_{32} = \mu \frac{\partial u_2}{\partial u_3} = 0 \qquad [10.10]$$

$$\tau_{33} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \lambda \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = 0 \qquad [10.11]$$

Sustituyendo en estas ecuaciones las expresiones para u_1, u_2 y u_3 deducidas de [10.1], [10.2] y [10.3] y de [10.4], [10.5] y [10.6] se obtienen las ecuaciones:

$$2rA - (1 - s^2)B = 0 \qquad [10.12]$$

$$[\alpha^2(1 + r^2) - 2\beta^2]A - 2\beta^2 sB = 0 \qquad [10.13]$$

$$C = 0 \qquad [10.14]$$

La tercera ecuación $C = 0$ indica que los desplazamientos de estas ondas están contenidos en el plano de incidencia (x_1, x_3). La condición para la existencia de una solución, para las dos restantes ecuaciones [10.12] y [10.13], es que el determinante del sistema sea nulo:

$$4rs\beta^2 - (1 - s^2)\,[\alpha^2(1 + r^2) - 2\beta^2] = 0 \qquad [10.15]$$

Simplificando y sustituyendo los valores de r y s según [10.7] y [10.8] se obtiene:

$$\left(2 - \frac{c^2}{\beta^2}\right)^2 = 4\sqrt{1 - \frac{c^2}{\alpha^2}}\sqrt{1 - \frac{c^2}{\beta^2}} \qquad [10.16]$$

Si se aplica la condición $\lambda = \mu$, o condición de Poisson ($\sigma = 0{,}25$), se tiene $\alpha = \sqrt{3}\beta$, con lo que se obtiene una ecuación cúbica para $\left(\frac{c}{\beta}\right)^2$, de la que se puede determinar el valor de c en función de β:

$$\left(\frac{c}{\beta}\right)^6 - 8\left(\frac{c}{\beta}\right)^4 + \frac{56}{3}\left(\frac{c}{\beta}\right)^2 - \frac{32}{3} = 0 \qquad [10.17]$$

De las tres raíces para $\left(\frac{c}{\beta}\right)^2$ de esta ecuación ($4, 2 + 2/\sqrt{3}, 2 - 2/\sqrt{3}$), sólo la tercera es compatible con la condición de $c < \beta$. De este valor se deduce el de la velocidad de las ondas Rayleigh en un medio semiinfinito en el que se cumple la condición de Poisson, $c_R = 0{,}9194\ \beta$. Sustituyendo este valor en las expresiones de los potenciales se obtiene, siendo $r = 0{,}85i$ y $s = 0{,}39i$:

$$\phi = A \exp[0{,}85kx_3 + ik(x_1 - c_R t)] \qquad [10.18]$$

$$\psi = B \exp[0{,}39kx_3 + ik(x_1 - c_R t)] \qquad [10.19]$$

Estos potenciales cumplen las condiciones de las ondas superficiales de propagarse en la dirección de x_1 y atenuarse en la de $-x_3$. El hecho de que las ondas Rayleigh puedan representarse solamente por los potenciales ϕ y ψ y de carecer de componente u_2 (horizontal y transversal a la dirección de propagación), indica que están generadas por la interacción de ondas P y SV con la superficie libre.

Los desplazamientos u_1 y u_3 deducidos a partir de [10.18] y [10.19] sustituyendo en [10.1] y [10.3] y usando [10.12] tomando únicamente la parte real, y poniendo $a = -kA$ son:

$$u_1 = a(e^{0.85kx_3} - 0{,}58\ e^{0.39kx_3}) \text{ sen } k(x - c_R t) \qquad [10.20]$$

$$u_3 = a(-0{,}85e^{0.85kx_3} + 1{,}47e^{0.39kx_3}) \cos k(x - c_R t) \qquad [10.21]$$

En la superficie ($x_3 = 0$):

$$u_1 = 0{,}42a \text{ sen } k(x_1 - c_R t)$$

$$u_3 = 0{,}62a \cos k(x_1 - c_R t)$$

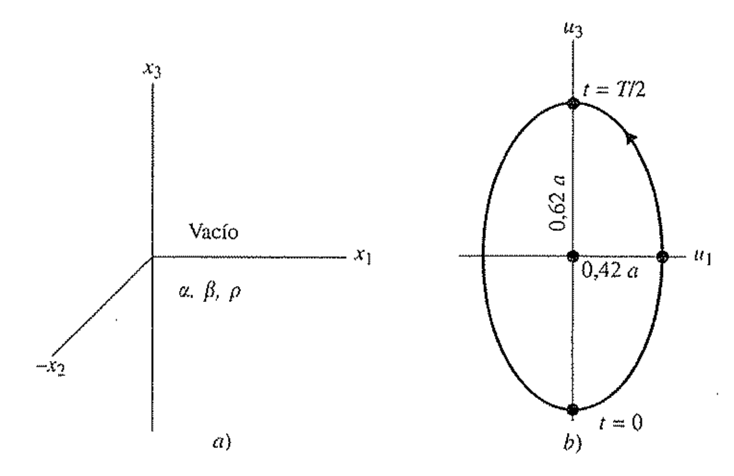


FIGURA 10.1. *a*) sistema de coordenadas sobre un medio semiinfinito; *b*) trayectoria de la partícula para las ondas Rayleigh en la superficie.

El movimiento muestra un desfase de 90° entre el componente vertical y el horizontal. La trayectoria de las partículas, por tanto, forma en cada periodo una elipse de movimiento retrógrado. En la superficie ($x_3 = 0$) esta elipse tiene el eje mayor en la dirección vertical (Fig. 10.1). La amplitud del movimiento disminuye con la profundidad, variando también la proporción entre la amplitud horizontal y vertical. A una cierta profundidad, el componente horizontal es nulo y, a partir de ella, el movimiento es progrado.

10.2. Ondas Love en un medio y una capa

Las primeras observaciones de registros sísmicos pusieron de manifiesto la presencia de ondas con movimiento horizontal transversal, que precedían inmediatamente a las ondas Rayleigh y que no podían ser explicadas por la teoría de éstas. Hacia 1908, C. G. Knott y E. Wiechert propusieron que estas ondas podían ser un efecto de transmisión por la corteza terrestre. En 1911, Love explicó este fenómeno desarrollando la teoría de propagación de ondas superficiales de componente transversal, en una capa (corteza) sobre un medio semiinfinito, de distintas propiedades elásticas, por lo que reciben hoy el nombre de ondas Love. Además, presentó también el efecto que produce la presencia de la capa sobre la propagación de las ondas Rayleigh.

El problema se plantea como la solución de la ecuación de onda en un medio semiinfinito de velocidades α y β y densidad ρ, con una capa de espesor H superpuesta, de velocidades α' y β' y densidad ρ', siendo $\beta > \beta'$ (Fig. 10.2). Esta solución debe de cumplir las condiciones de ondas superficiales, es decir, propagación paralela a la superficie y disminución de su amplitud con la profundidad. La solución general del problema indica la existencia de dos tipos de ondas, uno formado por ondas Rayleigh, con desplazamientos en el plano vertical, y otro por ondas Love, con desplazamientos horizontales transversales. En ambos casos se presenta el fenómeno de dispersión, es decir, la velocidad de propagación es función de la frecuencia. Por su mayor sencillez trataremos aquí solamente el problema de las ondas Love.

Para una onda superficial que se propaga en la dirección de x_1, los desplazamientos transversales en la capa se forman a partir de ondas que se propagan hacia abajo y hacia arriba, mientras que en el medio sólo existen los que se atenúan exponencialmente con la profundidad.

$$u'_2 = A' \exp\,[iks'x_3 + ik(x_1 - ct)] + B' \exp\,[-iks'x_3 + ik(x_1 - ct)] \qquad [10.22]$$

$$u_2 = B \exp\,[-iksx_3 + ik(x_1 - ct)] \qquad [10.23]$$

donde s y s' vienen dados por:

$$s = \sqrt{\frac{c^2}{\beta^2} - 1}; \quad s' = \sqrt{\frac{c^2}{\beta'^2} - 1}$$

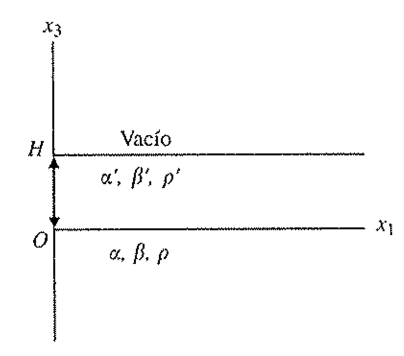


FIGURA 10.2. Estructura para el problema de las ondas Love. Una capa sobre un medio semiinfinito.

Para que los desplazamientos se atenúen con la profundidad en el medio, s debe ser imaginario y positivo (x_3 es positivo hacia arriba). Por otro lado, s' puede, en principio, ser real o imaginario, ya que afecta sólo a los desplazamientos dentro de la capa.

Las condiciones de contorno son esfuerzos nulos en la superficie libre ($x_3 = H$) y

continuidad de esfuerzos y desplazamientos en la de separación entre la capa y el medio ($x_3 = 0$).

$$x_3 = H : \tau'_{32} = \mu' \frac{\partial u'_2}{\partial x_3} = 0 \qquad [10.24]$$

$$x_3 = 0 \quad \begin{cases} u_2 = u'_2 & [10.25] \\ \tau_{32} = \mu \dfrac{\partial u_2}{\partial x_3} = \tau'_{32} = \mu' \dfrac{\partial u'_2}{\partial x_3} & [10.26] \end{cases}$$

Sustituyendo los valores de los desplazamientos [10.22] y [10.23], las ecuaciones resultantes son:

$$A' e^{iks'H} - B' e^{-iks'H} = 0 \qquad [10.27]$$

$$A'\mu's' - B'\mu's' + B\mu s = 0 \qquad [10.28]$$

$$A' + B' - B = 0 \qquad [10.29]$$

La condición para la existencia de una solución del sistema es que su determinante sea nulo. Para s' imaginario no existe solución, por lo que s' debe ser real, es decir, $\beta' < c < \beta$, correspondiendo a ondas que se propagan hacia abajo y hacia arriba dentro de la capa. La ecuación resultante es:

$$\frac{\mu s}{i\mu' s'} = \operatorname{tg} ks'H \qquad [10.30]$$

Sustituyendo los valores de s y s' en función de c, β y β' esta expresión tiene la forma:

$$\frac{\mu\sqrt{1 - \dfrac{c^2}{\beta^2}}}{\mu'\sqrt{\dfrac{c^2}{\beta'^2} - 1}} = \operatorname{tg}\left\{ kH\sqrt{\frac{c^2}{\beta'^2} - 1} \right\} \qquad [10.31]$$

Esta ecuación representa una relación implícita de la velocidad c en función del número de onda k o de la frecuencia ω, por lo que recibe el nombre de ecuación de dispersión.

10.2.1. *Interferencia de ondas reflejadas supercríticas*

Otra forma de deducir la ecuación [10.31] es por medio de la interferencia constructiva de ondas, que se reflejan en la superficie de separación entre la capa y el medio, con un ángulo i mayor que el crítico. Si se quiere que para los puntos sobre el frente de onda AB (Fig. 10.3), la interferencia sea constructiva, las ondas han de tener la misma fase y, por tanto, la distancia medida a lo largo del rayo entre A y B debe ser un múltiplo entero de la longitud de onda λ:

$$\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} = 2H \cos i = n\lambda_{\beta'} \quad ; \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

y como $2\pi/\lambda_{\beta'} = k_{\beta'}$:

$$2Hk_{\beta'} \cos i = 2\pi n \quad ; \quad n = 0, 1, 2, \ldots \qquad [10.32]$$

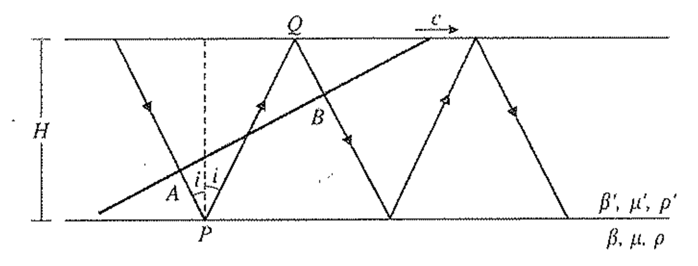


FIGURA 10.3. Interferencia constructiva de ondas SH reflejadas supercríticamente en una capa.

Para reflexiones con ángulos mayores que el crítico en la base de la capa existe entre la onda incidente y la reflejada un desfase δ:

$$\delta = -2 \operatorname{tg}^{-1}\left\{ \frac{\mu\sqrt{1 - \dfrac{c^2}{\beta^2}}}{\mu'\sqrt{\dfrac{c^2}{\beta'^2} - 1}} \right\} \qquad [10.33]$$

donde c es la velocidad aparente en la dirección de x_1 y viene dada por:

$$c = \frac{\beta'}{\operatorname{sen} i} \qquad [10.34]$$

Si se tiene en cuenta este desfase δ en el punto P, mientras que en el punto Q en la superficie libre no se da ningún desfase, la interferencia constructiva entre A y B según [10.32] resulta:

$$k_{\beta'} 2H \cos i - 2 \operatorname{tg}^{-1}\left\{ \frac{\mu\sqrt{1 - \dfrac{c^2}{\beta^2}}}{\mu'\sqrt{\dfrac{c^2}{\beta'^2} - 1}} \right\} = 2\pi n \quad ; \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \qquad [10.35]$$

El cos i se puede expresar a partir de la ecuación [10.34] en términos de c:

$$\cos i = \frac{\beta'}{c}\sqrt{\frac{c^2}{\beta'^2} - 1} \qquad [10.36]$$

De acuerdo con la ley de Snell, el número de onda k asociado a la velocidad c viene dado por:

$$k = k_{\beta'} \operatorname{sen} i = k_{\beta'} \frac{\beta'}{c} \qquad [10.37]$$

Sustituyendo [10.36] y [10.37] en [10.35] y tomando la función tangente se vuelve a obtener la misma ecuación de dispersión de las ondas Love [10.31] que se había obtenido resolviendo la ecuación onda y aplicando las condiciones de contorno. Las ondas Love se pueden, por tanto, considerar como el resultado de la interferencia constructiva de ondas supercríticas SH, con reflexión total en la base de la capa.

10.3. Dispersión de ondas. Velocidad de fase y grupo

En el apartado anterior se ha obtenido por dos caminos distintos la ecuación de dispersión de las ondas Love, de la que se deduce la dependencia de la velocidad de propagación de estas ondas con la frecuencia o periodo. De forma semejante, como veremos más adelante, puede obtenerse la ecuación de las ondas Rayleigh para un semiespacio y capa superpuesta, resultando en este caso una ecuación en que también existe dependencia de la velocidad con el periodo. Debido a esta dependencia, las ondas de distinto periodo viajan con distinta velocidad, por lo que la señal sísmica se extiende en el tiempo al aumentar la distancia recorrida. Para una distancia dada, las ondas de distinto periodo llegan a distinto tiempo.

La velocidad de propagación a la que nos hemos referido hasta ahora es la velocidad de fase, o velocidad con que se propaga la fase de cada componente armónico de las ondas. Cuando la velocidad de fase es constante, ésta coincide con la velocidad de transporte de energía o velocidad de grupo, pero no en el caso contrario. En general, la velocidad de grupo se puede definir de la forma:

$$U = \frac{d\omega}{dk} \qquad [10.38]$$

Si se sustituye $\omega = kc$, donde $c(k)$ es la velocidad de fase, se obtiene una ecuación que relaciona ambas velocidades:

$$U = c + k\frac{dc}{dk} \qquad [10.39]$$

Si la velocidad de fase c es constante se ve claramente que ambas velocidades son

iguales. Esta expresión permite obtener la velocidad de grupo si se conoce la de fase, pero no el proceso inverso, ya que al integrar la velocidad de grupo para obtener la de fase, aparecerá una constante que no se conoce.

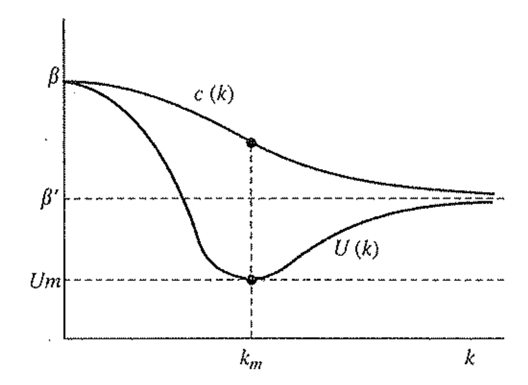


FIGURA 10.4. Curvas de dispersión de velocidad de fase (c) y grupo (U) para ondas Love en una capa sobre un medio semiinfinito.

La dependencia de $c(k)$ para las ondas Love, en una capa sobre un medio elástico, se ha deducido en el apartado anterior (ecuación [10.31]). Si se acota el argumento de la tangente entre 0 y $\frac{\pi}{2}$ es fácil ver que para $k = 0$, la tangente debe ser cero y, por tanto, $c = \beta$. En el otro extremo del intervalo, el argumento de la tangente es $\frac{\pi}{2}$ y su valor infinito. Esta condición sólo puede darse si $k = \infty$ y $c = \beta'$. Por tanto, para valores del número de onda o la frecuencia entre cero e infinito, la velocidad de las ondas Love varía entre β y β'. La forma de la curva dependerá del valor del espesor de la capa H. Para valores grandes de H, la velocidad c se aproximará a β' para valores relativamente bajos de k. Aplicando a la curva $c(k)$ la ecuación [10.39] se puede obtener la curva para la velocidad de grupo $U(k)$. Como la curva $c(k)$ tiene el gradiente negativo con un máximo para un cierto valor de k, la velocidad de grupo tiene un mínimo para ese valor (Fig. 10.4).

Para una cierta distancia X las llegadas del tren de ondas, de acuerdo con las curvas de c y U (Fig. 10.4), serán primero las de frecuencias bajas (largos periodos) y más tarde las de frecuencias más altas (Fig. 10.5). La mayor energía llegará al final del tren correspondiente al mínimo de velocidad del grupo, y tendrá el periodo correspondiente a k_m. Siguiendo la curva de $U(k)$ (Fig. 10.4), las primeras ondas en llegar son las de periodos más grandes ($k = 0$), y empezarán a llegar para $t = X/\beta$. Para $t = X/\beta'$ llegan los periodos más cortos, que se superponen a las llegadas con valores de U de periodos más grandes. Las últimas ondas en llegar son las correspondientes al valor mínimo de la velocidad de grupo U_m. Las amplitudes de estas ondas son las máximas, al sumarse la aportación de ondas de periodo muy similar y reciben el nombre de fase de Airy (Fig. 10.5).

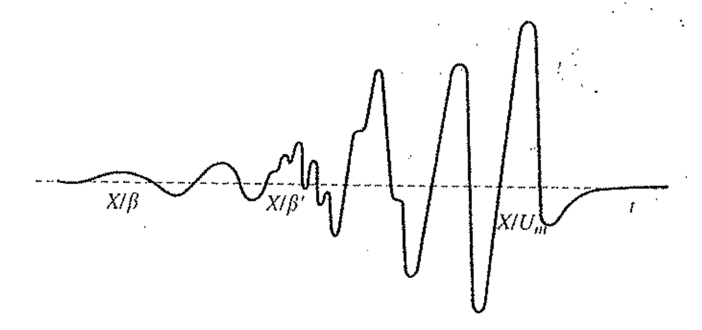


FIGURA 10.5. Ondas Love en una capa sobre un medio semiinfinito. Llegada de las ondas de distinto periodo a una distancia X.

10.4. Modos de las ondas Love

Al deducir la forma de la curva de dispersión de las ondas Love, en el apartado anterior, se ha acotado el argumento de la tangente en la ecuación de dispersión entre 0 y $\pi/2$. Sin embargo, la tangente tiene valores positivos para una serie infinita de intervalos de su argumento, π y $3\pi/2$, 2π y $\frac{5\pi}{2}$, etc. Para cada uno de estos intervalos se puede calcular una curva de dispersión, obteniéndose, por tanto, para cada valor de H una familia infinita de curvas. Cada una de ellas se denomina un modo de propagación, correspondiendo el primer intervalo $\left(0 - \frac{\pi}{2}\right)$ al modo fundamental y los demás a los modos superiores (Fig. 10.6).

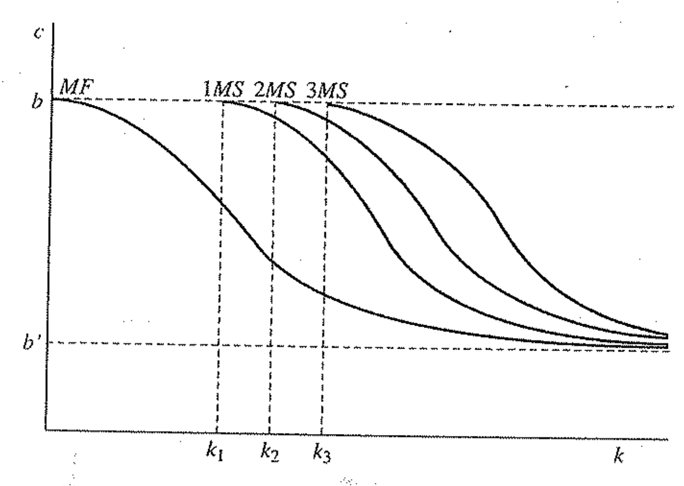


FIGURA 10.6. Curvas de dispersión de velocidad de fase de ondas Love del modo fundamental y tres modos superiores.

Como en los modos superiores el intervalo comienza con un valor múltiplo de π, el valor mínimo de la frecuencia no puede ser cero. Este valor para el modo de orden n viene dado por:

$$k_n = \frac{n\pi}{H\sqrt{\frac{\beta^2}{\beta'^2} - 1}} \qquad [10.40]$$

y recibe el nombre de frecuencia de corte.

Los desplazamientos de las ondas correspondientes a cada modo tienen distinta distribución con la profundidad. Para la onda Love, los desplazamientos se deducen de las ecuaciones [10.22] y [10.23], sustituyendo $s = i\bar{s}$, poniendo B y B' en función de A', y tomando la parte real:

capa $$u'_2 = 2A'\cos\left[ks'H\left(1 - \frac{x_3}{H}\right)\right]\cos k\,(s'H + x_1 - ct) \qquad [10.41]$$

medio: $$u_2 = 2A'\cos ks'H\, e^{k\bar{s}x_3}\cos k(s'H + x_1 - ct) \qquad [10.42]$$

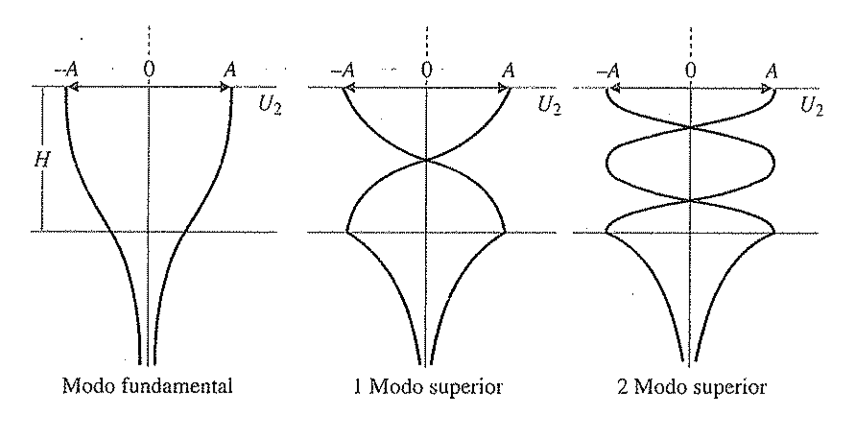


FIGURA 10.7 Distribución de los desplazamientos con la profundidad del modo fundamental y dos primeros modos superiores de las ondas Love.

La amplitud de los desplazamientos en el medio disminuye exponencialmente con la profundidad, mientras que en el interior de la capa viene modulada por la función $\cos[kHs'(1 - x_3/H)]$. En la superficie libre ($x_3 = H$), la amplitud es siempre máxima. Dentro de la capa, para $0 < x_3 < H$ el argumento del coseno varía teniendo en cuenta los posibles valores de kHs'. Para el modo fundamental, como este factor varía entre 0 y $\pi/2$ no hay ningún punto intermedio en la capa en el que se anule u_2. Para los modos superiores, es fácil ver que existen tantos puntos dentro de la capa en los que se anula u_2 como el orden del modo, es decir, uno para el primero, dos para el segundo, etcé-

tera. Un esquema de la distribución de amplitudes con la profundidad para el modo superior y los dos primeros modos superiores viene representado en la figura 10.7.

10.5. Ondas Rayleigh en medios estratificados

El problema de la propagación de las ondas Rayleigh en una capa y un medio es más complicado que el de las ondas Love al ser seis las condiciones de contorno, dos en la superficie libre y cuatro en la superficie de separación entre la capa y el medio. La ecuación de dispersión resulta, por tanto, de la resolución de un determinante de 6×6. En este caso, también se obtiene la dependencia de la velocidad c con la frecuencia y la presencia de modos de vibración de dos tipos, simétricos y antisimétricos, de acuerdo con las condiciones del movimiento en la superficie libre y en la de separación de la capa.

La forma de la curva de dispersión es parecida a la de las ondas Love, pero ahora las velocidades máximas y mínimas para el modo fundamental no son β y β', sino c_R y $c_{R'}$, las velocidades de la onda Rayleigh de un medio semiinfinito con velocidad de la onda S, β o β'. Sin embargo, para los modos superiores las velocidades límites sí son β y β' (Fig. 10.8).

De una manera cualitativa se pueden obtener, para el modo fundamental, los límites de velocidad, que corresponden a la longitud de onda muy pequeña o grande con respecto a H. Si $\lambda \ll H$, la capa se comporta como un medio semiinfinito y para $\lambda \gg H$, ésta no afecta la propagación de las ondas que lo hacen como si la capa no existiera. La curva de la velocidad de grupo $U(k)$ se obtiene de la misma manera y tiene forma parecida que para las ondas Love.

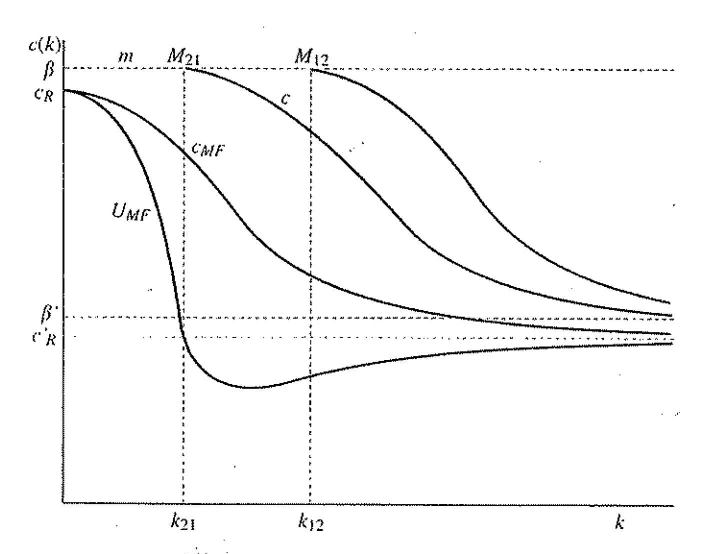


FIGURA 10.8. Curvas de dispersión de ondas Rayleigh, modo fundamental y primer modo superior para una capa sobre un medio.

La generalización de los resultados presentados para una capa, al caso de un medio estratificado de n capas, en el que se tiene en cuenta el efecto de la esfericidad y la gravedad, escapa al alcance de este capítulo. Entre los primeros trabajos que amplían los resultados de Love, en 1911, quien ya incluyó el problema de la esfericidad, se pueden citar los de H. Jeffreys y R. Stoneley, comenzados hacia 1928, que consideraron la propagación de ondas superficiales en varias capas y medios heterogéneos. Los de K. Sezawa y K. Kanai, entre 1927 y 1941, que incluyen la propagación en medios estratificados esféricos, y más tarde los de Y. Sato, principalmente entre 1949 y 1954, y los de M. Ewing y F. Press a partir de 1950. Como en el caso de las ondas internas, el problema de la propagación de ondas superficiales recibe un fuerte impulso con la formulación matricial, que fue propuesta por W. T. Thomson, en 1950, y aplicada a problemas sismológicos por N. A. Haskell, en 1953. A partir de 1960, este método es desarrollado, entre otros autores, por D. G. Harkrider, L. Knopoff, F. Gilbert y H. Takeuchi. Otros métodos empleados en el estudio teórico de las ondas superficiales son los de elementos finitos y diferencias finitas utilizados por J. Lysmer, L. A. Drake y D. M. Boore, y el variacional por G. Jobert y B. L. N. Kennet.

10.6. Curvas de dispersión y estructura de la Tierra

La forma de la curva de dispersión de las ondas superficiales depende de los parámetros, que definen la estructura estratificada de las capas superiores de la Tierra, es decir, espesores, velocidades de las ondas P y S y densidades. Por tanto, si se conoce la curva de dispersión para una trayectoria determinada, es posible calcular estos parámetros en dicha trayectoria. Esto hace que la determinación de curvas de dispersión y su análisis sea un medio eficaz para estudiar la estructura del interior de la Tierra. La penetración de las ondas superficiales depende de su longitud de onda o periodo. Las observaciones más comunes están comprendidas en el rango de periodos de quince a trescientos segundos. Entre quince y cien segundos, las ondas reflejan la estructura de la corteza y manto superior, mientras que las de periodos mayores proporcionan información de la parte más profunda del manto. Las observaciones de ondas de periodos menores de quince segundos se ven afectadas por las capas sedimentarias más superficiales, de gran heterogeneidad y que poseen propiedades muy distintas de unas partes a otras.

Los primeros estudios de observación de ondas superficiales se realizaron, hacia 1930, por W. Roehrbach, D. S. Carder y los primeros trabajos de M. Ewing. Entre éstos también se deben añadir los de J. T. Wilson, en 1940, y 1948, sobre la corteza del Atlántico. A partir de 1949 se llevan a cabo los trabajos de M. Ewing, F. Press y J. Oliver, que aplicaron este método a la determinación de estructuras de la corteza y manto superior en zonas continentales y oceánicas. El método empleado en los primeros estudios para determinar las curvas de dispersión a partir de los sismogramas de ondas superficiales se basan en el análisis para la velocidad de grupo. Para la velocidad de fase se usa la correlación de las registradas en dos estaciones sobre un mismo círculo máximo con el epicentro. Este método tiene muchas limitaciones, por lo que la introducción de los métodos del análisis de Fourier por Y. Sato, en 1955, supuso un gran adelanto. Estos métodos se generalizaron con la introducción de los orde-

nadores y los métodos de la transformada rápida de Fourier, basados en el algoritmo de Cooley y Tukey, desarrollados en los años sesenta. En 1964, W. L. Pilant y L. Knopoff introdujeron el método del filtro de velocidad de grupo *(group-delay filter)*. Más recientemente, desde 1968, a partir del análisis espectral se han introducido toda una serie de métodos para la determinación de la velocidad de grupo y fase, basados en la correlación cruzada, el filtrado múltiple, etc., por autores como A. M. Diziewonski, A. L. Hales, M. Ladisman y otros.

La forma de la curva de dispersión, tanto de la velocidad de fase como de la de grupo de ondas Love y Rayleigh, depende de los parámetros del medio por el que se propagan y su penetración depende de su periodo, dando los periodos mayores información sobre regiones más profundas. Un caso muy sencillo que refleja la diferencia de las curvas de dispersión viene dado en la figura 10.9, donde se representan las curvas de velocidad de grupo de la onda Rayleigh para dos estructuras típicas, una oceánica y otra de escudo continental. La curva oceánica tiene velocidades más altas que la continental para los mismos periodos, al ser menor el espesor de la corteza. La caída rápida de la curva para periodos de unos doce segundos se debe a la existencia de la capa de agua. Los sedimentos y el mayor espesor de la corteza continental se reflejan en la parte de la curva para periodos cortos (doce a treinta segundos) con velocidades bajas. Para periodos muy grandes (doscientos segundos) las dos curvas coinciden, ya que éstas reflejan la estructura más profunda, que es similar en ambos casos.

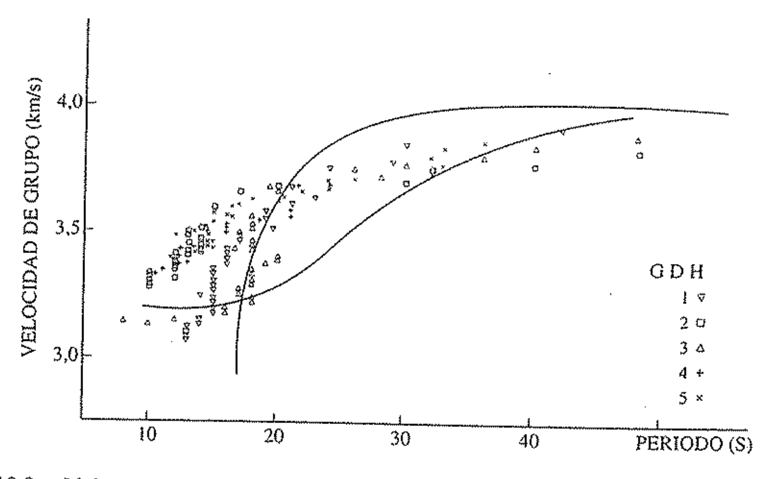


FIGURA 10.9. Valores de la dispersión de ondas Rayleigh en el Atlántico Norte y curvas teóricas para modelos oceánico y de escudo continental. Observaciones en la estación GDH de cinco terremotos (según Bravo y Udías).

Un resumen esquemático de las curvas de dispersión para las ondas Rayleigh y Love está representado en las figuras 10.10 y 10.11. En estas curvas sólo se diferencia entre estructuras continentales y oceánicas. Esto es una simplificación, ya que la estructura continental se puede distinguir entre zonas de escudo o plataforma, zonas montañosas, costeras y de rift, cada una con diferente curva de dispersión. Lo mismo

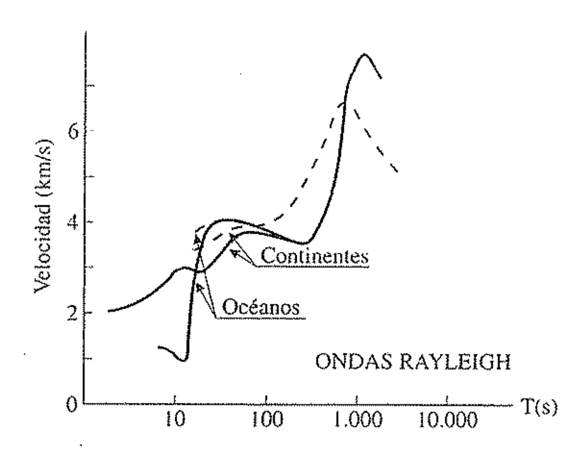


FIGURA 10.10. Curvas medias de dispersión de ondas Rayleigh: línea continua, velocidad de grupo, y punteada, velocidad de fase (según Oliver).

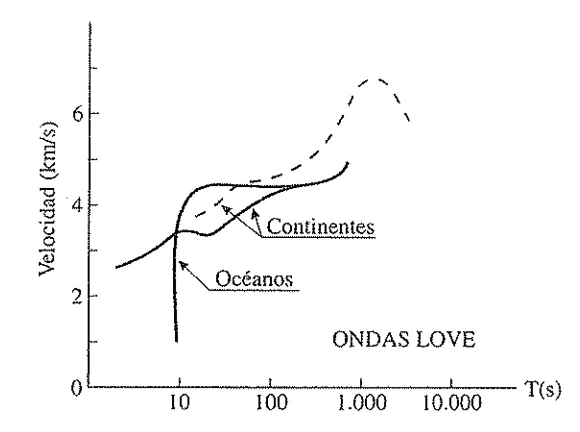


FIGURA 10.11. Curvas medias de dispersión de ondas Love: línea continua, velocidad de grupo, y punteada, velocidad de fase (según Oliver).

sucede en los océanos, donde las curvas varían con la edad de la corteza oceánica, siendo las velocidades más altas para la corteza más antigua (más de cien millones de años), y la más baja, para la más reciente (menos de diez millones de años). La diferencia entre estos dos casos extremos en la velocidad de las ondas Rayleigh, para periodos de cuarenta segundos, es de, aproximadamente, 0,4 km/s. La parte de las curvas que corresponde a periodos menores de quince segundos presenta una gran variación de unas zonas a otras, debido a la gran heterogeneidad de los sedimentos. Los periodos más grandes (mayores de trescientos segundos) corresponden a las oscilaciones propias de la Tierra.

10.7. Oscilaciones libres de la Tierra

Si se considera la Tierra como una esfera de material elástico, ésta puede vibrar como un todo cuando se produce una perturbación en su situación de equilibrio estático. La Tierra entera se comporta entonces como una cuerda vibrante, o mejor como una campana que vibra al ser golpeada. Lo mismo que en el caso sencillo de la vibración de una cuerda sujeta en sus dos extremos, las vibraciones u oscilaciones libres de la Tierra están formadas por un modo fundamental y una serie de armónicos. La frecuencia de estas oscilaciones depende de sus dimensiones y estructura elástica.

Aunque en 1829 Poisson discutió ya el problema de las oscilaciones libres de una esfera, el problema fue tratado en su forma completa por Lamb, en 1882. En 1911, Love calculó el periodo fundamental de vibración de una esfera homogénea de las dimensiones de la Tierra, obteniendo un valor cercano a una hora. Las primeras observaciones de las vibraciones propias de la Tierra se deben a Benioff, en 1954, analizando las ondas sísmicas del gran terremoto de Kamchatka de 1952, registradas en un sismómetro de deformación en la estación de Isabella, en California. Más tarde, los grandes terremotos de Chile, en 1960, y Alaska, en 1964, proporcionaron observaciones que permitieron detectar muchos de los modos de vibración. En estas observaciones se descubrió que algunos de los máximos del espectro de potencia son múltiples debido a la rotación de la Tierra.

10.7.1. *Oscilaciones libres de una esfera elástica*

El fundamento teórico del problema de las vibraciones libres de la Tierra se basa en las ecuaciones del movimiento para una esfera elástica. Aquí se presentarán solamente las ideas más fundamentales de la solución a este problema, para el caso de una esfera homogénea. En él se busca una solución para los desplazamientos $\boldsymbol{u}$ de la ecuación de Navier [8.12] en cada punto del interior de una esfera, resolviendo esta ecuación en coordenadas esféricas, e imponiendo la condición de contorno de esfuerzos nulos en su superficie (Fig. 10.12). Al tratarse de las vibraciones de un medio de dimensiones finitas, las soluciones vienen dadas en forma de diferentes modo de vibración.

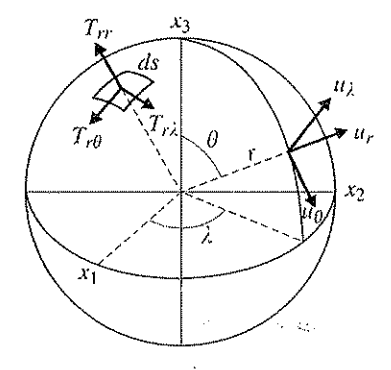


FIGURA 10.12. Desplazamientos y esfuerzos en la superficie de la Tierra en coordenadas esféricas.

Como ya se vio en el capítulo 8, de la ecuación de Navier [8.12] se pueden obtener ecuaciones de onda [8.23] para los potenciales de los desplazamientos. En coordenadas esféricas, los potenciales utilizados son ϕ, ψ y Λ, que suponiendo dependencia armónica del tiempo vienen dados por:

$$\phi(r, \theta, \lambda)\, e^{i\omega t}$$

$$\psi(r, \theta, \lambda)\, e^{i\omega t}$$

$$\Lambda(r, \theta, \lambda)\, e^{i\omega t}$$

Según la ecuación [8.24], estos potenciales son solución de la ecuación de Helmholtz que para ϕ es:

$$(\bar{\nabla}^2 + k_\alpha^2)\, \phi = 0 \qquad [10.43]$$

Para resolver esta ecuación se expresa el Laplaciano en coordenadas esféricas y utilizando el método de separación de variables en el que $\phi\,(r, \theta, \lambda) = R(r)X(\theta)Y(\lambda)$, se obtienen tres ecuaciones:

$$r^2\frac{d^2R}{dr^2} + 2r\frac{dR}{dr} + [k_\alpha^2 r^2 - l(l+1)]R = 0 \qquad [10.44]$$

$$\frac{1}{\operatorname{sen}\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\operatorname{sen}\theta\frac{dX}{d\theta}\right) + \left[l(l+1) - \frac{m^2}{\operatorname{sen}^2\theta}\right]X = 0 \qquad [10.45]$$

$$\frac{d^2Y}{d\lambda^2} + m^2Y = 0 \qquad [10.46[$$

donde l y m tienen valores 0, 1, 2, 3, ..., y en cada uno de ellos la solución representa un modo de vibración. La primera ecuación tiene la forma de la ecuación modificada de Bessel, y su solución se puede expresar en funciones de Bessel de orden no entero $J_{n+1/2}(x)$. La segunda está relacionada con la ecuación de Legendre, y su solución se expresa por las funciones asociadas de Legendre $P_l^m(\cos\theta)$. La tercera tiene como soluciones funciones armónicas (Apéndice 3). De esta forma la solución para el potencial ϕ viene dada por:

$$\phi = A_{ml}\frac{J_{l+1/2}(k_\alpha r)}{r}\, P_l^m(\cos\theta)\, e^{\pm im\lambda} \qquad [10.47]$$

y de forma similar para ψ y Λ.

De estos potenciales se deducen los componentes de los desplazamientos en coordenadas esféricas u_r, u_θ, u_λ.

Los desplazamientos se pueden separar en dos tipos, esferoidales con componentes en la dirección de r y θ y torsionales o toroidales, sólo con componente λ. El caso más sencillo, suponiendo independencia con respecto a $\lambda (m = 0)$, corresponde para

los modos esferoidales a $l = 0$, y para los toroidales $l = 1$. En este caso, los desplazamientos del primer modo esferoidal ($l = 0$) son:

$$u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} \qquad [10.48]$$

$$u_\theta = \frac{l}{r}\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \qquad [10.49]$$

y los del primer toroidal ($l = 1$)

$$u_\lambda = -\frac{\partial \Lambda}{\partial \theta} \qquad [10.50]$$

Para denominar los distintos modos esferoidales y toroidales se suelen emplear los símbolos ${}_nS_l^m$ y ${}_nT_l^m$; donde $l = 0, 1, 2, 3, \ldots$, indica el orden de los polinomios asociados de Legendre y, por tanto, su dependencia de θ; $m = 0, 1, 2, 3, \ldots, l$, la dependencia de λ y $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$, la de r; $n = 0$ en cada modo corresponde al modo fundamental y los demás valores a sus armónicos. Cuando $m = 0$, este índice no se suele escribir y se representan los distintos modos por ${}_nS_l$ y ${}_nT_l$.

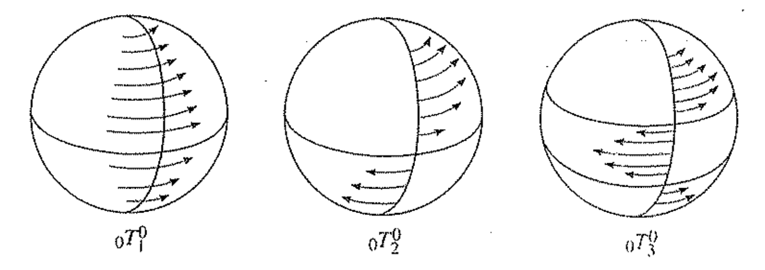


FIGURA 10.13. Desplazamientos para los tres primeros modos toroidales.

El primer modo toroidal corresponde a $l = 1$ y $m = 0$ y se representa por ${}_nT_1$. El desplazamiento viene dado por:

$$u_\lambda = B_1 J_{3/2}(k_\beta r) \text{ sen } \theta \qquad [10.51]$$

En la condición de contorno basta considerar los esfuerzos tangenciales en la dirección de λ, es decir, que en la superficie $r = a$, $\tau_{r\lambda} = 0$. Expresando los esfuerzos en función de las deformaciones y éstas en función de los desplazamientos, esta condición, para este caso concreto, al expresar las funciones de Bessel en funciones trigonométricas, resulta finalmente en:

$$\text{tg}(k_\beta a) = \frac{3k_\beta a}{3 - k_\beta^2 a^2} \qquad [10.52]$$

Esta ecuación tiene un número infinito de soluciones a las que se asigna el índice $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ Para cada valor de n corresponde un modo de vibración. Para el caso que estamos considerando de los modos toroidales para $l = 1$, no existe el modo correspondiente a $n = 0$. Las raíces de los siguientes modos son:

$$\frac{k_\beta a}{\pi} = 1{,}83,\ 2{,}89,\ 3{,}92, \ldots \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

La frecuencia más baja dada por esta ecuación es $\omega = 1{,}83 \dfrac{\beta\pi}{a}$ y corresponde al modo fundamental, siendo los otros valores los que corresponden a armónicos de orden superior. Si se sustituye para a el radio de la Tierra, y para β un valor medio en su interior ($\beta = 6$ km/s), se obtiene para el modo fundamental un periodo de 1.159 segundos ó 19,3 minutos. El modo fundamental ($n = 0$) no tiene ningún plano nodal en el interior de la Tierra, mientras que los armónicos tienen tantos como indica su número de orden, y se denominan por ${}_nT_1$. Para otros valores de $l = 2, 3$, etc., tendremos también si $m = 0$ un modo fundamental ${}_0T_2$, ${}_0T_3$, etc., y los armónicos ${}_nT_2$, ${}_nT_3$, etc. Esquemáticamente, la forma de los desplazamientos de los modos toroidales de orden más bajo vienen representados en la figura 10.13. La distribución en el interior de la Tierra de los desplazamientos como función de r, para un mismo modo y distintos valores de n, viene representada en la figura 10.14.

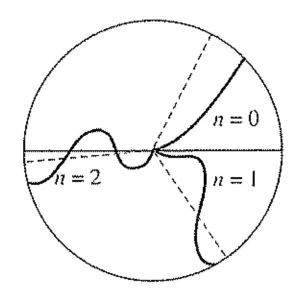


FIGURA 10.14. Distribución de los desplazamientos en el interior de la Tierra para los modos dependientes del subíndice n.

El modo esferoidal de orden más bajo es el que corresponde a $l = 0$ y $m = 0$. La deducción de los desplazamientos sigue una manera parecida a la expuesta anteriormente, obteniéndose para ${}_nS_0$:

$$u_r = A_0 \frac{d}{dr}\left[\frac{J_{1/2}(k_\alpha r)}{r}\right] \quad ; \quad u_\theta = 0 \qquad [10.53]$$

Este modo no depende de θ y la condición de contorno se reduce a $\tau_{rr} = 0$, para $r = a$. Poniendo los esfuerzos en función de los desplazamientos, la condición de contorno resulta:

$$\cot g(k_\alpha a) = \frac{1}{k_\alpha a} - \frac{1}{4}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 k_\alpha a \qquad [10.54]$$

Para el caso en el que $\lambda = \mu$, tenemos que $k_\beta^2 = 3k_\alpha^2$ y la relación:

$$\frac{k_\alpha a}{\pi} = 0{,}82,\ 1{,}92,\ 2{,}94,\ \dots \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Despejando la frecuencia para la raíz más baja ($n = 0$), y sustituyendo por un valor medio de la velocidad de las ondas P ($\alpha = 10$ km/s), se obtiene el periodo del modo fundamental ${}_0S_0$ igual a 1.561 segundos o 26 minutos. Como en el caso de los modos toroidales, este modo no tiene planos nodales del desplazamiento en el interior de la Tierra, aunque sí sus armónicos ${}_nS_0$. Éstos, al no depender de θ, corresponden a un aumento y disminución del tamaño de la Tierra sin variación en su figura. Para $l = 1$, no existe el modo correspondiente a $n = 0$, ya que implicaría una translación del centro de gravedad de la Tierra, lo que violaría la condición de vibraciones libres. Sí existen, sin embargo, los modos correspondientes a $n = 1, 2, 3, \dots$ Para $l = 2$ los modos ${}_nS_2$ corresponden a deformaciones de la figura de la Tierra achatada y alargada por los polos alternativamente. Los siguientes modos para valores de $l = 3, 4, 5$, etc., corresponden a figuras con igual número de abombamientos. La forma esquemática de las vibraciones de los tres modos esferoidales de orden más bajo vienen representadas en la figura 10.15.

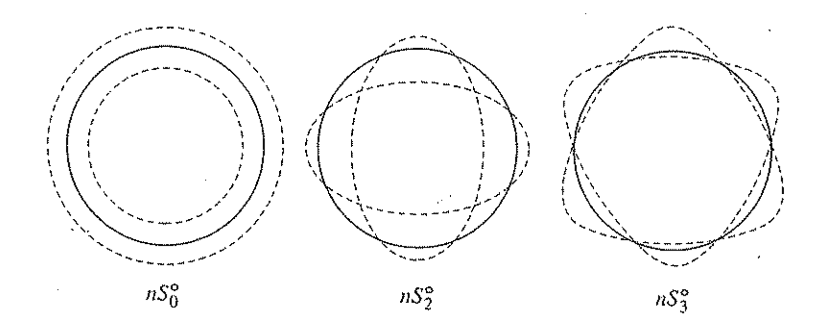


FIGURA 10.15. Desplazamientos para los tres primeros modos esferoidales.

Las observaciones de las oscilaciones libres de la Tierra se llevan a cabo por péndulos horizontales y verticales de periodo muy grande y sismómetros de deformación. Estas oscilaciones, como ya se ha indicado, son excitadas por terremotos de gran magnitud y su interpretación permite determinar modelos globales de la estructura interna de la Tierra. A continuación se puede ver una comparación entre los valores de los periodos en minutos de los modos de orden más bajo, observados a partir de los registros de sismogramas de terremotos, en especial los de Chile, 1960, y Alaska, 1964, y los calculados a partir del modelo propuesto, en 1972, por Diziewonski y Gilbert.

Modo	*Observado*	*Teórico*	*Modo*	*Observado*	*Teórico*
${}_0S_2$	53,89	53,80	${}_0T_2$	44,01	43,82
${}_0S_3$	35,56	35,53	${}_0T_3$	28,43	28,35
${}_0S_4$	25,79	25,74	${}_0T_4$	21,92	21,75

Este análisis de observación y comparación con valores teóricos, deducidos de distintos modelos de la Tierra, se ha extendido hasta modos de orden alto, $l = 29$, tanto para sus modos fundamentales como para los armónicos. Aunque este tipo de análisis no proporciona detalles de la estructura interna de la Tierra, sí es muy eficaz para determinar características globales tanto del manto como del núcleo.

10.8. Atenuación anelástica

Hemos visto cómo las ondas que se propagan por el interior de la Tierra sufren una atenuación de la amplitud con la distancia debido a fenómenos anelásticos. El mecanismo de atenuación puede ser muy complejo, pero no es necesario conocerlo, ya que, como se vio, este fenómeno puede expresarse por medio del coeficiente Q cuya inversa Q^{-1} representa la fracción de energía disipada por periodo, dividida por valor medio de la energía, en una onda armónica, $Q^{-1} = \Delta E/2\pi E$.

Una onda superficial que se propaga una cierta distancia x, correspondiente a la distancia angular Δ, sufre una disminución de su amplitud que viene dada por:

$$A = A_0 \frac{e^{-\gamma x}}{\sqrt{\operatorname{sen}\Delta}} \qquad [10.55]$$

$$\gamma = \frac{\omega}{2QU} \qquad [10.56]$$

Donde el factor sen Δ, corresponde a la disminución de energía por unidad de área, debido a la expansión geométrica del frente de onda, y γ es el factor de atenuación inelástica de las ondas superficiales en el que intervienen la frecuencia, ω, la velocidad de grupo U y el factor Q. El cociente entre las amplitudes de ondas superficiales registradas sobre una misma trayectoria a distancias X_1 y X_2 del epicentro, viene dado por:

$$\frac{A_1}{A_2} = \sqrt{\frac{\operatorname{sen}\Delta_2}{\operatorname{sen}\Delta_1}}\, e^{-\gamma(x_1 - x_2)} \qquad [10.57]$$

El valor de Q, que se obtiene a partir de las ondas superficiales, está relacionado con los correspondientes a las ondas P y S, Q_α y Q_β, respectivamente. Cuando éstos son constantes, para la onda Rayleigh, éste viene dado por una relación del tipo:

$$Q_R^{-1} = mQ_\alpha^{-1} + (l - m)Q_\beta^{-1}$$

donde m es una función de los cocientes $\frac{c}{\alpha}$ y $\frac{c}{\beta}$.

Para la Tierra, los valores de Q_α y Q_β varían con la profundidad y se pueden considerar en la práctica como constantes con la frecuencia. El valor de Q resultante para las ondas superficiales sí es función de la frecuencia, ya que con ella varía la penetración efectiva de estas ondas. La observación de la variación de Q con la frecuencia permite, por tanto, establecer modelos de la distribución de Q_α y Q_β con la profundidad.

Hasta aquí se ha considerado el fenómeno desde el punto de vista de una onda que se propaga y se atenúa con la distancia. Otro punto de vista del mismo fenómeno es el de la atenuación con el tiempo de una onda estacionaria. El resultado, sin embargo, no es el mismo y, por tanto, se puede hablar de una Q_e espacial y otra Q_t temporal. Esta distinción fue expuesta por vez primera por Brune, en 1962, y la relación entre ambos valores es:

$$Q_t^{-1} = \frac{U}{c} Q_e^{-1} \qquad [10.58]$$

donde U y c son las velocidades de grupo y fase, respectivamente. Este segundo punto de vista se puede aplicar directamente al problema de las vibraciones propias de la Tierra. Jeffreys, desde 1967, insistió en la necesidad de tener en cuenta el efecto de la anelasticidad en el problema de las oscilaciones libres, que se ven afectadas con una modificación de las frecuencias propias de los distintos modos entre un 0,5 y un 1,5 por 100. El resultado final de estos estudios ha permitido ajustar los modelos globales de la estructura interna de la Tierra, en los que además de la distribución de α, β y ρ se especifican también la de los factores Q_α y Q_β.

10.9. Bibliografía

De forma concisa, el problema de las ondas superficiales y oscilaciones libres de la Tierra se encuentra en los textos generales OFFI 7, 10, GARL 4 y 8 y COUL 8. Un tratamiento más extenso se encuentra en los textos de Sismología ya citados en el capítulo 8.

AKI y RICHARDS (1980): 7 y 8.
BEN MENAHEN y SINGH (1981): 5 y 6.
BULLEN (1976): 5.
PILANT (1979): 10, 16, 20, 24, 25.
LAY y WALLACE: 4.

Libros monografícos sobre propagación de ondas en medios estratificados y vibraciones propias son:

BREKHOVSKIKH, L. M. (1960): *Waves in layered media.* Academic Press, Nueva York.
EWING, W. M.; JARDETZKY, W. S., y PRESS, F. (1957): *Elastic waves in layered media.* McGraw Hill, Nueva York.

KENNET, B. L. N. (1983): *Seismic wave propagation in stratified media.* Cambridge University Press.
LAPWOOD, E. R., y USAMI, T. (1981): *Free oscillations of the Earth.* Cambridge University Press.

Los trabajos originales de Love sobre estos temas se encuentran en su obra publicada originalmente en 1911:

LOVE, A. E. H. (1967): *Some problems of geodynamics.* Dover Publ., Nueva York.

Otras referencias en las que se pueden encontrar observaciones de ondas superficiales y oscilaciones libres:

DERR, J. S. (1969): «Internal structure of the Earth inferred from free oscillations». *J. Geophys. Res.*, 74, 5202-5220.
DZIEWONSKI, A., y GILBERT, F. (1972): «Observations of normal modes from 84 recording of the Alaskan earthquakes of 1964 March 28». *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 27, 393-446.
HART, P. J. (ed.) (1969): *The Earth's crust and upper mantle.* American Geophysical Union, Washington.
OLIVER, J. (1962): *A summary of observed seismic waves dispersion.* Bull. Seism. Soc. Am., 52, 81-86.

Capítulo 11

PARÁMETROS FOCALES DE LOS TERREMOTOS

Por qué tiembla la Tierra
Por qué las hondas mares se embravecen
Dó sale a mover guerra
el cierzo y por qué crecen
las aguas del océano y decrecen.

FRAY LUIS DE LEÓN, *Oda a Felipe Ruiz.*

11.1. Localización y hora origen

Los primeros intentos en el estudio de las características y causas de los terremotos, superando las leyendas y relatos mitológicos, se deben a los filósofos griegos de los siglos VI y V a. de C., como Anaxímenes, Anaxágoras y Demócrito. Aristóteles (384-322 a. de C.) propone como causa de los terremotos la salida súbita del aire calentado en el interior de la Tierra y distingue ya entre el movimiento vertical y horizontal de sus trepidaciones. Posidonio de Apamea (135-51 a. de C.) reconoció la relación entre fenómenos sísmicos y volcánicos y la profundidad de su origen. Una relación muy completa del conocimiento sobre los terremotos en la antigüedad está recogida en el libro VI de las *Cuestiones Naturales,* de L. A. Séneca (4 a. de C.-65 d. de C.). Las ideas de los autores clásicos continuaron vigentes durante la edad media y moderna, añadiéndose a las causas de los terremotos la fuerza del vapor calentado en el interior de la Tierra y la de materiales explosivos. En el siglo XVIII, el gran terremoto de Lisboa de 1755 produjo un interés universal sobre el origen de estos fenómenos. Al efecto de los vapores y fuegos subterráneos se añaden ahora teorías basadas en descargas eléctricas y comienzan a estudiarse de forma sistemática los efectos de los terremotos. El interés por la determinación del punto en el que se produce el terremoto (foco o hipocentro) y su proyección sobre la superficie (epicentro) se remonta a los primeros sismólogos modernos, entre ellos, R. Mallet (1810-1881), J. Milne (1850-1913) y F. Omori (1868-1923). Las primeras determinaciones de la localización del epicentro y profundidad del foco se basan en el estudio de la extensión y distribución de los daños producidos y de la dirección de las grietas en edificios y en el terreno. Estos métodos sitúan el epicentro en el centro de la zona de mayor daño y éste se denomina epicentro macrosísmico.

Con el desarrollo de la instrumentación sismológica y la extensión por todo el mundo de observatorios, la determinación del foco sísmico se realiza a partir de los

registros de las ondas producidas por los terremotos. El foco representa de este modo el punto inicial en el espacio y el tiempo de la producción de estas ondas. Admitida esta simplificación, los cuatro parámetros que definen la localización del foco en el espacio y tiempo son la hora origen (t), las coordenadas geográficas del epicentro (ϕ, λ) y la profundidad (h). Entre las primeras determinaciones instrumentales se encuentran las comenzadas a publicar en 1904 por el Bureau Central de la Asociación Internacional de Sismología, en Estrasburgo. Con anterioridad a esta fecha, Milne había recogido datos instrumentales desde 1899 que permitieron, a partir de 1911, la publicación de catálogos sísmicos por el Comité Sismológico de la British Association for the Advancement of Science. A partir de 1918, éstos son publicados por el International Seismological Summary (ISS), cuya continuación actual son las publicaciones del International Seismological Centre (ISC). Más tarde, otras agencias se dedican a la localización de terremotos a escala global, como el US Coast and Geodetic Survey (USCGS), hoy bajo el nombre de National Earthquake Information Service (NEIS), dependiente del US Geological Survey. En cada país se establecen además servicios sismológicos de ámbito nacional.

Los primeros métodos de determinación de epicentros son gráficos, y se basan en encontrar el punto de intersección sobre un mapa o globo de los círculos con centro en cada estación, que representan las distancias recorridas por las distintas ondas. Para obtener estas distancias es necesario disponer de curvas dromocronas, que permiten pasar de intervalos de tiempo entre diferentes ondas a distancias de recorrido. Las ondas utilizadas son principalmente P y S, utilizándose el intervalo S-P para obtener la distancia al epicentro desde cada estación. Sin embargo, la dificultad en determinar con exactitud el tiempo de llegada de la onda S hace que se utilicen con mayor peso los tiempos de la P. Comenzando con unos valores aproximados del epicentro y hora origen determinados a partir de los intervalos S-P, éstos se refinan hasta que se ajustan lo mejor posible a los tiempos de llegada de las ondas P a todas las estaciones. En general, los arcos de circunferencia, con centro en cada estación, no pueden hacerse cortar todos en un solo punto, sino que definen un área pequeña que refleja la imprecisión de la determinación y en cuyo centro se sitúa el epicentro. El uso de dromocronas para distintas profundidades permite también establecer por este medio un valor aproximado de la profundidad. Este parámetro, sin embargo, no puede determinarse con mucha precisión, por lo que a veces sólo puede establecerse el carácter de profundidad (superficial, intermedio o profundo).

Los métodos numéricos para la localización hipocentral se desarrollan relativamente pronto con los trabajos de L. Geiger, en 1910, y V. Inglada, en 1926. Su aplicación, sin embargo, no se generaliza en la práctica hasta que los ordenadores hacen posible su utilización rápida con un gran número de observaciones. Aunque el número de algoritmos actualmente existentes es muy grande, la mayoría se basa en un ajuste por mínimos cuadrados de los tiempos de llegada de las ondas P y S, observadas en un cierto número de estaciones. Brevemente, su fundamento es el siguiente: si se dispone de N observaciones de tiempos de llegada t_i, en estaciones de coordenadas ϕ_i, λ_i, éstos serán función de las coordenadas y tiempo origen del foco y se pueden expresar como $t_i(t_0, \phi_0, \lambda_0, h)$. Los tiempos de recorrido de las ondas desde el foco a cada estación deben deducirse de las curvas dromocronas, tablas o por el cálculo directo a partir de modelos conocidos de la distribución de la velocidad con la profundidad. Como la dependencia de t_i de los parámetros del foco no es lineal, la solución se busca a través de un desarrollo de Taylor en torno a unos valores iniciales aproximados (t_0^*, ϕ_0^*, λ_0^*, h^*). Si estos valores son suficientemente cercanos a los reales, los tiempos de llegada se pueden expresar como $t_i(t_0^* + \delta t, \phi_0^* + \delta\phi, \lambda_0^* + \delta\lambda, h^* + \delta h)$. El desarrollo, tomando sólo los términos de primer orden, resulta:

$$t_i = t_i^* + \delta t + \frac{\partial t_i}{\partial \phi}\delta\phi + \frac{\partial t_i}{\partial \lambda}\delta\lambda + \frac{\partial t_i}{\partial h}\delta h \quad ; \quad i = 1, N \qquad [11.1]$$

La diferencia $r_i = t_i - t_i^*$ son los residuos en cada estación correspondientes a la solución (t_0^*, ϕ_0^*, λ_0^*, h^*). Las incógnitas en el sistema de N ecuaciones, representado por la ecuación [11.1], son los cuatro incrementos (δt, $\delta\phi$, $\delta\lambda$, δh). Esta ecuación se puede expresar en forma matricial

$$r_i = A_{ij}\delta x_j \quad ; \quad i = 1, N \quad ; \quad j = 1, 4 \qquad [11.2]$$

donde A_{ij} es la matriz de derivadas parciales y δx_j los incrementos de los cuatro parámetros a determinar. La solución buscada es aquella que haga mínima la suma de los cuadrados de los residuos r_i. Los incrementos obtenidos se suman a los valores iniciales y se repite el proceso hasta que éstos sean muy pequeños. Se trata, por tanto, de un método iterativo, que converge hacia la solución de mínimo error. Para la resolución del sistema de ecuaciones [11.2] existen muchos métodos, desde el más simple de multiplicar por la traspuesta de $\boldsymbol{A}$ e invertir la matriz de cuatro por cuatro $\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{A}$:

$$\delta x = (\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{r} \qquad [11.3]$$

a otros más potentes, como los que utilizan la inversa generalizada de Lanczos y la partición de $\boldsymbol{A}$ en matrices de vectores y valores propios.

Entre los algoritmos y programas de cálculo que existen actualmente, se debe mencionar por su extendido uso los desarrollos por W. H. K. Lee y J. C. Lahr, en 1971, bajo el nombre genérico de HYPO, de los que existen varias versiones. Otro enfoque de este problema es el de la determinación conjunta de un grupo de hipocentros, propuesto por Douglas, en 1967, y desarrollados por J. W. Dewey, en 1971, que se conoce por las siglas JHD (Joint Hypocentral Determination).

11.2. Intensidad, magnitud y energía

La primera manera de describir el tamaño de un terremoto es por sus efectos, es decir, por los daños ocasionados en edificios y estructuras construidos por el hombre, o por sus consecuencias sobre el terreno. Sobre ambos tipos de observaciones se basa la determinación de la intensidad.

La intensidad de un terremoto en un punto determinado de la superficie de la Tierra es la fuerza con que se siente en dicho punto y se mide por sus efectos destructivos sobre edificios y el terreno. Este concepto no difiere, por tanto, del de intensidad de un campo cualquiera de fuerzas, aunque la forma de medirse sea indirecta. Esta medida destructiva de un terremoto resulta, por su propia forma de medirse,

bastante subjetiva. A lo largo de la historia han aparecido numerosas escalas de intensidad, en las que se define cada grado de intensidad por una serie de fenómenos, tales que exigen la evaluación de daños sobre distintos tipos de construcciones, y otros, como corrimientos de tierra, fracturas de terreno, etc., en los que no siempre es fácil seguir un criterio único.

Las escalas para medir el tamaño de un terremoto se desarrollaron de forma progresiva. Las primeras escalas propiamente dichas de la intensidad sentida en un punto se deben al trabajo de S. de Rossi y F. A. Forel, en Italia y Suiza, respectivamente, quienes proponen, en 1883, la escala Rossi-Forel dividida en diez grados (I al X). Una modificación de esta escala es la propuesta por G. Mercalli (1850-1914), en 1902, primero con diez grados y, después, a propuesta de Cancani, del I al XII. Esta escala sirve de base para las usadas en la actualidad. En América se utiliza la llamada escala de Mercalli Modificada (MM), propuesta por H. Wood y F. Newmann, en 1931, y, posteriormente, por C. F. Richter, en 1956. La adoptada para Europa, en 1967, está basada en los trabajos de Medvedev en la URSS, y recibe el nombre de escala MSK (Medvedev, Sponheuer y Karnik). Tiene también doce grados, siendo equivalente a la Mercalli Modificada. Una versión abreviada de esta escala viene dada en la tabla 11.1.

A pesar de que existen estudios teóricos para traducir los valores de la intensidad en algún parámetro del movimiento, tal como aceleración o desplazamiento que pueda ser medido con mayor precisión, no hay por el momento un único parámetro que la pueda sustituir. La aceleración máxima horizontal es quizá el parámetro que más se ha relacionado con la intensidad, y así lo propuso ya Omori, en 1898, y Cancani, en 1903. Sin embargo, la intensidad como medida del daño producido obedece no sólo a la aceleración del suelo, sino a la frecuencia de la vibración, duración, dirección, etc. Además, algunas veces los daños en las estructuras dependen más directamente de la velocidad o incluso del desplazamiento del suelo que de la aceleración.

A partir de los valores de intensidad determinados para puntos del área alrededor de un terremoto, se trazan las líneas separando áreas de igual intensidad, resultando así un mapa de intensidades o de isosistas. Como ejemplo, en la figura 11.1 se presentan las isosistas del terremoto del 25 de diciembre de 1884, con epicentro entre Granada y Málaga. Los mapas de isosistas, a pesar de su imprecisión, son muy importantes para establecer la extensión de la agitación del suelo en un terremoto. Aunque la intensidad se refiere a cada punto de la zona alrededor del terremoto, su valor máximo I_0 suele aproximarse como medida del tamaño de un terremoto.

La intensidad, por su propia definición, es una medida indirecta, en la que entran muchos factores y no da una idea precisa de la energía liberada por un terremoto. Un terremoto muy superficial, en cierto tipo de terreno, puede producir intensidades muy altas en una zona limitada y, en cambio, corresponder a una energía liberada bastante pequeña. Por estas razones para medir el tamaño de un terremoto es necesario cuantificar, de una forma instrumental, la energía liberada en su foco. Esta idea llevó a C. F. Richter, en 1932, a la creación de la escala de magnitudes. El concepto de magnitud de un terremoto se fundamenta en que la amplitud de las ondas sísmicas es una medida de la energía liberada en el foco. Utilizando datos de terremotos de California, Richter estableció la magnitud M con la fórmula:

$$M = \log A - \log A_0 \qquad [11.4]$$

TABLA 11.1. *Escala de intensidad sísmica MSK (abreviada).*

I.	Registrado sólo instrumentalmente.
II.	Perceptible sólo por pocas personas en pisos altos.
III.	Perceptible por algunos en edificios. Ligero balanceo de objetos colgados.
IV.	Sentido por todos en edificios y algunos en el exterior. Vibración de puertas y ventanas, balanceo de objetos colgados y movimientos de muebles.
V.	Sentido por todos dentro y fuera de edificios. Caída de objetos ligeros, golpear de puertas y ventanas. Ligeros daños en construcciones de tipo A.
VI.	Temor generalizado. Posible rotura de vajilla, caída de objetos, movimiento de muebles pesados. Daños moderados en construcciones de tipo A, ligeros en B. Grietas pequeñas en terrenos, deslizamientos y cambios de nivel en pozos.
VII.	Mayoría aterrorizada. Graves daños en construcciones tipo A, llegando a destrucción completa, moderados en B y ligeros en C. Deslizamientos de tierras, cambios de caudal en manantiales y pozos.
VIII.	Miedo y pánico general. Destrucción y algunos colapsos de construcciones tipo A, daños graves y alguna destrucción en B, moderados y algún grave en C. Derrumbamiento de muros, deslizamiento de laderas y barrancos, grietas grandes en terreno, cambios de caudal.
IX.	Pánico general. Colapso de construcciones tipo A, destrucción de B y daños graves y alguna destrucción de C. Doblamiento de raíles, rotura de carreteras. Numerosas grietas en terreno y desprendimiento de rocas y tierras. Licuefacción, extrusión de agua, arena y fango.
X.	Colapso de la mayoría de construcciones tipo A y algunas B, destrucción de muchas y colapso de algunas de C. Daños serios en presas y puentes, ondulación de raíles y pavimento. Grandes grietas en terreno con fuertes deslizamientos y formación de lagos.
XI.	Daños importantes en todas las construcciones, carreteras fuera de servicio y canalizaciones destruidas. Deformaciones considerables en el terreno con anchas grietas y muchos deslizamientos de tierras.
XII.	Todas las estructuras destruidas o gravemente dañadas. Cambios en la topografía, grandes grietas con importantes desplazamientos, desviación de ríos y formación de lagos.

Tipos de construcción

A. Muros de mampostería en seco o con barro, adobe y tapial.

B. Muros de ladrillos, bloques de mortero, mampostería con mortero, entramado de madera.

C. Estructura metálica o de hormigón armado.

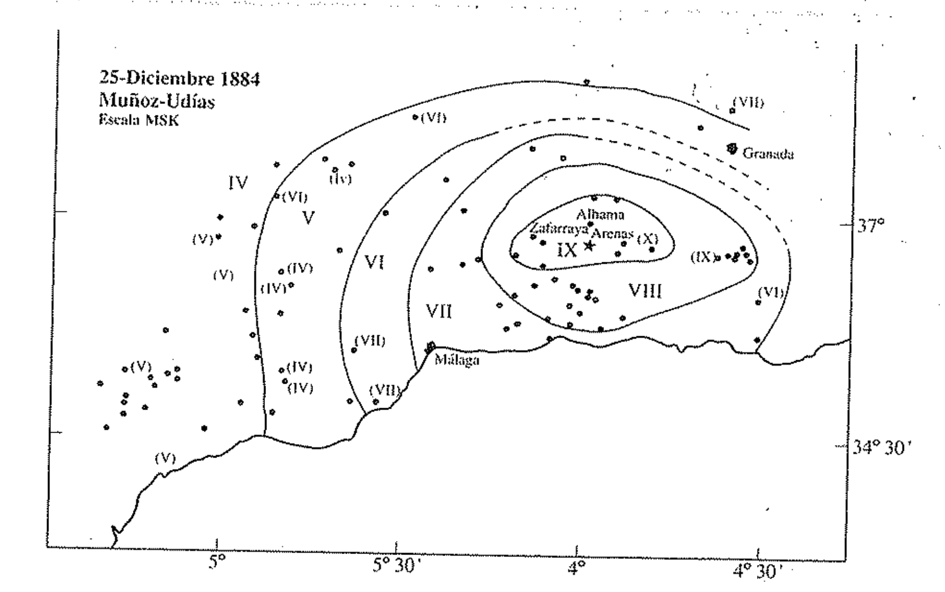


FIGURA 11.1 Mapa de isosistas del terremoto de Andalucía del 25 de diciembre de 1884 (según Muñoz y Udías).

donde A es la amplitud máxima registrada en una estación por un sismógrafo de torsión Wood-Anderson (amplificación 2.800 y periodo 0,85 s), y A_0 la amplitud correspondiente a la misma distancia de un terremoto tomado como patrón (terremoto de $M = 0$). La calibración de la escala se hizo tomando $M = 3$ para el terremoto que a 100 km de distancia se registra con $A = 1$ mm. Los valores de A_0 para diferentes distancias vienen dados en la tabla 11.2. Esta escala se denomina hoy escala de magnitud local.

TABLA 11.2. *Término de calibración de la magnitud de Richter.*

Δ (km)	$-\log A_0$	Δ (km)	$-\log A_0$
10	1,5	150	3,3
20	1,7	200	3,5
30	2,1	300	4,0
40	2,4	400	4,5
50	2,6	500	4,7
100	3,0	600	4,9

La definición de magnitud, originalmente referida a sismos locales, se extiende, a partir de los trabajos de Gutenberg y Richter en 1945, a terremotos registrados a grandes distancias, eliminándose también la limitación de referirse a amplitudes medidas con un sismógrafo de un tipo determinado. Aunque todavía no se haya llegado a un acuerdo absoluto sobre el modo de medirse la magnitud, generalmente se admiten dos escalas, una que utiliza amplitudes de ondas internas (m_b) y otra de ondas superficiales (M_s).

Para las ondas internas, la fórmula es:

$$m_b = \log \frac{A}{T} + \sigma(\Delta) \qquad [11.5]$$

Donde A es la amplitud reducida al movimiento del suelo en micras de la onda P o S, en la componente vertical de periodo corto; T, el periodo, y $\sigma(\Delta)$, una función de calibración que corrige por la atenuación de las ondas con la distancia (tabla 11.3).

TABLA 11.3. *Término de calibración de la magnitud* m_b *(*P_z*).*

Δ (grados)	σ	Δ (grados)	σ
20	6,00	50	6,85
25	6,45	60	6,90
30	6,65	70	6,95
35	6,70	80	6,90
40	6,70	90	7,00
45	6,80	100	7,40

Para las ondas superficiales, la fórmula más comúnmente utilizada es:

$$M_s = \log \frac{A}{T} + 1{,}66 \log \Delta + 3{,}3 \qquad [11.6]$$

Donde A es la amplitud en micras del movimiento del suelo de la onda superficial de mayor amplitud en la componente vertical de periodo largo; T, el periodo, que suele ser de veinte segundos, aproximadamente, y Δ, la distancia epicentral en grados.

La relación existente entre las magnitudes calculadas a partir de ondas internas y superficiales, obtenida de forma empírica, es:

$$m_b = 2{,}5 + 0{,}63\, M_s \qquad [11.7]$$

Para terremotos locales (registrados a distancias menores de 500 km), se sigue utilizando una escala de magnitud local que es prácticamente una extensión de la definición original de Richter, a ondas registradas por otro tipo de sismógrafos. Para estos terremotos también se ha establecido una escala de magnitud a partir de la duración de su registro. Una de las fórmulas, propuesta por Lee y Lahr, en 1972, para California, es:

$$M = 2 \log \tau - 0{,}87 + 0{,}0035\, \Delta \qquad [11.8]$$

donde τ es la duración del registro del terremoto en segundos y Δ la distancia epicentral en kilómetros.

Otra escala de magnitud propuesta por Kanamori en 1977 es la basada en el valor del momento sísmico (sección 11.4) y que se llama magnitud de momento sísmico:

$$M_W = \frac{2}{3} \log M_0 - 10{,}7 \qquad [11.9]$$

El momento sísmico M_0 se determina a partir del espectro de amplitudes para bajas frecuencias (sección 11.17). Esta escala de magnitud es válida para todo el rango de valores, mientras que las demás se saturan, es decir, no dan valores fiables a partir de un cierto valor. En especial esta escala da valores más precisos para magnitudes grandes, por encima de 8 que la escala de M_s.

La primera referencia a la energía producida por un terremoto se debe a Bassani, en 1895, en el estudio del terremoto de Florencia del mismo año. Más tarde, Reid, Galitzin y Navarro Neumann, entre 1911 y 1916 hicieron las primeras determinaciones de la energía liberada en terremotos grandes. Se ha mencionado ya que la magnitud está relacionada con la energía disipada en forma de ondas elásticas. Una relación empírica entre la magnitud (m_b y M_s) y la energía (ergios) fue establecida por Gutenberg y Richter, en 1956:

$$\log E = 5{,}8 + 2{,}4\, m_b \qquad [11.10]$$

$$\log E = 11{,}8 + 1{,}5\, M_s \qquad [11.11]$$

De acuerdo con estas relaciones, para un terremoto de magnitud 8 la energía es 10^{18} J (10^{25} erg). Para valorar esta energía se puede tener en cuenta que la energía disipada por una explosión nuclear de 10 kilotones (Bikini, 1946) es del orden de 10^{12} J (10^{19} erg), es decir, equivalente a un terremoto de magnitud 5,5.

En un terremoto, la energía total liberada E_T es la suma de la energía transmitida en forma de ondas elásticas E_s y la disipada en fenómenos no elásticos en el foco, principalmente en forma de calor E_R:

$$E_T = E_s + E_R \qquad [11.12]$$

El coeficiente de eficiencia sísmica η representa la fracción de la energía total, que se transforma en ondas elásticas:

$$E_s = \eta E_T$$

El valor de este coeficiente es poco conocido, por la dificultad de medir con exactitud la energía total disipada en un terremoto. En el caso de una explosión nuclear, en la que ésta es conocida, el valor de η depende de las condiciones del medio y varía mucho de unos casos a otros.

11.3. Mecanismo de los terremotos

R. Mallet fue uno de los primeros en proponer que los terremotos se producen en un foco puntual a partir del cual se propagan las ondas sísmicas. Sus estudios sobre el terremoto de Nápoles, de 1857, y los de R. D. Oldham sobre el de Assan (India), de 1897, contribuyeron decisivamente a mostrar su relación con las fracturas del terreno. Sin embargo, fue E. Suess, hacia 1875, quien propuso que los terremotos están producidos por el movimiento relativo de los bloques de una falla que resbalan uno con respecto a otro, estableciendo claramente la relación entre fenómenos sísmicos y orogénicos.

El primer modelo mecánico de origen de los terremotos fue propuesto, en 1911, por E. Reid con la teoría del rebote elástico, después de estudiar la fractura de más de 300 km producida por el terremoto de San Francisco, en 1906. Según esta teoría, las deformaciones elásticas se van acumulando en una región, hasta que se supera la resistencia del material, y se produce una fractura con movimiento relativo de sus dos partes, con la relajación de las deformaciones acumuladas (Fig. 11.2). La energía elástica se almacena de forma lenta, en procesos que pueden durar del orden de decenas o centenas de años, relajándose súbitamente en un terremoto que sólo dura algunas decenas de segundos. Las primeras aplicaciones al mecanismo de los terremotos de la teoría de dislocaciones elásticas, desarrollada inicialmente por V. Volterra, en 1907, e incluida en la obra de Love, en 1920, se deben, entre otros, a los trabajos pioneros de H. Nakano, en 1932, y los publicados, a partir de 1950, por V. I. Keylis Borok, A. V. Vvedenskaya, H. Honda e I. A. Steketee.

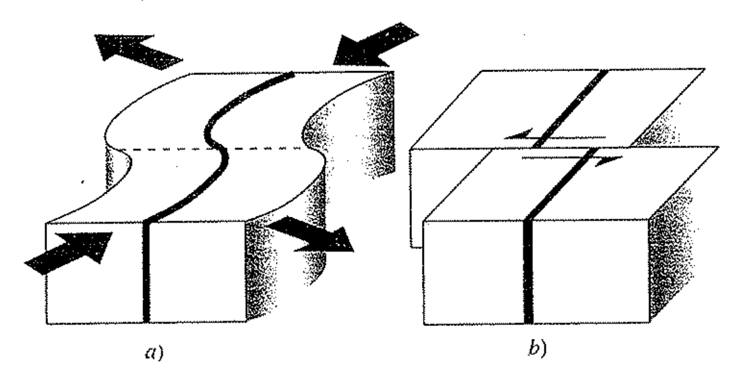


FIGURA 11.2. Teoría del rebote elástico de Reid: *a*) situación deformada anterior al terremoto; *b*) situación después del terremoto.

11.3.1. *Parámetros de una falla*

Un terremoto de origen tectónico puede considerarse producido por la ruptura de una parte de la corteza. Esto es lo que en Geología se conoce como una falla, es decir, una fractura del material con un corrimiento relativo de sus dos partes.

Si consideramos el movimiento de una falla, los parámetros que definen su orien-

tación, dimensiones y la dirección y magnitud de su deslizamiento se describen a continuación (Fig. 11.3).

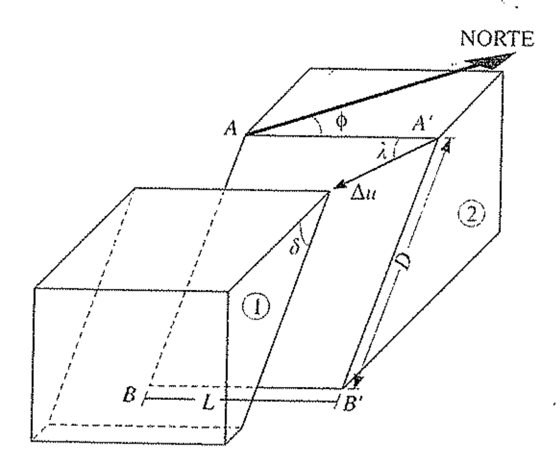


FIGURA 11.3. Parámetros que definen el movimiento de una falla.

La línea AA', intersección del plano de falla ($AA'BB'$) con el plano horizontal, es la *traza de la falla*. El *acimut* ϕ es el ángulo que forma la traza de la falla con el Norte geográfico ($0° \leq \phi \leq 360°$). El *buzamiento* δ es el ángulo entre el plano de falla y el plano horizontal ($0° \leq \delta \leq 90°$). El *ángulo de deslizamiento* λ se mide desde la horizontal a la dirección de Δu sobre el plano de falla ($-180° \leq \lambda \leq 180°$); los valores positivos corresponden a fallas inversas y los negativos a fallas normales. Las dimensiones del plano de falla son su longitud L y su anchura D; su área, suponiendo forma rectangular es $S = LD$. El desplazamiento, *deslizamiento o dislocación* del bloque (1) con respecto al bloque (2) es Δu.

Por tanto, los parámetros que definen el movimiento de una falla son:

L: longitud de la falla;
D: anchura de la falla;
ϕ: acimut de la traza *(strike)*;
δ: buzamiento del plano *(dip)*;
λ: ángulo de desplazamiento *(slip angle)*;
Δu: deslizamiento o dislocación *(slip)*.

De acuerdo con los valores que tomen los ángulos δ y λ, tenemos diversos tipos de fallas, por ejemplo:

$\delta = 90°$; $\lambda = 0°$ falla de desgarre — movimiento horizontal;
$\delta = 90°$; $\lambda = 90°$ falla de gravedad — movimiento vertical;
$\delta = 45°$; $\lambda = 90°$ falla normal — movimiento vertical;
$\delta = 135°$; $\lambda = 90°$ falla inversa — movimiento vertical.

Las fallas normales ($-180° \leq \lambda \leq 0°$) o inversas ($0° \leq \lambda \leq 180°$) pueden tener un componente más o menos grande de movimiento horizontal.

11.4. Tensor momento sísmico y parámetros de fractura

El mecanismo de los terremotos corresponde al de una fractura, producida por la acumulación de esfuerzos actuando sobre una región de la corteza terrestre. Una formulación muy adecuada a este problema es la que hace uso del tensor del momento sísmico M_{ij}, introducido por F. Gilbert, en 1970, y G. Backus y M. Mulcany, en 1976. Este tensor está relacionado con la situación de esfuerzos en la región focal. Consideremos un volumen de material litosférico V, sujeto a esfuerzos τ^{I}_{ij}. En un momento dado $t = 0$, se produce en el interior de dicho volumen una fractura de área S y de desplazamiento relativo Δu. En general, $\Delta u(x_i, t)$ variará en magnitud sobre la superficie de la fractura y a lo largo del tiempo desde su comienzo, en un punto determinado, hasta su final en los bordes de la fractura. Después de producida la fractura, los esfuerzos que actúan se habrá reducido a τ^{II}_{ij}.

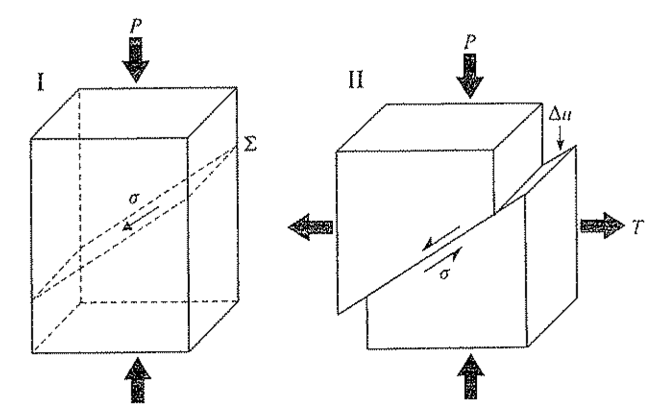


FIGURA 11.4. Esfuerzos y desplazamiento en una falla antes (I) y después (II) del terremoto.

La caída de esfuerzos que ha producido la fractura será:

$$T_{ij} = \tau^{I}_{ij} - \tau^{II}_{ij} \qquad [11.13]$$

Si τ^{II}_{ij} es cero, la caída de esfuerzos es total. En una fractura de cizalla todo el desplazamiento Δu está contenido en el plano de fractura. El componente de los esfuerzos en el mismo plano (esfuerzo de cizalla) se suele representar por σ (Fig. 11.4).

El tensor momento sísmico por uniad de volumen se denomina tensor densidad de momento m_{ij}. Este tensor representa el esfuerzo en exceso del elástico, o esfuerzo inelástico, que está relacionado solamente con las deformaciones inelásticas e^{T}_{ij} confinadas a la región focal

$$m_{ij} = C_{ijkl} e^{T}_{kl}$$

El momento sísmico total M_{ij} viene dado por la integral de m_{ij} sobre el volumen de la región focal V_0(m_{ij} es cero fuera de esta región):

$$M_{ij} = \int_{V_0} m_{ij} dv \qquad [11.14]$$

Este tensor es distinto de la caída total de esfuerzos, diferencia entre el estado inicial y final de esfuerzos, en la que se encuentra incluido también el cambio operado en los esfuerzos elásticos.

En general, el tensor del momento sísmico es simétrico, tiene seis componentes distintos y puede representar, con gran generalidad, los procesos del foco de un terremoto. Sus vectores propios $\boldsymbol{v}^1, \boldsymbol{v}^2, \boldsymbol{v}^3$ son ortogonales y representan la dirección de los ejes principales de los esfuerzos y los valores propios $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, la magnitud de los esfuerzos principales, expresados de forma que $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. De esta forma σ_1 corresponde a las presiones y σ_3 a las tensiones. En el caso particular de una explosión $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$, y cualquier dirección corresponde con los esfuerzos principales.

Un caso muy importante en la representación de fuentes sísmicas es el de una fractura o dislocación de cizalla (todo el movimiento se produce a lo largo del plano de fractura). En este caso si n_i es la normal al plano de fractura y l_i la dirección en la que se produce el desplazamiento o dislocación, $\Delta u_i = \Delta u l_i$, se puede escribir el tensor del momento sísmico en la forma:

$$M_{ij} = \mu \int_S \Delta u(l_i n_j + l_j n_i) ds \qquad [11.15]$$

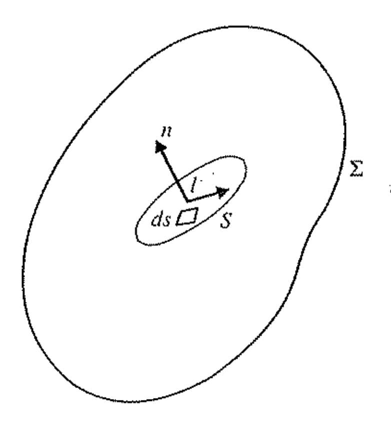


FIGURA 11.5. Fractura de cizalla en el interior de un medio elástico.

Para el caso en que Δu, l_i y n_i son constantes en toda la fractura S:

$$M_{ij} = M_0(l_i n_j + l_j n_i) \qquad [11.16]$$

Donde M_0 es el momento sísmico escalar definido en la forma:

$$M_0 = \mu \Delta \bar{u} \, S \qquad [11.17]$$

y $\Delta \bar{u}$ el valor medio de la dislocación. Este parámetro, introducido por K. Aki, en 1966, es muy importante en el estudio del tamaño de un terremoto, y representa el producto del desplazamiento relativo de la fractura por su área y el coeficiente de rigidez del medio en que se ha producido. Las unidades de M_0 son Nm (SI) y dyn cm (cgs). Un terremoto de $M = 6$, tiene un momento de 10^{18} Nm.

La diferencia de los esfuerzos de cizalla, antes y después de producirse la fractura, define el escalar caída de esfuerzos $\Delta\sigma$ (Fig. 11.4)

$$\Delta\sigma = \sigma^{I} - \sigma^{II} \qquad [11.18]$$

y su valor medio, el escalar esfuerzo medio $\bar{\sigma}$:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2}(\sigma^{I} + \sigma^{II}) \qquad [11.19]$$

Las unidades empleadas para $\Delta\sigma$ y $\bar{\sigma}$ son Pa (SI) y dyn/cm^2 (cgs), siendo valores típicos 1 – 10 MPa.

La energía E_s se puede relacionar con el esfuerzo medio en la forma:

$$E_s = \eta\bar{\sigma} S \, \Delta u \qquad [11.20]$$

y sustituyendo por M_0, de la ecuación [11.17] se obtiene la relación:

$$\eta\bar{\sigma} = \mu \frac{E_s}{M_0} \qquad [11.21]$$

Esta ecuación relaciona $\eta\bar{\sigma}$, el esfuerzo medio aparente, con la energía y el momento sísmico. Este parámetro está relacionado con la resistencia del material en el que se produce la fractura. En medios o zonas de corteza débil, como pueden ser las zonas de cordilleras oceánicas, se producen valores bajos de $\eta\bar{\sigma}$ y en medios muy resistentes, como el interior de placas, valores altos.

11.5. Desplazamientos producidos por una fuente puntual

En muchos estudios del mecanismo de los terremotos resulta suficiente la aproximación que reduce el foco a un punto, o lo que es equivalente, el plano de fractura a una dislocación infinitesimal, y que considera solamente el efecto del campo lejano. Esta aproximación es válida para observaciones de ondas sísmicas de longitud de onda y a distancias, ambas suficientemente grandes en comparación con las dimensiones del foco. La determinación del campo de desplazamientos elásticos queda de esta forma muy simplificada.

El primer paso en la solución de este problema es el cálculo del campo de desplazamientos elásticos $u_i(x_j, t)$, en un medio infinito y homogéneo, producido por una fuerza unitaria impulsiva $f_i = \delta(x_i)\delta(t)\delta_{in}$, actuando en el origen de coordenadas en la dirección de n. La solución de este problema se conoce como la función de Green para un medio de estas características. Esta función es un tensor de segundo orden, ya que depende de la dirección de la fuerza. Si la fuerza está en la dirección de n, entonces $u_i(x_j, t) = G_{in}(x_j, t)$. Esta función puede calcularse para cualquier medio. A partir de ella se pueden determinar los desplazamientos debidos a una variedad de fuentes, de acuerdo con las teorías de representación desarrolladas por A. T. de Hoop en 1958 y R. Burridge y L. Knopoff en 1964.

Para una fuente sísmica puntual, definida por el tensor momento sísmico M_{ij}, el campo de desplazamiento viene dado por la convolución de éste con la derivada de la función de Green:

$$u_k(x_n, t) = \int_{-\infty}^{\infty} M_{ij}(x_n, \tau)\,\frac{\partial G_{ki}(x_n, t-\tau)}{\partial x_j}\,d\tau \qquad [11.22]$$

Para el caso de una fractura de cizalla sobre un plano S de normal n_i, y desplazamiento Δu en la dirección de l_i, el tensor M_{ij} viene dado por la ecuación [11.16]. Para una fuente puntual, los desplazamientos son equivalentes a los producidos por dos pares de fuerzas en las direcciones de n_i y l_i, sin momento resultante. El sistema es también equivalente a fuerzas de presión P y tensión T, en el plano que contiene a n_i y l_i y a 45° de estas direcciones.

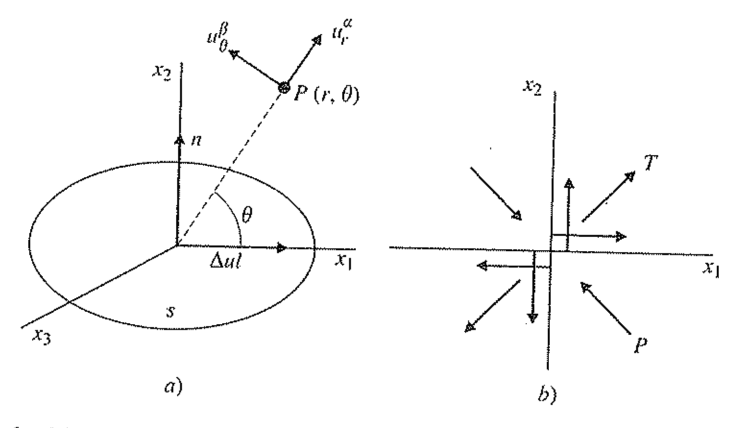


FIGURA 11.6. Modelos de mecanismo del foco: *a*) fractura de cizalla; *b*) fuerzas equivalentes; doble par de fuerzas sin momento resultante.

En el caso particular de una fractura en el plano (x_1, x_3), con desplazamientos en la dirección de x_1, n_i es (0, 1, 0) y l_i(1, 0, 0) (Fig. 11.6*a*). La situación es equivalente a dos pares de fuerzas en las direcciones de x_1 y x_2, y de presión y tensión en el plano (x_1, x_2) y a 45° de los ejes x_1 y x_2 (Fig. 11.6*b*). En el plano (x_1, x_2), tomando coordenadas polares, los desplazamientos de la onda P, en un punto $P(r, \theta)$, tienen sólo componente radial u_r^α y los de la S transversal u_θ^β:

$$u_r^\alpha = \frac{M_0}{4\pi\rho\alpha^3 r}\,\text{sen}\,2\theta \qquad [11.23]$$

$$u_\theta^\beta = \frac{M_0}{4\pi\rho\beta^3 r}\cos 2\theta \qquad [11.24]$$

M_0 es el momento sísmico definido anteriormente. Si se representan los valores de u_r^α y u_θ^β normalizados en función de θ, se obtienen los diagramas de la figura 11.7, conocidos como patrones de radiación de las ondas P y S.

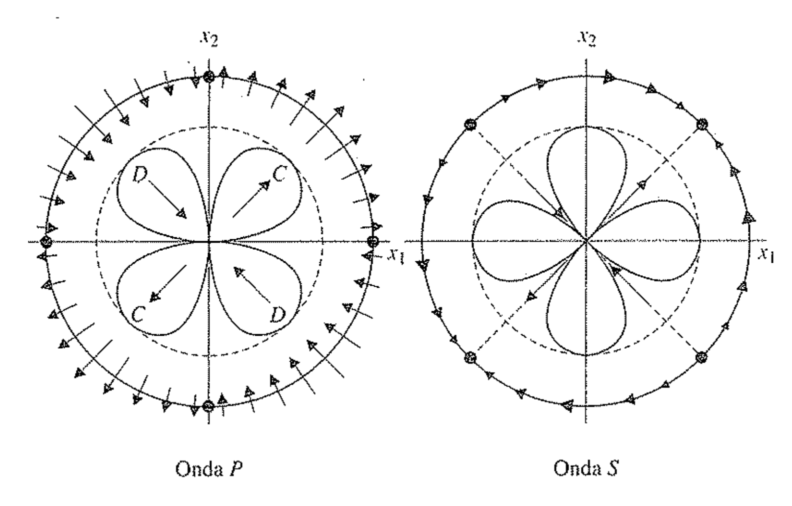


FIGURA 11.7. Patrón de radiación en el plano (X_1, X_2) para las ondas P y S de una fractura de cizalla en el plano (X_1, X_3) y desplazamiento en la dirección de x_1.

Los desplazamientos de la onda P están separados en cuatro cuadrantes, alternantes en dirección hacia el foco y hacia afuera, que corresponden, respectivamente, a dilataciones y compresiones en los puntos de observación con la amplitud máxima, para $\theta = \pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$. En el caso de la onda S, los desplazamientos tienen amplitudes máximas para $\theta = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$, es decir, donde la onda P es nula y los planos nodales están a 45° de los de la onda P. En cada cuadrante, la dirección de la onda S cambia de sentido, y converge hacia el eje de tensión.

Es importante mencionar que, dado que la ecuación [11.16] es simétrica con respecto a n_i y l_i, éstos se pueden intercambiar con el mismo resultado para u_i. Por esta razón, el patrón de radiación de la figura 11.7 corresponde tanto a una fractura en el plano (x_1, x_3) con desplazamiento en la dirección de x_1, como a una en el plano (x_2, x_3) con desplazamientos en la de x_2. En consecuencia, cualquiera de los dos planos noda-

les de la onda P puede corresponder al plano de falla. Esta ambigüedad no se extiende a los ejes P y T, que tienen en ambos casos la misma dirección.

11.6. Determinación de la orientación del plano de falla

Uno de los métodos más extendidos y de más fácil aplicación para la determinación de la orientación del mecanismo de un terremoto, es decir, la orientación del plano de falla, es el que utiliza como datos de observación el sentido del primer impulso de la onda P. Como ya se ha visto, la distribución de los desplazamientos de las ondas P, producidos por una fractura de cizalla y un modelo puntual (Fig. 11.7), es de cuatro cuadrantes de sentido alternante, y sus dos planos nodales ortogonales coinciden con los dos posibles planos de falla.

El método desarrollado por P. Byerly, en 1926, consiste en observar en muchos puntos de la superficie terrestre la dirección del primer impulso de la onda P (compresión o dilatación). Para corregir el efecto de la inhomogeneidad en la propagación del rayo sísmico, Byerly utilizó el concepto de «distancias extendidas». Más generalizado es el uso de la esfera focal, introducido por H. Honda, L. P. G. Koning y R. A. Ritsema hacia 1940. Los puntos de observación se proyectan sobre la superficie de una esfera de radio unidad con centro en el foco a la estación (Fig. 11.8). Los puntos proyectados sobre la esfera tienen coordenadas ϕ, acimut medido desde el Norte, e i, ángulo de salida del rayo medido desde la vertical.

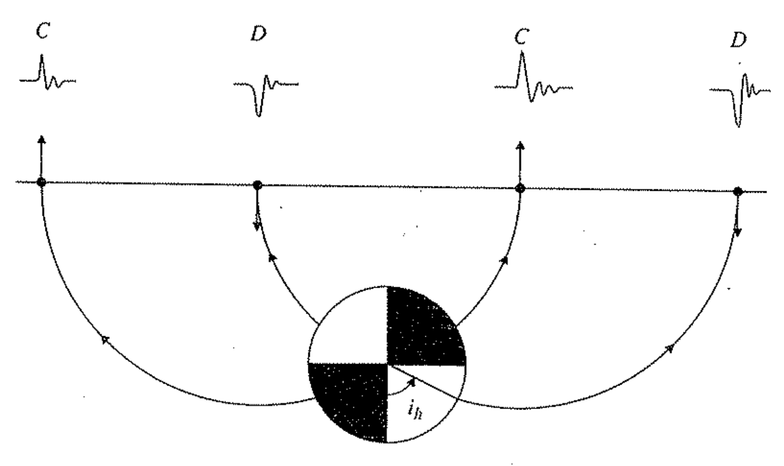


FIGURA 11.8. Esquema de la esfera local y los rayos que llegan a la superficie con su movimiento correspondiente (compresión o dilatación).

Los valores de i dependen de la distancia epicentral, de la profundidad del foco y de la distribución de velocidad en el medio por el que viajan las ondas. Para distancias grandes ($\Delta > 10°$) la curva (Δ, i) se puede deducir fácilmente de la curva dromocrona (t, Δ) de acuerdo con la expresión:

$$\operatorname{sen} i = \frac{v_F}{r_F}\frac{dt}{d\Delta} \qquad [11.25]$$

donde v_F y r_F son la velocidad y el radio terrestre correspondiente al foco. Para distancias cortas, el valor i depende de la estructura de la corteza en cada región y la profundidad del foco.

Una vez determinados los valores de (ϕ, i) para cada observación, éstos se sitúan sobre una proyección de la esfera focal. Las más usadas son las estereográficas como la de Wulff y la de Schmidt o de igual área. En estas proyecciones, el acimut se conserva y el ángulo i se representa por la distancia b desde el centro de la proyección (Fig. 11.9). Esta distancia depende del tipo de proyección utilizada; para la de Wulff es $b = \operatorname{tg} i/2$, y para la de igual área, $b = \operatorname{sen} i/2$.

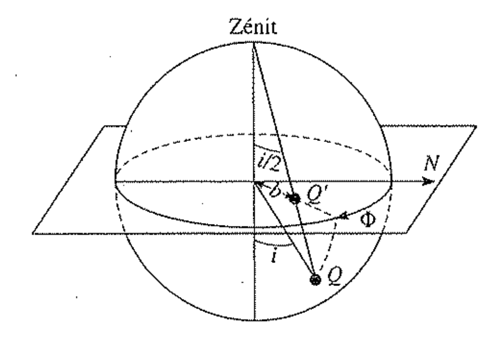


FIGURA 11.9. Proyección estereográfica de la esfera focal sobre un plano.

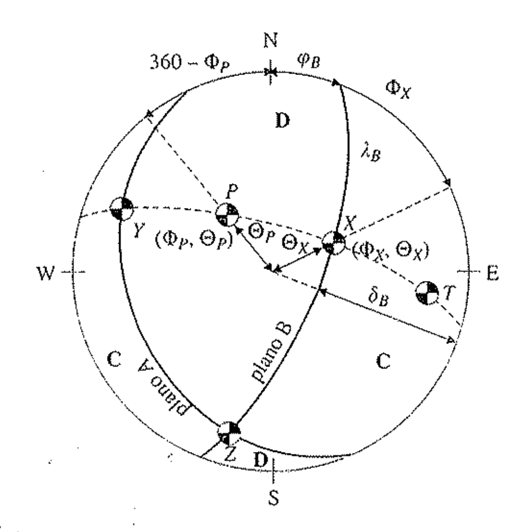


FIGURA 11.10. Representación de los parámetros del mecanismo focal, planos A y B y ejes X, Y, Z, P y T sobre una proyección de igual área. Las letras C y D identifican los cuadrantes de compresiones y dilataciones.

Situadas todas las observaciones sobre la proyección, se separan las regiones de compresiones y de dilataciones en cuatro cuadrantes por dos planos ortogonales, *A* y *B*. En la proyección, la ortogonalidad se logra haciendo pasar el segundo plano por el polo del primero (*X* es el polo del plano *A*, Fig. 11.10).

La orientación de estos planos viene dada por los ángulos ϕ, δ y λ. Los polos o normales a los planos forman los ejes *X* (normal a *A*) e *Y* (normal a *B*). Si *A* es el plano de falla, *X* es su normal e *Y* la dirección del desplazamiento. En el modelo equivalente del doble par de fuerzas, éstas están orientadas según los ejes *X* e *Y*.

Los ejes *T* y *P* están a 45° de los planos y pueden determinarse fácilmente en la proyección, pasando un círculo máximo por *X* e *Y*, y midiendo 45° entre ellos, situando el eje *T* en el cuadrante de compresiones y el *P* en el de dilataciones. El eje *Z* es el de intersección de los dos planos. Cada eje viene definido por dos ángulos, Φ acimut medido desde el Norte, y Θ medido desde la vertical. El ángulo Θ se mide en la proyección por la distancia del centro al eje. La orientación del mecanismo puede darse, por tanto, en términos de los ejes de esfuerzos principales *P*, *T* y *Z*, o de los pares de fuerzas *X*, *Y*, *Z*, o la orientación de los planos nodales *A* y *B*. El método resuelve, sin ambigüedad, la orientación de los ejes de los esfuerzos, es decir, la orientación de los vectores propios del tensor del movimiento sísmico, pero queda sin resolver cuál de los dos posibles planos de falla es en el que se ha producido la fractura.

Resumiendo, la determinación se realiza en los siguientes pasos:

a) Observación de las direcciones (compresión o dilatación) del primer impulso de onda *P* en muchas estaciones alrededor del epicentro.

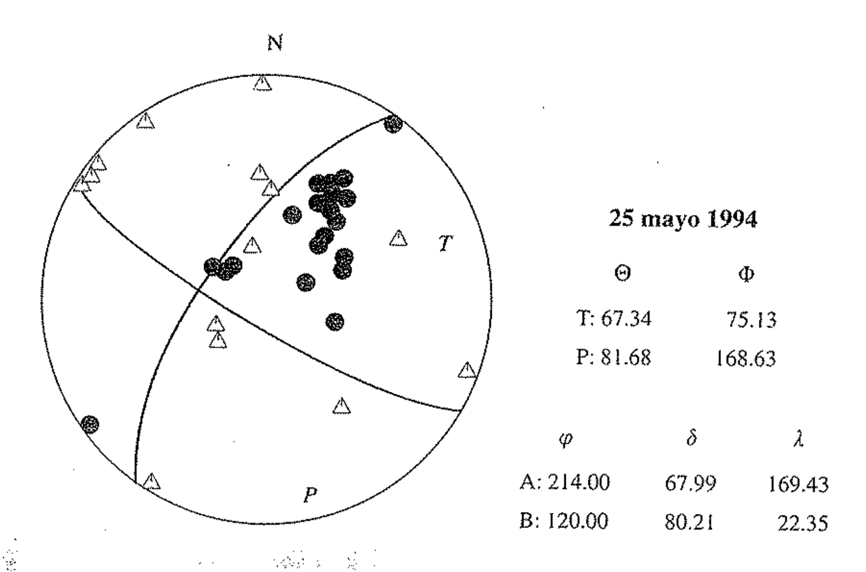


FIGURA 11.11. Solución del mecanismo focal del terremoto de Alhucemas, Norte de África del 26 de mayo de 1994 (círculos negros: compresiones; triángulos blancos: dilataciones) (E. Buforn).

b) Calcular la distancia Δ y acimut α del epicentro a cada estación, y pasar de la distancia Δ al ángulo *i* de salida del rayo en el foco.

c) Situar las compresiones y dilataciones para cada punto (α, *i*) sobre la proyección estereográfica de la esfera focal. Generalmente se proyecta el hemisferio inferior.

d) Separar las compresiones y dilataciones por dos planos ortogonales, y determinar los ángulos ϕ, δ, λ de cada plano y los Φ y Θ de los ejes *XYZ* y *PTZ*.

Un ejemplo de la solución de un mecanismo que corresponde a una falla de desgarre está representado en la figura 11.11. La correspondencia entre las soluciones de mecanismo representadas por la proyección del hemisferio inferior de la esfera focal y los cuatro tipos principales de fallas viene dada en la figura 11.12.

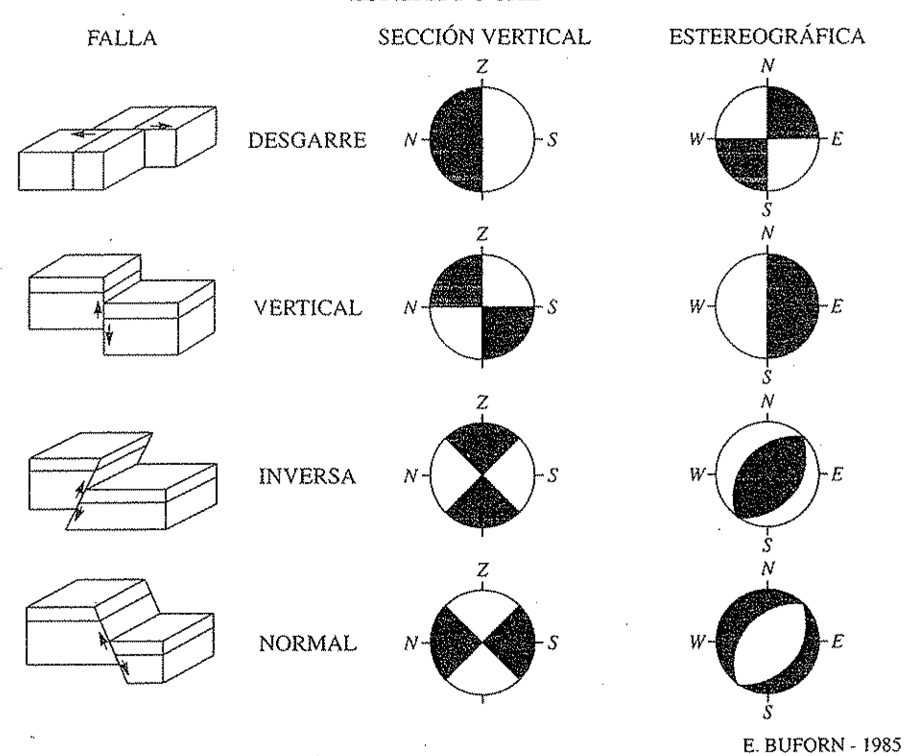


FIGURA 11.12. Correspondencia entre el movimiento de los cuatro tipos de fallas y su representación en la esfera focal (sección vertical y proyección estereográfica del hemisferio inferior).

11.7. Determinación del momento y dimensiones del foco

Entre los primeros intentos de considerar las dimensiones del foco sísmico están los trabajos de Jeffreys, en 1931, y Nishimura, en 1937, utilizando distribuciones de

fuerzas sobre la superficie de una cavidad esférica. En 1961, A. Ben-Menahen presentó un método para obtener la longitud de la falla a partir del espectro de las ondas sísmicas, iniciando el estudio de las dimensiones del foco. Este método se basa en la radiación de ondas por una falla rectangular de velocidad de fractura constante. Otros trabajos importantes en esta línea son los de H. Haskell, en 1964-1966, para distintos tipos de fallas rectangulares, y los de J. Brune, en 1970, para fallas circulares, con caída instantánea de esfuerzos.

De los parámetros que definen un foco sísmico de dimensiones finitas, los de más fácil obtención son el momento sísmico escalar M_0 y la longitud de la falla L. El método más sencillo es el que se basa en las características del espectro de amplitudes, o módulo de la transformada de Fourier, de los registros de las ondas sísmicas generadas por el terremoto. Para un modelo de mecanismo, consistente en una falla de longitud L, en la que la fractura se produce de forma unilateral con velocidad v y con desplazamiento $\Delta u H(t)$, donde $H(t)$ es la función escalón o de Heaviside, el módulo del espectro de amplitudes de la onda S, registradas a distancia r, en un medio homogéneo viene dado por:

$$|u(\omega, r)| = M_0 \frac{\text{sen } X}{X} \frac{R(i, \phi)}{4\pi\beta^3 r\omega} \exp\left(-\frac{\omega r}{2\beta Q}\right) \qquad [11.26]$$

donde:

$$X = \frac{\omega L}{2\beta}\left(\cos\phi - \frac{\beta}{v}\right) \qquad [11.27]$$

El ángulo i está medido desde la vertical, ϕ desde la traza de la falla, y $R(i, \phi)$ es el patrón de radiación normalizado. El factor sen X/X representa el efecto de las dimensiones de la falla. Este factor tiende al valor unidad cuando la frecuencia tiende a cero. El factor ω^{-1} proviene de la transformada de $H(t)$ y el exponencial en el que aparece el factor Q representa la atenuación anelástica de la amplitud (Sección 9.4). El espectro resultante se puede dividir en dos partes, una, para frecuencias bajas, en la que es plano y proporcional a M_0, y una segunda, a partir de cierta frecuencia ω_c, llamada frecuencia de esquina, en que disminuye con la frecuencia. La forma de esta disminución fue establecida por Aki, en 1967, como ω^{-2}. Más tarde, J. Savage, en 1972, mostró que para modelos de dislocación de cizalla, el espectro tiene en realidad tres partes, que dependen de la frecuencia como ω^0, ω^{-1}, ω^{-2}, para frecuencias bajas, intermedias y altas.

La determinación del momento sísmico M_0 se realiza, por tanto, a partir del valor del espectro en frecuencias bajas (parte plana del espectro), corregido por la pérdida de energía con la distancia y la distribución de la radiación debido a la orientación de la fractura. La determinación de las dimensiones del plano de la falla depende del modelo utilizado. Los dos modelos más utilizados son los ya mencionados de Brune de una fractura circular de radio r, y el de Haskell de una falla rectangular de longitud L y anchura D. En ambos casos r y L se pueden determinar a partir de la frecuencia de esquina ω_c. Para la onda S las ecuaciones resultantes son:

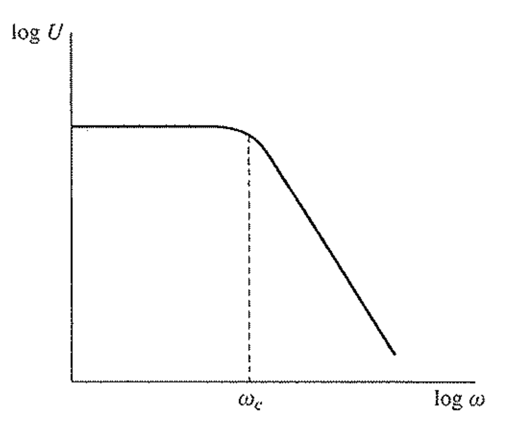


FIGURA 11.13. Espectro generalizado de ondas sísmicas mostrando la parte plana y la frecuencia de esquina (ω_c).

$$r = \frac{2{,}34\beta}{\omega_c} \qquad [11.28]$$

$$\sqrt{LD} = \frac{3{,}83\beta}{\omega_c} \qquad [11.29]$$

Conocidos los valores de M_0 y L o r, se pueden estimar los valores de la caída de esfuerzos $\Delta\sigma$ y de la dislocación Δu. Esta última se deduce de la definición de M_0 [11.17], calculándose el área S a partir de r o L. En el caso de la falla rectangular, su anchura D debe suponerse como una cierta fracción de L. La expresión para Δu es:

$$\Delta u = \frac{M_0}{\mu S} \qquad [11.30]$$

De una manera sencilla se puede relacionar la caída de esfuerzos $\Delta\sigma$ con el desplazamiento máximo de la falla Δu_m y su anchura D:

$$\Delta\sigma = \mu\frac{\partial u}{\partial x} = \mu c\frac{\Delta u_m}{D} \qquad [11.31]$$

En función del momento sísmico:

$$\Delta\sigma = c\frac{M_0}{S^{3/2}} \qquad [11.32]$$

donde c es una constante con valor entre 2,4 y 5, que depende de la geometría de la falla.

FIGURA 11.14. Relación logaritmo momento sísmico-magnitud mostrando las líneas de igual esfuerzo medio aparente ($\bar{\sigma}_a$). Datos de terremotos de la zona de Azores-Gibraltar (según Buforn y Udías).

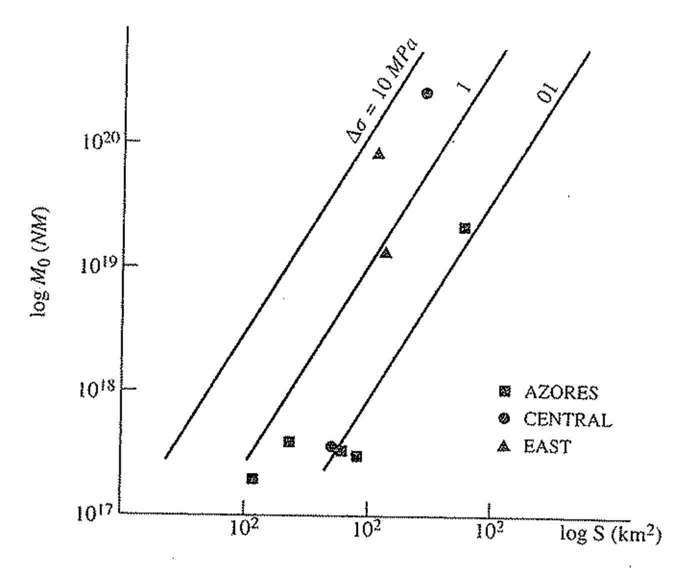


FIGURA 11.15. Relación logaritmo momento sísmico-logaritmo del área de fractura mostrando las líneas de igual caída de esfuerzos ($\Delta\sigma$). Datos de terremotos de la zona de Azores-Gibraltar (según Buforn y Udías).

Dos relaciones importantes en las que aparecen la caída de esfuerzos $\Delta\sigma$ y el esfuerzo medio aparente $\eta\bar{\sigma}$ se pueden deducir de las ecuaciones [11.21] y [11.32]. Estas son las del logaritmo del momento con la magnitud y con el logaritmo del área de la falla. En la primera, las líneas de igual esfuerzo medio son rectas de pendiente tres medios y en la segunda las de igual caída de esfuerzos son rectas con la misma pendiente (véase Fig. 11.13). H. Kanamori ha llamado la atención sobre el hecho de que las observaciones muestran que tanto la caída de esfuerzos como el esfuerzo medio son constantes con la magnitud para todos los terremotos con valores entre 1 y 10 MPa, aunque existen algunos indicios de que estos parámetros dependen del material y tipo de fractura. La falta de precisión en su determinación hace difícil el esclarecimiento de esta cuestión. Por un lado, la determinación de la energía sísmica a partir de la magnitud no está exenta de ambigüedades, lo que afecta el cálculo de $\eta\bar{\sigma}$, y, por otro lado, en el de $\Delta\sigma$ interviene el cubo de las dimensiones, lo que multiplica el efecto de los errores. Hasta el presente, sólo hay ciertas pruebas de que los terremotos intraplacas tienen caídas de esfuerzos y esfuerzos medios más altos que los interplacas, y lo mismo parece suceder con los terremotos profundos en relación con los superficiales.

11.8. Dinámica y complejidad de la fuente sísmica

La representación que hemos visto anteriormente del mecanismo del foco de los terremotos, o con otras palabras de la fuente sísmica, se ha hecho en función del desplazamiento Δu de la fractura. A esta representación se le llama modelo cinemático de la fuente ya que no explica qué fuerzas dan origen a este desplazamiento. Un paso más en el conocimiento de la fuente sísmica lo constituyen los modelos dinámicos en los que el desplazamiento de la fractura Δu se deduce del estado de esfuerzos y la resistencia del material en la región focal. El uso de modelos dinámicos en el estudio de la fuente sísmica fue propuesto por Kostrov en 1966, al que siguieron otros autores como Madariaga (1983). Desde el punto de vista dinámico, el foco de un terremoto se representa por el desplazamiento Δu en una fractura de cizalla que se inicia en un punto dado, se propaga con una cierta velocidad y finalmente se detiene producida por una caída de esfuerzos $\Delta\sigma$ en su superficie. En el interior de la fractura, los esfuerzos caen de su valor inicial σ_0 previo al inicio de la fractura a un valor residual σ_f que depende de la fricción, produciendo el desplazamiento Δu. La fractura se produce, por lo tanto, por la caída de esfuerzos desde su valor inicial al final $\Delta\sigma = \sigma_0 - \sigma_f$ que es el responsable del deslizamiento relativo Δu de los dos bloques.

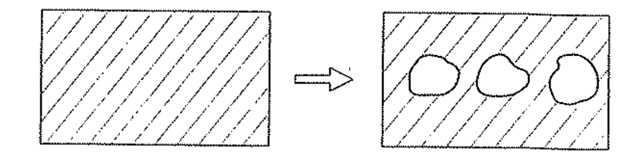
Los modelos dinámicos más sencillos son fracturas homogéneas en las que el desplazamiento comienza en un punto de su interior y se detiene en los bordes, siendo producido éste por una caída de los esfuerzos especificada que supera la resistencia del material. Un modelo dinámico completo de fractura debe incluir todo el fenómeno, es decir, su iniciación o nucleación, su propagación y finalmente su detención, solamente, en función de las condiciones de los esfuerzos y las propiedades mecánicas del material. Los dos factores determinantes son, por lo tanto, los esfuerzos tectónicos que finalmente se relacionan con el movimiento relativo de las placas litosféri-

cas y las propiedades de las rocas en la zona de la falla, sobre todo la fricción entre sus dos bloques.

Las condiciones homogéneas de fractura que hemos considerado hasta aquí no son realistas. Las observaciones en el terreno muestran que las fallas cruzan rocas de muy diversas características y su superficie cambia de orientación. Todo indica que el proceso de ruptura es muy heterogéneo y complejo. Para explicar esta complejidad se han propuesto dos modelos conocidos con los nombres de modelos de barreras y asperezas (Fig. 11.16). El primero, propuesto por S. Das y K. Aki en 1977, supone que la ruptura tiene lugar bajo condiciones uniformes de esfuerzos, pero en la superficie de la falla se dan regiones de distinta resistencia. Las regiones de alta resistencia forman barreras que impiden la propagación de la fractura. Éstas pueden finalmente romperse si son débiles o permanecer intactas si son fuertes y continuar la ruptura detrás de ellas. Un terremoto grande está formado por una serie de rupturas separadas por barreras que permanecen sin romperse. Después de la fractura, el área de la falla tiene una distribución heterogénea de esfuerzos. Los esfuerzos se han liberado en las zonas fracturadas y se han acumulado en las barreras que no se han roto. Estas barreras pueden romperse más tarde dando origen a la ocurrencia de réplicas.

El modelo de asperezas fue propuesto por H. Kanamori y G. S. Stewart en 1978 y parte de una distribución heterogénea de esfuerzos sobre la superficie de la falla. Las zonas de esfuerzos altos forman las asperezas. Las zonas de esfuerzos bajos se van rompiendo dando origen a pequeños terremotos y van concentrando los esfuerzos en las asperezas que al romperse dan origen a los terremotos grandes. De esta forma los terremotos grandes están producidos por la ruptura de varias asperezas, lo que explica su complejidad. Al final del proceso, los esfuerzos residuales sobre la falla son homogéneos. Este modelo explica la ocurrencia de premonitores pero no de réplicas.

BARRERAS



ASPEREZAS

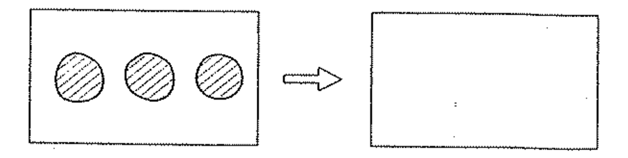


FIGURA 11.16. Modelos de barreras y asperezas antes y después de la fractura. Parte rayada donde se acumulan esfuerzos; parte blanca donde se han liberado.

Ambos modelos pueden integrarse en uno que posea tanto asperezas como barreras. Las barreras permanecen sin romperse después de la fractura y las asperezas se rompen con caídas grandes de esfuerzos. Tanto antes como después de la ocurrencia de un terremoto grande, la distribución de esfuerzos sobre la falla es heterogénea. La complejidad de la ruptura es debida a la presencia de barreras y asperezas así como a la heterogeneidad tanto en la caída de esfuerzos como en la fricción. Otra fuente de complejidad nace del hecho que la superficie de ruptura no es plana, sino que existen dobleces, bifurcaciones y otras irregularidades. Los modelos realistas de fractura tratan de tener en cuenta todos estos factores.

11.9. Bibliografía

Sobre los diversos parámetros que definen el foco sísmico, en especial los relacionados con la localización, medida de su tamaño (magnitud e intensidad) y otras características, se pueden consultar los siguientes textos:

BATH, M. (1973): *Introduction to seismology.* Birkhauser V., Stuttgart, 4, 6.

BULLEN (1976): 14, 15.

BYERLY, P. (1942): *Seismology.* Prentice-Hall, Nueva York, 3, 5, 11.

KANAMORI, K., y BOSCHI, E. (eds.) (1983): «Earthquakes: observation, theory and interpretation». *Proc. Int. School of Phys. E. Fermi.* Curso LXXXV. North Holland P. C., Amsterdam.

RICHTER, C. F. (1958): *Elementary Seismology.* W. H. Freeman, San Francisco (parte I).

La teoría de la generación de ondas sísmicas y mecanismo de los terremotos está desarrollada con gran amplitud en los tres textos teóricos de sismología ya citados:

AKI y RICHARDS (1980): 2, 3, 4.

BEN MENAHEN y SINGH (1981): 4.

LAY y WALLACE (1995): 9.

PILANT (1979): 7, 8, 28, 29.

Obras monográficas sobre el mecanismo de los terremotos son:

KASAHARA, K. (1981): *Earthquake mechanics.* Cambridge University Press.

KOSTROV, B. V., y DAS, S. (1988): *Principles of earthquake source mechanics.* Cambridge University Press.

SCHOLZ, C. H. (1989): *The mechanics of earthquakes and faulting.* Cambridge University Press.

UDÍAS, A. (1991): «Source mechanism of earthquakes». *Advances in Geophysics* 33, 81-140.

Por qué hierve la tierra llenándose de muerte.
Oh máscaras bajo viviendas arrolladas, sonrisas
que no alcanzaron el espanto, seres despedazados
bajo las vigas, cubiertos por la noche.

PABLO NERUDA, *Canto General.*

12.1. Distribución espacial de los terremotos

Tradicionalmente, la sismicidad ha sido considerada como la distribución geográfica de los terremotos y sus efectos destructores. La base para su estudio es, por tanto, la recopilación de datos sobre los terremotos, tales como su fecha y el momento de ocurrencia, su localización, daños producidos, etc. Esta información sistematizada da origen a los catálogos sísmicos, cuyos predecesores son las listas, generalmente incompletas, de grandes terremotos, mezcladas a veces con las de otras catástrofes naturales, como inundaciones, erupciones volcánicas, etc. Entre los primeros catálogos universales de terremotos en Occidente se encuentran los de J. Zahn, publicado en 1680, y el más completo de J. J. Moreira de Mendonça, en 1758. Con una metodología más moderna están confeccionados los catálogos publicados por A. Perrey hacia 1850, el de R. Mallet y J. Mallet, en 1912, y el de J. Milne, en 1912. A partir de estas fechas se multiplican los catálogos de terremotos, tanto globales como regionales, y modernamente se amplían y automatizan en la forma de bancos de datos sísmicos. Los estudios de sismicidad se han extendido considerablemente con la incorporación de diversos parámetros de los terremotos y su distribución en el espacio y el tiempo, así como su correlación con las características fisiográficas y geológicas de cada región. Dentro de esta categoría se han de considerar ya los trabajos pioneros de J. B. Montessus de Ballore, entre 1890 y 1923; los de Gutenberg y Richter, que culminan con la publicación de su obra *Seismicity of the Earth,* en 1954, y los más recientes de S. J. Duda, en 1963, y para Europa los de V. Karnik y Vaniek, en 1968. Los catálogos mundiales recientes son los publicados periódicamente por el International Seismological Center (Reino Unido) y el National Earthquake Information Service (EE.UU.). La sismicidad de la península Ibérica ha sido estudiada de forma sistemática en los primeros catálogos de J. M. Sánchez Navarro-Neumann, J. Rodríguez Galbis y E. Fontsere, entre los años 1920 y 1940, y los estudios siguientes de A. Rey Pastor,

V. Inglada, J. M. Munuera y recientemente Mézcua y Martínez Solares. El catálogo más completo de la sismicidad de América del Sur es el publicado por CERESIS (Perú) en 14 volúmenes. La importancia del estudio de la actividad sísmica de una región reside en que de él se pueden deducir las condiciones geodinámicas, y sirve como punto de partida de la determinación del riesgo sísmico.

Es un hecho conocido desde la antigüedad que unas regiones son mucho más propensas que otras a la ocurrencia de los terremotos. Esto permite separar zonas sísmicamente activas de otras que no lo son (Fig. 12.1). Una de las características más importantes de la distribución de los terremotos es que éstos están concentrados en franjas relativamente estrechas, que forman una red que divide la superficie de la Tierra en una serie de áreas cuyo interior es prácticamente asísmico (Fig. 12.1). De estas franjas o alineaciones de terremotos, unas ocupan los márgenes de los continentes y otras están situadas en el interior de los océanos, coincidiendo con las grandes cordilleras submarinas. No en todos los márgenes de los continentes se producen terremotos, lo que permite separarlos en activos y pasivos; por ejemplo, el margen occidental de América es activo, mientras que el oriental no lo es. No todos los terremotos se dan a la misma profundidad, por lo que éstos se suelen clasificar en superficiales ($h < 60$ km), intermedios (60 km $< h <$ 300 km) y profundos ($h >$ 300 km), siendo la profundidad mayor a la que se han observado aproximadamente 700 km. Así como unas zonas de la Tierra son activas y otras no, en unas zonas activas se dan terremotos profundos y en otras sólo superficiales. Respecto a la profundidad de los terremotos, los que se dan en las cordilleras oceánicas son superficiales, mientras que los terremotos profundos se dan preferentemente en los márgenes activos de continentes, en especial los que rodean al océano Pacífico.

La distribución geográfica global de los terremotos puede resumirse esquemáticamente en las siguientes zonas activas: La primera, el cinturón circum-Pacífico, que rodea este océano, formado en su parte oriental por los terremotos de Alaska, California y Nevada, México, América Central y cordillera Andina, desde Colombia hasta el sur de Chile. En esta zona se han producido grandes terremotos que han ocasionado frecuentes catástrofes a lo largo de los años. En América del Sur, los terremotos son superficiales en la zona costera y más profundos hacia el interior del continente. En su parte occidental, la costa del Pacífico está orlada de una serie de arcos de islas, desde el más septentrional de las islas Aleutianas hasta el de Fiji y Honda en el sur, en los que se dan terremotos superficiales y profundos de gran magnitud. La segunda región sísmica es la llamada «Mediterráneo-Himalaya», que se extiende desde las islas Azores hasta la costa del continente asiático. A esta región pertenecen los terremotos del sur de España, norte de África, Italia, Grecia, Turquía, Persia, Himalaya, norte de la India y China. La tercera la constituye el complejo sistema de cordilleras submarinas que se extienden en los océanos. Entre éstas hay que destacar la centro-Atlántica, que divide de norte a sur este océano en dos partes, las del Índico y las del Pacífico frente a la costa oriental de América del Sur. Los terremotos de estas zonas son superficiales y de magnitud media.

La distribución de terremotos en Europa se extiende de oeste a este desde las islas Azores hasta el Cáucaso (Fig. 12.2). La zona más activa es la del arco Helénico, seguida por la península Itálica y el arco de Sicilia-Calabria, y el sur de la península Ibérica y el norte de África. La mayoría de los terremotos son superficiales con focos

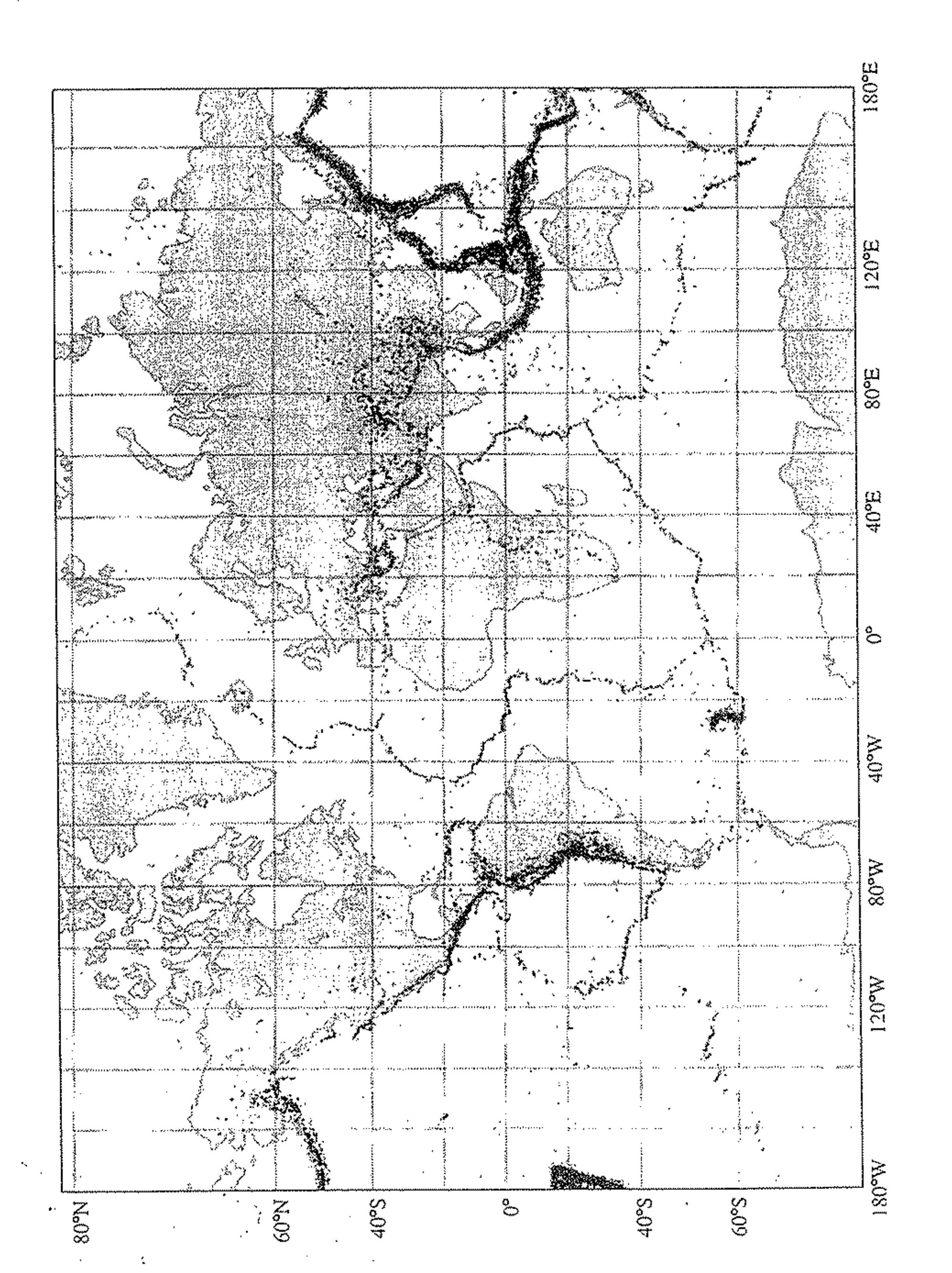


FIGURA 12.1. Mapa de sismicidad de la Tierra para el periodo 1961-1995 (NEIS, US Geological Survey).

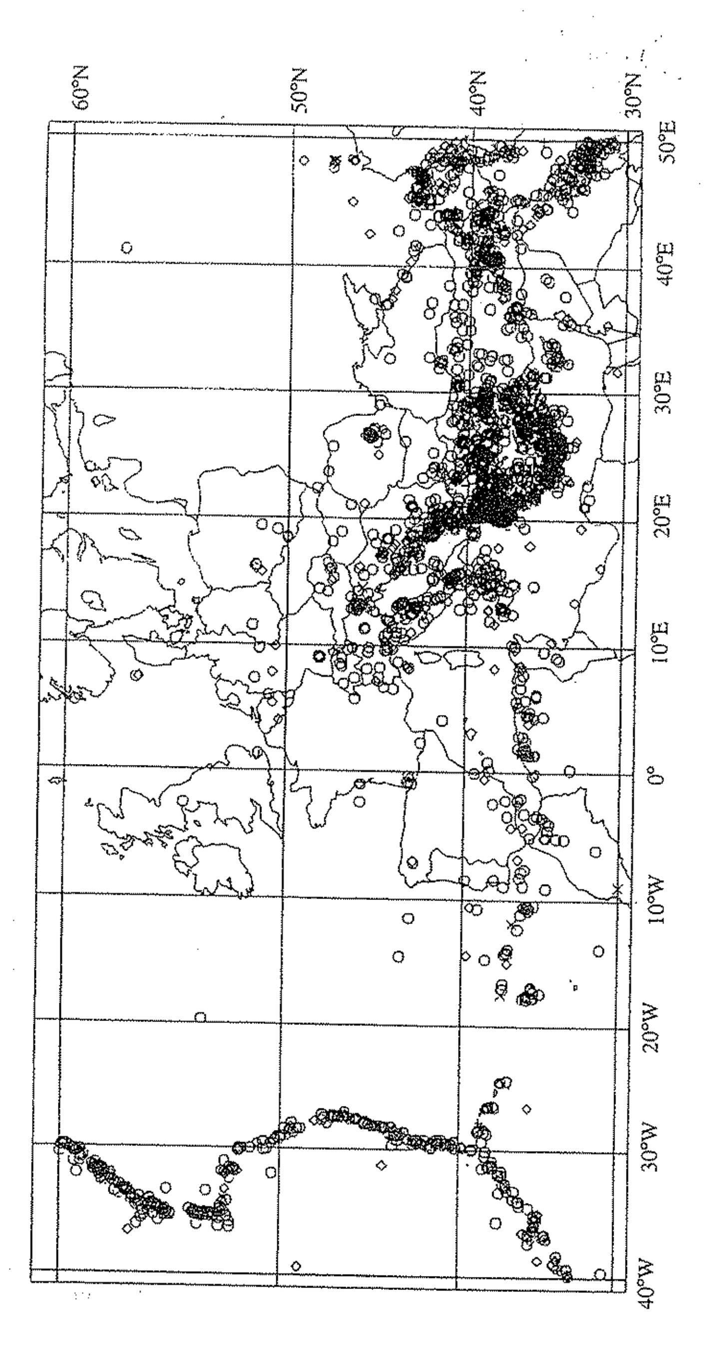


FIGURA 12.2. Distribución de terremotos de Europa con magnitud mayor que 4, para el periodo 1950-1980 (NEIS, US Geological Survey)

de mayor profundidad (intermedios y profundos) en los arcos Helénico, Sicilia-Calabria, Cárpatos y Bético-Rif. La sismicidad de América del Sur se concentra en su margen occidental (costa del Pacífico) desde el norte de México al sur de Chile (Fig. 12.3). Toda esta zona es de gran actividad con gran frecuencia de terremotos de elevada magnitud. La profundidad aumenta hacia el interior del continente llegando a los 600 km en el interior de Perú y Bolivia. Otra zona activa está situada en el Caribe desde la península de Yucatán al arco de las Pequeñas Antillas.

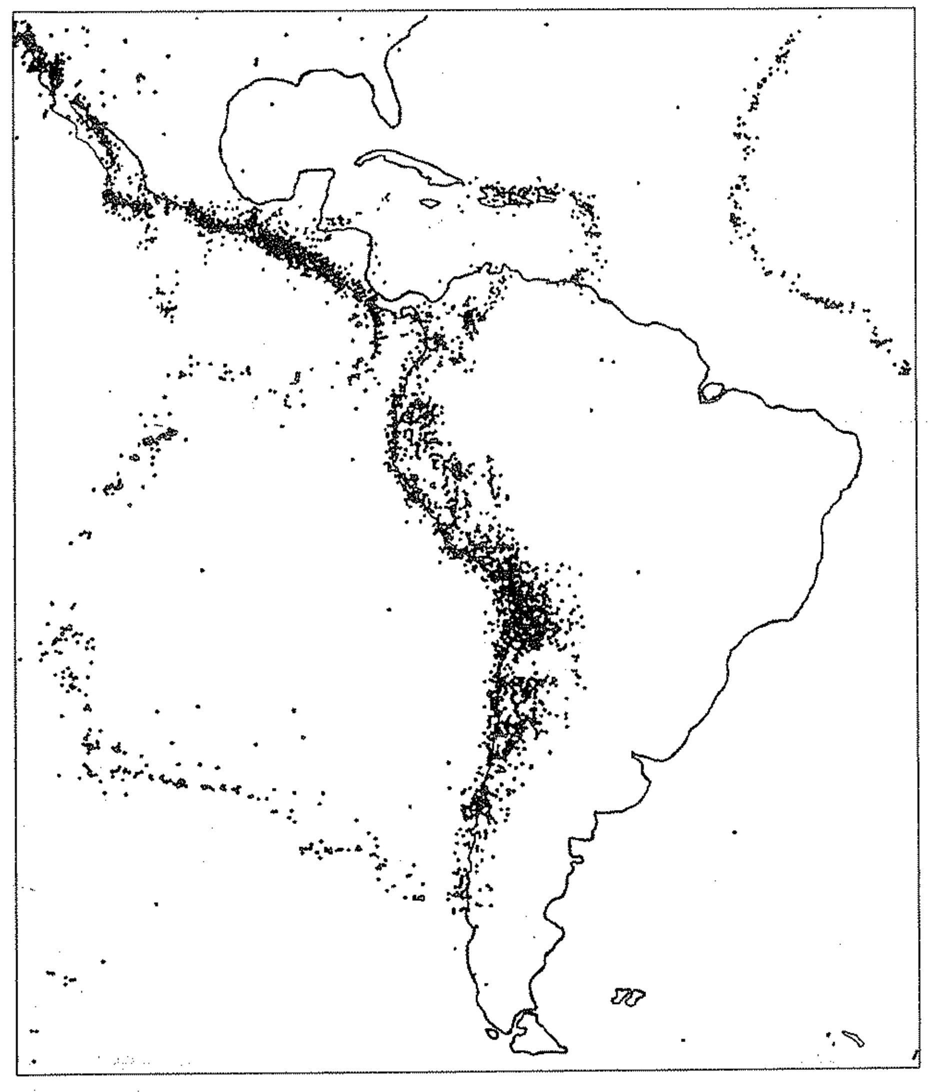


FIGURA 12.3. Distribución de terremotos en América del Sur con magnitud mayor que 4, 1950-1980 (NEIS, US Geological Survey)

El estudio de la distribución de terremotos ha sido uno de los factores más importantes en el establecimiento de la teoría tectónica de placas, que interpreta esta distribución de acuerdo con un modelo de geotectónica global. Esta teoría se estudiará con detalle en el capítulo 22; aquí se verán solamente sus líneas más generales, que son importantes para comprender la distribución de los terremotos.

La teoría tectónica de placas interpreta la distribución de terremotos de las figuras 12.1, 12.2 y 12.3 en la forma siguiente: la superficie de la litosfera terrestre está dividida en placas, siendo siete las más importantes, cuyos bordes coinciden con las zonas activas de terremotos. Estas placas no coinciden, como se puede ver en la figura 12.1, con los continentes, sino que en una sola placa se agrupa parte continental y parte oceánica. Los bordes de las placas se pueden dividir en tres tipos. En el primero, las placas se separan unas de otras, produciendo zonas de extensión o divergencia. En este tipo de borde, los terremotos son superficiales y generalmente están asociados a las cordilleras oceánicas. En el segundo, las placas colisionan unas con otras, formando zonas de convergencia o subducción en las que la litosfera de un lado se introduce por debajo de la del otro. Estos márgenes producen en unos casos zonas de arcos, como la que se extiende desde las Aleutianas hasta Fiji-Tonga, en el Pacífico, y, en otros, grandes cordilleras, como los Andes, Himalaya y Alpes. Los márgenes del Pacífico y el que existe en algunas partes del contacto entre Eurasia y África son de este tipo. En el tercero, una placa se desliza horizontalmente con respecto a la otra, dando lugar a grandes fallas de desgarre, como la de San Andreas, en California, y Anatolia, en Turquía.

Desde el punto de vista de la sismicidad, las zonas de extensión tienen actividad superficial y de moderada magnitud. En las de convergencia, los terremotos son tanto superficiales como profundos, y pueden alcanzar magnitudes muy altas. En las fallas de desgarre, los terremotos son superficiales y su magnitud puede ser también muy grande. Aunque hemos dicho que los terremotos se dan preferentemente en los bordes de las placas, con menor frecuencia se dan también en algunas zonas de su interior. Esta circunstancia ha llevado a dividir los terremotos en interplacas e intraplacas. A veces, los terremotos intraplacas pueden ser de gran magnitud, como los acaecidos en el interior de China y en el centro y costa oriental de América del Norte.

Así como la distribución geográfica de los terremotos marca la localización de los márgenes de las placas, el estudio de su mecanismo nos indica a qué tipo de margen pertenecen. En general, se puede afirmar que en los márgenes de extensión, los terremotos están producidos por fallas normales con tensiones horizontales y perpendiculares a la dirección del margen. En los márgenes de convergencia, los terremotos superficiales corresponden a fallas inversas, con ejes de presión horizontales y normales al margen. Finalmente, en las fallas de desgarre, tanto las presiones como las tensiones son horizontales, lo que da origen a un movimiento de deslizamiento horizontal.

Un ejemplo de esta situación se puede ver en la figura 12.4, en la que se representan los mecanismos de la región Azores-Mediterráneo occidental. Para interpretar los diagramas del mecanismo de esta figura hay que tener en cuenta la figura 11.11 en la que se relacionan con los distintos tipos de fallas. En este margen de placas se observan zonas de desgarre (Azores-Gibraltar), de convergencia (norte de África y arco de Calabria) y de extensión (cordillera centro Atlántica y Apeninos).

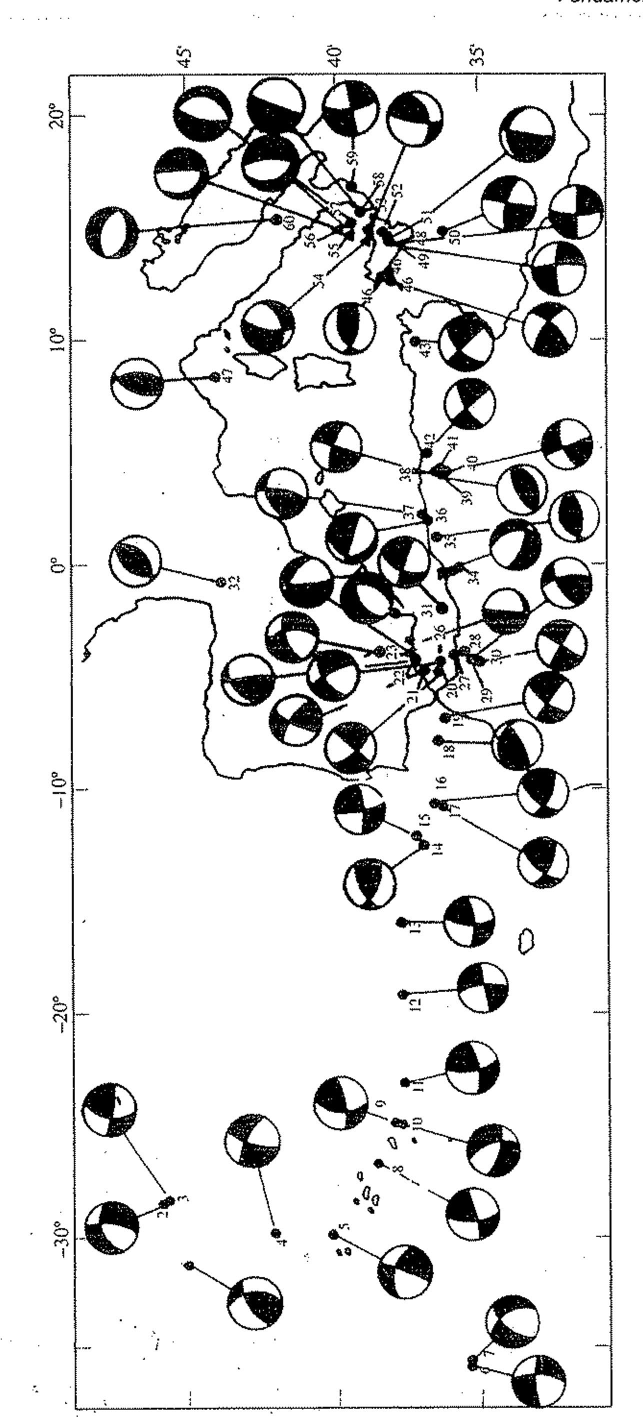


FIGURA 12.4. Mapa de soluciones del mecanismo focal de terremotos correspondientes a la zona de contacto de Eurasia y África desde el Mediterráneo occidental hasta las islas Azores. Cuadrantes en negro indican compresiones y en blanco dilataciones. Proyección del hemisferio inferior de la esfera focal (según Udías).

12.2. Distribución temporal de los terremotos

En el estudio de la sismicidad de una región, tan importante como la distribución espacial de los terremotos lo es la de su ocurrencia en el tiempo. Esta última puede considerarse como un proceso de sucesos puntuales, resultado de la relajación de esfuerzos que actúan de forma continua sobre una región. El análisis de las regularidades de las series temporales de terremotos, desde el punto de vista estadístico, es la forma más adecuada de estudio en este caso. Para estudiar estas series es necesario precisar los límites de la región a que se extienden. No es lo mismo estudiar la distribución de grandes terremotos a nivel global, que terremotos pequeños en una región de tan sólo algunas decenas de kilómetros cuadrados.

Desde el punto de vista estadístico, el modelo más sencillo para estudiar la ocurrencia de terremotos en el tiempo es el de la distribución de Poisson. Esta distribución supone que los terremotos son sucesos independientes, es decir, que la ocurrencia de uno no influye en la del siguiente. De acuerdo con esta distribución, si la media de los terremotos sucedidos en un intervalo t es λ, la probabilidad de que sucedan n terremotos en dicho intervalo es:

$$p(n) = \frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n} \qquad [12.1]$$

De forma equivalente, si la ocurrencia de terremotos sigue una ley de Poisson, los intervalos de tiempo entre dos terremotos consecutivos δt, sigue una distribución exponencial, de forma que la probabilidad de dos terremotos separados para un intervalo δt es:

$$p(\delta t) = \lambda e^{-\lambda \delta t} \qquad [12.2]$$

Esta representación de la ocurrencia de los terremotos, como un proceso de Poisson, tiene muchas limitaciones, pues físicamente es muy difícil concebir que un terremoto no influya en la ocurrencia del siguiente, si se dan en la misma zona y separados por un tiempo pequeño. Este fenómeno lleva a un agrupamiento de la ocurrencia de los terremotos, que se traduce en la definición de enjambres de terremotos, premonitores y series de réplicas que estudiaremos más adelante. Sólo si eliminamos estos sucesos y nos limitamos a terremotos grandes a nivel global, su ocurrencia puede aproximarse por un proceso de Poisson. Si consideramos la ocurrencia de terremotos de pequeña magnitud en una región relativamente pequeña, la interrelación entre ellos es grande y los agrupamientos muy predominantes. Para el estudio de las series temporales de estos terremotos, se ha propuesto una variedad de modelos estocásticos.

12.3. Actividad sísmica. Distribución de magnitudes

Considerando el modelo de relajación de esfuerzos en la generación de los terremotos, es lógico pensar que para una cierta región y durante un periodo determinado de tiempo, el número de terremotos pequeños es mucho mayor que el de grandes.

Aunque se desconoce exactamente la forma en que se libera la energía elástica almacenada en una región y que da origen a terremotos de distinta magnitud, sin embargo, se ha comprobado experimentalmente que la magnitud es una variable aleatoria, cuya función acumulativa de distribución es:

$$F(M) = 1 - e^{-\beta M} \quad ; \quad M > 0 \qquad [12.3]$$

Esta distribución fue propuesta en primer lugar por Omori, en 1889, y más tarde por Gutenberg y Richter, en 1944, en la forma

$$\log_{10} N(M) = a - bM \qquad [12.4]$$

Donde N es el número de terremotos con magnitud mayor que M; la constante a, el logaritmo del número de terremotos de magnitud mayor que cero, y b, la proporción de terremotos de una cierta magnitud. La determinación de b se hace calculando la pendiente de la recta resultante del ajuste lineal del logaritmo del número de terremotos con la magnitud. Las desviaciones con respecto a la recta en esta relación se suelen asignar a la falta de completitud en la serie de terremotos, es decir, no todos los terremotos de un cierto rango de magnitudes han sido incluidos.

La constante b oscila entre 0,6 y 1,5, siendo su valor más común muy cercano a la unidad (Fig. 12.5). Este valor se ha relacionado con las características físicas de cada región, de forma que un valor alto de b implica que predomina el número de terremotos de pequeña magnitud, y, por tanto, la región tiene poca resistencia, y uno bajo que predominan los terremotos de magnitud mayor, indicando una mayor resistencia en el material. La variación con el tiempo del valor de b para una región concreta se ha utilizado como índice a tener en cuenta en el problema de la predicción de terremotos. Sin embargo, esta variación puede ser producida por la falta de homogeneidad en los datos y no representar un efecto de la variación en las condiciones del material, lo que disminuye su utilidad como predictor.

Otro punto de vista para estudiar la ocurrencia de los terremotos es considerar su naturaleza fractal de acuerdo con la teoría de Mendelbrot. La primera aplicación de esta teoría a la ocurrencia de los terremotos se debe a Andrews y Aki hacia 1980. La relación entre el número y tamaño de los terremotos [12.4] se puede expresar en una ley de potencia y por lo tanto considerar el fenómeno como fractal. De esta forma el coeficiente b se puede relacionar con la dimensión fractal. Como b vale aproximadamente la unidad, la dimensión fractal es dos, lo que indica que los terremotos ocupan una superficie y está de acuerdo con la observación de que los terremotos están generados por fallas. Basándose en la naturaleza fractal de los terremotos algunos autores han propuesto un mecanismo de la generación de terremotos en términos de procesos de criticalidad autoorganizada. Esto quiere decir que el sistema de la corteza terrestre bajo la acción de los esfuerzos tectónicos evoluciona por sí misma hasta un estado crítico en el que los terremotos ocurren distribuidos en tamaños según una ley de potencia. Algunos autores también apuntan que el proceso puede ser prácticamente caótico, lo que limitaría en efecto la posibilidad de su predicción.

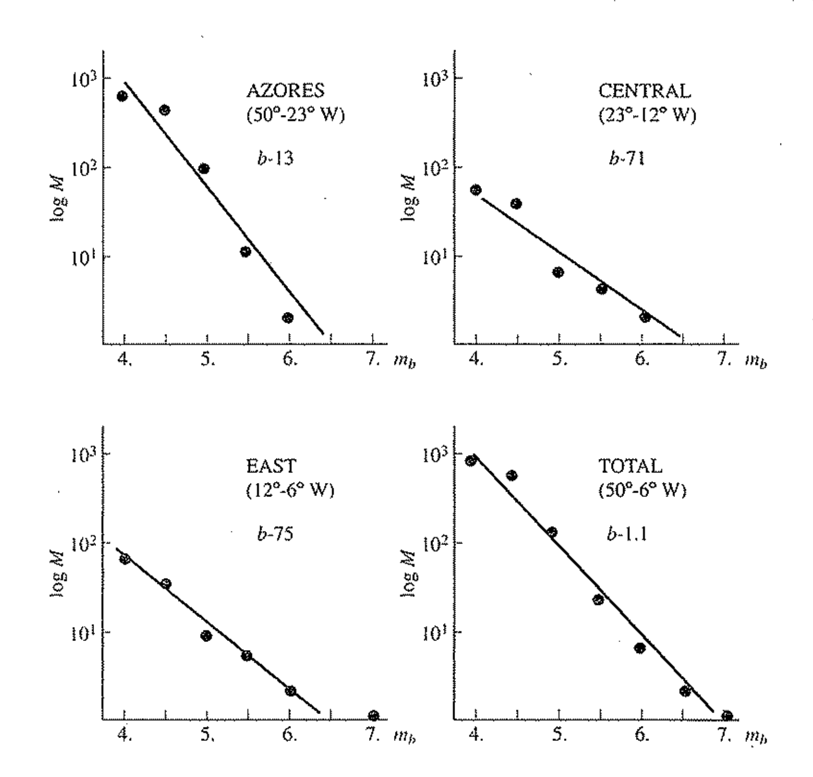


FIGURA 12.5. Representación de la frecuencia de terremotos en función de la magnitud y el valor del ajuste correspondiente para la zona Azores-Gibraltar y las subzonas de las islas Azores, centro y este, respectivamente (según Buforn).

12.4. Premonitores, réplicas y enjambres de terremotos

Ya se ha hecho notar que la mayoría de los terremotos suelen suceder en forma de grupos estrechamente relacionados en el tiempo y el espacio. De estos grupos, los que están formados por la ocurrencia de un terremoto de magnitud mayor que el resto reciben el nombre de series de réplicas y premonitores, dependiendo de si ocurren después o antes que el terremoto principal. En experimentos realizados en el laboratorio se ha comprobado que las réplicas no son resultado pasivo de la ocurrencia del terremoto principal, sino una continuación activa de la liberación de energía provocada por él. Cuando en una serie de terremotos no se distingue ningún sismo principal, se denomina un enjambre de terremotos.

Una clasificación bastante extendida de estas series o grupos de terremotos es la dada por Mogi (1963), que distingue tres tipos de series (Fig. 12.6):

Tipo I. No se producen premonitores. El sismo principal es el primero seguido de una serie de terremotos de menor magnitud. Estas series de dan en materiales muy homogéneos, en los que los esfuerzos acumulados no se liberan hasta que exceden la resistencia de las rocas, produciéndose el sismo principal. A éste le sigue una serie de réplicas por reajuste de los esfuerzos en el volumen que rodea la fractura que ha producido el sismo principal.

Tipo II. Se dan premonitores cuyo número aumenta rápidamente, antes del principal. La ocurrencia de estos premonitores se explica por la presencia de heterogeneidades en los materiales. Los esfuerzos acumulados se van relajando en forma de pequeños terremotos, debido a la diferencia en la resistencia de los materiales, antes de que se produzca el terremoto principal.

Tipo III. La secuencia de terremotos sucede en la forma de un enjambre en el que no se distingue un terremoto principal. Este tipo de series corresponde a zonas de materiales muy heterogéneos y distribuciones de esfuerzos no uniformes y muy concentrados.

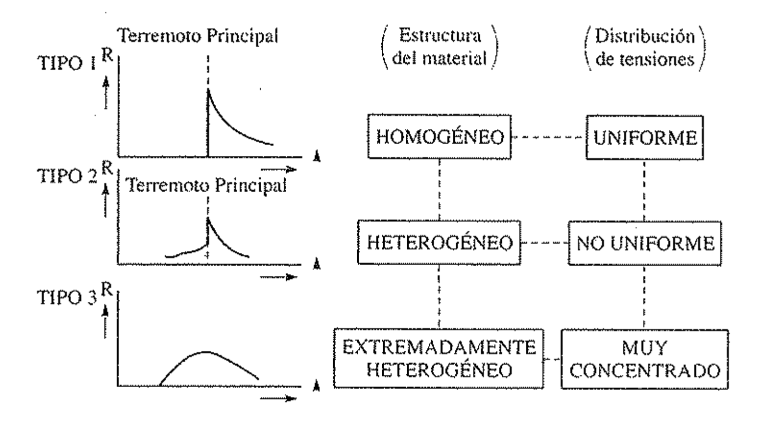


FIGURA 12.6. Esquema de la distribución de premonitorios y réplicas según los tres tipos de material y distribución de tensiones (según Mogi).

En las series de terremotos es de interés estudiar su distribución en el espacio, en el tiempo y la de sus magnitudes. Las réplicas se suelen encontrar espacialmente agrupadas, cubriendo la extensión de la zona total de fractura, lo que permite calcular su área a partir de la zona de réplicas. En la distribución de las réplicas a lo largo del área de fractura se aprecian a veces migraciones de los terremotos, de una parte a otra, y concentraciones en sus extremos. Del estudio de la serie de réplicas se deduce que su número y la duración de la actividad de la serie, hasta que alcanza un cierto nivel de magnitud, tiende a ser más larga según aumentamos el valor de la magnitud del terremoto principal. En este tipo de procesos, el efecto de cada suceso puede superponerse de forma acumulativa a los efectos de los sucesos precedentes. El número acumulativo de réplicas en una serie, para un instante t, viene dado por:

$$N(t) = p/(t + K) \qquad [12.5]$$

siendo p y K dos constantes. Esta relación fue establecida empíricamente, estudiando series de réplicas, por Omori, en 1884. Esta ley, sin embargo, no puede definir completamente el proceso, porque al estimar el número de terremotos en un intervalo, se ignora cuál es la forma de disminuir las magnitudes en él. Físicamente sería más conveniente, para representar la actividad, una expresión más claramente relacionada con la liberación de energía.

Debido a que existe un límite en la detección de las réplicas, de acuerdo con su magnitud, se puede establecer que los terremotos grandes ($M > 7$) superficiales tienen series de réplicas que pueden durar varios meses, mientras que terremotos de pequeña magnitud ($M < 5$) tienen réplicas concentradas en un corto tiempo. En el terremoto de Alaska de 1964 ($M = 8{,}4$), la serie de réplicas se extendió por más de un año y medio en un área de 360.000 km^2, de las cuales, más de 2.000 fueron localizadas.

La distribución de las magnitudes en una serie de réplicas se puede estudiar a partir de la relación [12.4]. Para estas series, el margen de variación de b (0,4-1,8) es mayor que el obtenido para la sismicidad durante periodos largos de tiempo en zonas activas.

En general, las series de réplicas en las que predomina el terremoto principal tienen valores altos de b y los enjambres con varios terremotos principales de casi igual magnitud valores bajos de b.

12.5. Peligrosidad y riesgo sísmico

El riesgo producido por la ocurrencia de terremotos puede estudiarse bajo dos puntos de vista. El primero es la probabilidad de ocurrencia de una cierta intensidad o movimiento del suelo en un cierto lugar, producidos por un terremoto, lo que se denomina peligrosidad sísmica. El segundo es la probabilidad de que una cierta estructura sufra un daño apreciable, ante la acción de un terremoto, lo que se denomina vulnerabilidad. El conjunto de los dos, expresado en términos del valor económico del coste, es lo que conviene en llamarse en la actualidad con el término de riesgo sísmico. De esta forma se separan el aspecto puramente sismológico de la peligrosidad, y el ingenieril del comportamiento de estructuras, que constituye la vulnerabilidad. Sin embargo, existen muchos autores que denominan indiscriminadamente riesgo sísmico al concepto de peligrosidad o de vulnerabilidad, por lo que es importante tener en cuenta esta diferenciación.

La peligrosidad sísmica en una zona viene dada por el efecto sobre el suelo producido por terremotos relativamente cercanos a ella. Este efecto vendrá representado por la aceleración, velocidad y desplazamiento, o más comúnmente por la intensidad sentida en dicha zona. Para evaluar estos efectos desde la región epicentral, es necesario corregir por la atenuación con la distancia. Para el cálculo de la peligrosidad sísmica existen dos formas distintas, una llamada determinista y otra probabilista. Los métodos deterministas se basan en el principio de que la sismicidad futura de una región será idéntica a la del pasado. El valor máximo de los parámetros del movimiento del suelo, comúnmente intensidad y aceleración, se determinan directamente de los terremotos sucedidos en el pasado. Cuando la historia sísmica no es bien conocida, los valores máximos se extrapolan de una relación incompleta frecuencia-intensidad.

Estos métodos son, por tanto, muy sensibles a la completitud del conocimiento de la sismicidad de la zona, y proporcionarán valores tanto más correctos cuanto más completamente sea conocida su historia sísmica. Los métodos probabilistas parten del supuesto de que basándose en la sismicidad pasada se pueden establecer leyes estadísticas que gobiernan los fenómenos sísmicos en una región. El resultado final de su aplicación es la obtención de la probabilidad de ocurrencia de los distintos niveles de intensidad del movimiento del suelo, en un lugar determinado y en un periodo de tiempo dado. En estos métodos se suele considerar que los terremotos están asociados a fuentes sismogenéticas, es decir, a zonas que contienen terremotos con un mismo origen tectónico. Los métodos probabilistas presentan muchas ventajas sobre los deterministas, entre ellas, el que el terremoto mayor que puede ocurrir en una zona no viene determinado únicamente por el máximo registrado en el pasado, sino que se estima de las leyes estadísticas de la sismicidad de la zona. Además, estos métodos permiten obtener la distribución de probabilidades para distintos niveles de intensidad y no sólo su valor máximo.

En el problema del riesgo sísmico se plantea determinar la probabilidad de que en una zona determinada se alcance una intensidad dada. Esta intensidad puede ser producida por sismos en la misma región o en una contigua. En concreto, interesa obtener la probabilidad de que durante un tiempo dado, t, el valor máximo de la intensidad (o aceleración) producida por los terremotos sea mayor o igual a una dada. El inverso de este valor, o tiempo en el que con una cierta probabilidad se espera que suceda una cierta intensidad sísmica, se denomina periodo de retorno para dicha intensidad. El problema del riesgo sísmico puede resolverse utilizando diversos modelos estadísticos. Uno muy generalizado es el método de valores extremos que permite extender el periodo de observación a épocas remotas. Se basa en que los valores máximos que una serie temporal tendrá en el futuro se pueden deducir de los valores extremos que ha tenido en el pasado. La utilización de este método es que basta con conocer solamente los terremotos mayores que han sucedido, lo que es posible para periodos de tiempo más largos que en los que el catálogo sísmico es bien conocido. Existen además otros métodos probabilísticos, entre ellos los denominados bayesianos. Todos estos métodos tienen sus ventajas e inconvenientes, y su utilización depende del conocimiento que se tenga de la historia sísmica en cada caso.

Para evaluar el riesgo sísmico se necesita además conocer la ley de la atenuación de la intensidad con la distancia. Cuanto mayor sea la distancia del epicentro al punto en que se evalúa el riesgo, menor será su influencia. La ley de atenuación que se emplea comúnmente es:

$$I = I_0 - a \log\left[\frac{\sqrt{\Delta^2 + h^2}}{h}\right] - b\left(\sqrt{\Delta^2 + h^2} - h\right) \qquad [12.6]$$

Donde I es la intensidad con que se siente un terremoto de intensidad máxima I_0 y profundidad h, a distancia Δ. El coeficiente a está relacionado con la expansión geométrica del frente de onda, y b con la absorción anelástica del medio de propagación.

En la práctica, las curvas de atenuación de intensidad se determinan a partir de los mapas de isosistas de una región. En la figura 12.7 se da un ejemplo de curvas

de atenuación de la intensidad con la distancia para el sur de España. Una vez conocida la ocurrencia de terremotos y las curvas de atenuación, podemos calcular mapas de riesgo sísmico que representan la intensidad máxima que se puede alcanzar con una cierta probabilidad en un periodo de tiempo determinado. Como podemos relacionar las intensidades con las aceleraciones del suelo, en estudios modernos se expresa el riesgo como la probabilidad de que se exceda en cada punto una cierta aceleración.

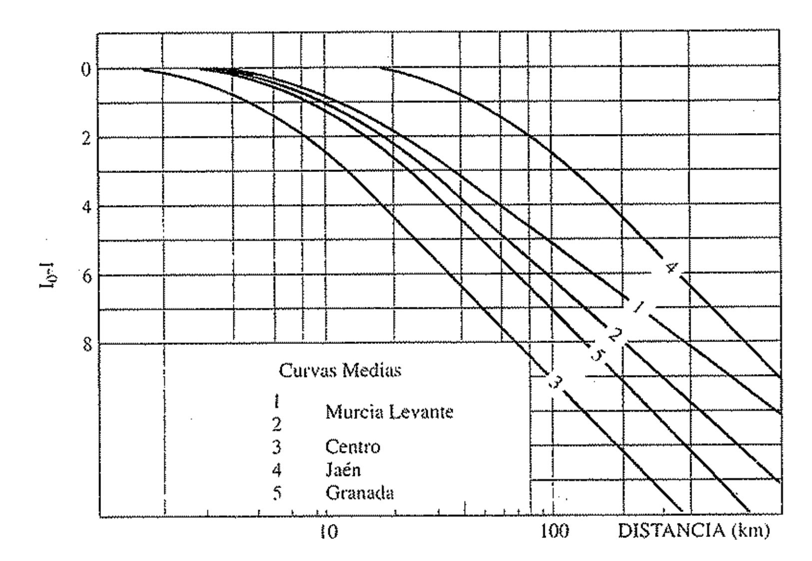


FIGURA 12.7. Curvas de atenuación de la intensidad sísmica con la distancia epicentral para distintas zonas sísmicas de España (según Muñoz).

En la figura 12.8 se han representado los epicentros de la península Ibérica y norte de África. A partir de los datos para la península Ibérica de la ocurrencia de terremotos y los mapas de isosistas de los que han causado daños se ha elaborado, teniendo en cuenta un modelo de zonificación y las distintas curvas de atenuación, un mapa de peligrosidad expresado en las aceleraciones del terreno esperables con una probabilidad del 60 por 100 en 500 años (Fig. 12.9).

El conocimiento adecuado del riesgo sísmico de una región es fundamental para la prevención de daños, al poder diseñarse los edificios y estructuras de acuerdo con las intensidades máximas que se espera alcanzar en ella. El daño a edificios depende del tipo de construcción y de su localización. Edificios de materiales poco consistentes, ladrillo o mortero sin trabazón, son los que constituyen un mayor riesgo de colapso. Está comprobado que, en general, la destrucción de edificios de este tipo es prácticamente total, mientras que edificios de estructura metálica o de hormigón armado resisten mejor al colapso. El estudio de la respuesta de los diversos tipos de construcciones al movimiento del suelo, producido por los terremotos, es fundamental para una construcción adecuada. En países donde el riesgo de terremotos es apreciable,

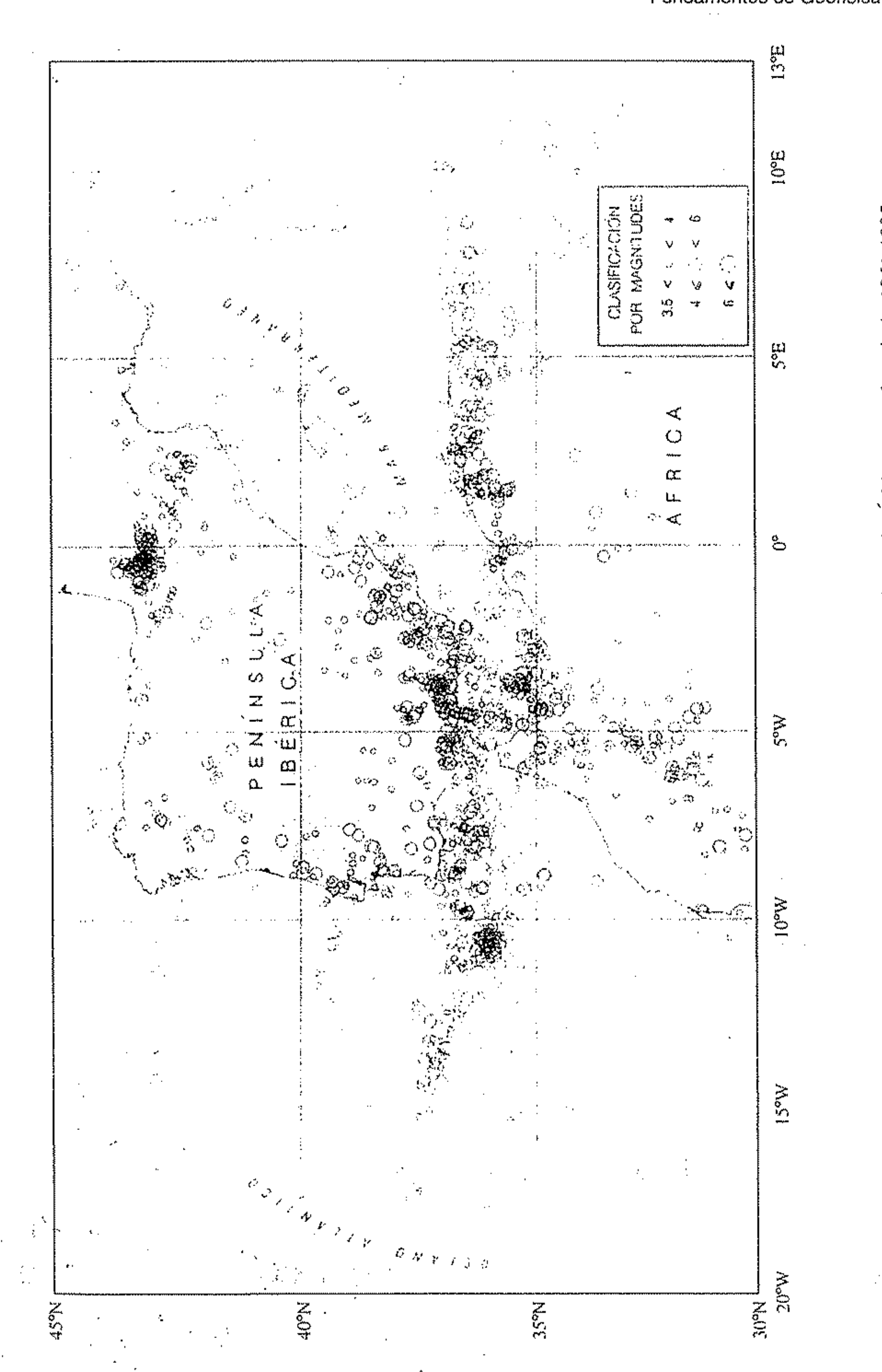


FIGURA 12.8. Mapa de sismicidad de la península Ibérica y Norte de África para el periodo 1961-1995 (Instituto Geográfico Nacional, Madrid).

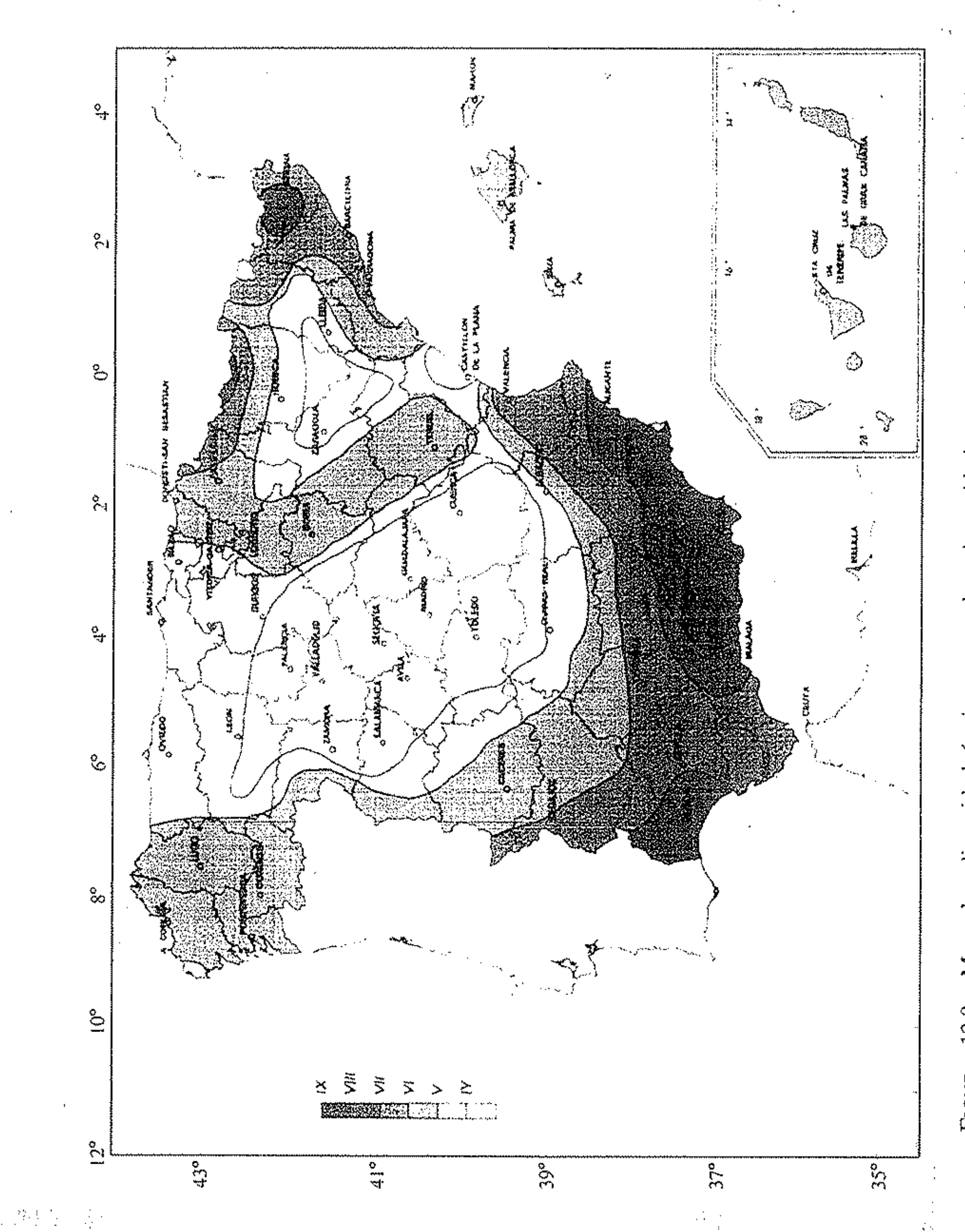


FIGURA 12.9. Mapa de peligrosidad sísmica expresada en intensidades para un periodo de retorno de 500 años (Instituto Geográfico Nacional, Madrid).

existen normas de construcción sismorresistentes adecuadas a cada zona. Naturalmente, las normas de seguridad son mayores cuando se trata de estructuras cuyo daño puede ocasionar grandes catástrofes, como pueden ser edificios públicos, centrales nucleares y grandes presas.

12.6. Predicción de terremotos

La posibilidad de la predicción de los terremotos es uno de los objetivos de la sismología, como lo es la predicción del tiempo en meteorología. A medida que avanza nuestro conocimiento de los procesos que dan origen a los terremotos se espera que su predicción se vaya haciendo realidad. Las investigaciones que se realizan en este campo no dan todavía resultados claros, habiendo pasado en el pasado por épocas de optimismo a otras más pesimistas. Actualmente las opiniones de los sismólogos son más bien críticas reconociendo la enorme complejidad del fenómeno de la ocurrencia de los terremotos y la gran diferencia de unas zonas sísmicas a otras. No cabe duda, sin embargo, que en el esfuerzo por minimizar los daños, sobre todo el número de víctimas producidos por los terremotos, la predicción ocupa un lugar preeminente. Por predicción se entiende la especificación del lugar, tiempo y magnitud de un terremoto, dentro de unos límites suficientemente estrechos para permitir acciones a corto y medio plazo que eviten las pérdidas de vidas y la disminución de los daños materiales. Naturalmente, la posibilidad de tal predicción evitaría grandes daños y pérdidas de vidas.

La situación actual de la investigación en el campo de la predicción se caracteriza por un estudio multidisciplinar sobre todo tipo de fenómenos precursores a la ocurrencia de un terremoto. Una de las indicaciones de la proximidad de un terremoto en una región activa es la observación de lo que se llama una laguna sísmica *(seismic gap)* o zona tranquila donde no se dan terremotos. Se supone que esa zona será el lugar más probable de un futuro terremoto, dentro de la región activa. Se ha podido comprobar que grandes terremotos, como el de Alaska de 1964, sucedieron en una de estas zonas. Sin embargo, es difícil predecir el momento en que esta zona de calma puede romperse en un terremoto destructor. Otros indicadores más inmediatos o fenómenos premonitores han sido estudiados. Entre éstos destacan los cambios en la velocidad de la onda P, la elevación del suelo y las deformaciones de las rocas, así como la emisión de gas radón en pozos. La resistividad eléctrica de las rocas disminuye antes del terremoto y el número de terremotos pequeños, después de experimentar una lenta disminución durante un periodo más o menos grande de tiempo, aumenta rápidamente antes del terremoto principal. Todos estos precursores se extienden por un periodo de tiempo, que para un terremoto de magnitud 6 puede ser de algunos meses, y para uno de magnitud 8, varios años. Sin embargo, el estudio de estos fenómenos precursores no ha llegado todavía a establecer un procedimiento claro que permita una predicción convincente para dar avisos de evacuación de las zonas que vayan a ser afectadas, o tomar otro tipo de medidas preventivas. A pesar de esto, tales medidas fueron ya tomadas, al menos en un caso conocido, con ocasión del terremoto de 4 de febrero de 1975, de magnitud 7,5, en la provincia de Haicheng (China). El aviso, con veinticuatro ho-

ras, basado en toda la información acumulada durante bastante tiempo, permitió evacuar la región y el número de víctimas fue muy pequeño, a pesar de que la destrucción material fue grande. Este caso repetidamente citado, sin embargo, no es muy representativo ya que el terremoto principal fue precedido por un número grande de premonitores sentidos por la población, lo que no es un suceso común. Otros casos de predicción han dado buenos resultados, pero son muy pocos todavía para establecer una metodología aplicable a cada región sísmica. En la misma China, un año después del terremoto de Haicheng, el 27 de julio de 1976, un terremoto arruinó totalmente la ciudad de Tangshan, a sólo 150 km de Pekín, con una estimación de más de medio millón de muertos y heridos. Ninguno de los terremotos que han causado daños apreciables en los últimos 10 años ha podido ser objeto de una predicción previa, a pesar de que algunos sucedieron en las regiones donde las investigaciones sismológicas son más avanzadas como en California y Japón. El estado actual de las investigaciones se mueve con extremada prudencia para no provocar falsas esperanzas, al mismo tiempo que se trabaja en programas multidisciplinares en diversas regiones, en especial en Estados Unidos, Rusia, Japón, China y Europa.

12.7. Bibliografía

Los temas relacionados con la sismicidad se hallan tratados en algunos textos de Sismología ya citados y a nivel elemental en la traducción castellana del libro de B. BOLT.

BOLT, B. A. (1981): *Terremotos.* Reverte, Barcelona.
BULLEN, K. E., y BOLT, B. A. (1985): 15.
MADARIAGA, R., y PERRIER, G. (1991): *Les tremblements de terre.* Presses du CNRS, París.
RICHTER, C. F. (1958): 2.ª parte.

Dos obras específicas sobre sismicidad global y de Europa son:

GUTENBERG, B., y RICHTER, C. F. (1954): *Seismicity of the Earth and associated phenomena.* Princenton U. Press.
KARNIK, V. (1969): *Seismicity of the European area.* D. Reidel, Dordrecht (Holanda).

Los aspectos tanto sismológicos como ingenieriles del riesgo sísmico pueden encontrarse en las obras de ingeniería sísmica, y entre ellas:

BELES, A. A.; IFRIN, M. D., y GARCÍA-YAGÜE, A. (1975): *Elementos de ingeniería sísmica.* Omega, Barcelona.
LOMNITZ, C. (1974): *Global tectonics and earthquake risk.* Elsevier, Amsterdam.
LOMNITZ, C., y ROSENBLUETH, E. (1976): *Seismic risk and engineering decisions.* Elsevier, Amsterdam.
NEWMARK, N. M., y ROSENBLUETH, E. (1976): *Fundamentos de ingeniería sísmica.* Diana, México.
UNESCO (1980): *Terremotos —evaluación y mitigación de su peligrosidad—.* Blume, Barcelona.
WEIGEL, R. L. (1970): *Earthquake engineering.* Prentice Hall, Nueva York.

Sobre el tema de la predicción de terremotos:

KISSLINGER, C., y SUZUKI, Z. (1978): *Earthquake precursors.* Center Acad. Publ. Japan, Tokio.
RIKITAKE, T. (1982): *Earthquake forecasting and warning.* Reidel, Dordrecht (Holanda).
SIMPSON, D. W., y RICHARDS, P. G. (1981): *Earthquake prediction. An international review.* American Geophysical Union, Washington.

Tiemblan las cumbres
de los montes más altos
que en sus rítmicos saltos
tocó Pegaso.

RUBÉN DARÍO, *Helios.*

13.1. Evolución histórica de la instrumentación sismológica

El instrumento más antiguo conocido para detectar la ocurrencia de un terremoto parece ser el utilizado en China hacia el siglo II. Este instrumento consistía en una figura en forma de un dragón de ocho cabezas, en cuya boca iba colocada una bola en equilibrio inestable. Al producirse la llegada de las ondas producidas por un terremoto, la bola correspondiente a la dirección de llegada caía, indicando así tanto la ocurrencia de un sismo, como su procedencia. A mediados del siglo XIX se empezaron a diseñar los primeros sismógrafos basados en la oscilación de un péndulo. Éstos eran de oscilación vertical, consistentes en una masa pendiente de un muelle y péndulos horizontales con una masa suspendida desde una cierta altura. La forma de registrar el movimiento consistía en un estilete adosado a la masa, que dejaba una huella sobre una placa de cristal ahumado. A estos aparatos se los denomina en la actualidad sismoscopios, y se siguen utilizando por su bajo coste y mantenimiento. A finales del siglo pasado comienza el desarrollo de sismógrafos de registro continuo, con señales de tiempo en un tambor de papel ahumado, los primeros en Italia por L. Palmieri y T. Bertelli. J. Milne introdujo, en 1890, el concepto de péndulo inclinado, con el que se pueden conseguir periodos de oscilación bastante grandes con longitudes de péndulo muy reducidas. Su colaboración con J. J. Shaw dio como resultado el sismógrafo Milne-Shaw en 1915, con una masa de medio kilogramo, un periodo de 18 s y una amplificación alrededor de 200. Parecido a este sistema es el construido en Japón por F. Omori, en 1890, que se extendió a toda Europa con el nombre de Bosch-Omori, y el diseñado en Rusia por Nikiforow. Un sismógrafo mecánico de uso muy extendido fue el Mainka. Hacia 1900, E. Wiechert desarrolló el sismógrafo de respuesta horizontal, consistente en un péndulo invertido que permite registrar las dos componentes con una sola masa de 80 a 1.500 kg, alcanzando amplificaciones del orden de 200, para un periodo de 12 s. En contraste con estas grandes masas, H. O. Wood y J. A. Anderson,

en 1922, construyeron un sismógrafo de reducidas dimensiones, formado por una pequeña masa que oscila por torsión de una fibra metálica. Dotado de registro fotográfico, alcanza una amplificación de 2.800 veces para un periodo de 0,8 s. Este aparato tiene una gran importancia en el establecimiento de la escala local de magnitudes.

Todos estos modelos son sistemas puramente mecánicos y la amplificación, muy limitada, se obtiene mediante un sistema de palancas o por reflexión de un rayo de luz. Un importante adelanto se lleva a cabo con el sismógrafo electromagnético desarrollado en Rusia por B. B. Galitzin, hacia 1906. Éste consiste en añadir a la masa una bobina que se mueve en el campo magnético creado por un imán. La corriente que se genera en la bobina pasa a un galvanómetro, cuya deflexión se registra en papel fotográfico mediante un haz de luz. Este instrumento fue perfeccionado, en 1920, por J. L. Wilip, obteniéndose sismógrafos de 12 s de periodo y amplificación de alrededor de 1.000.

En los años treinta, H. Benioff desarrolla el sismógrafo que lleva su nombre, y que se basa en la variación de la reluctancia, al variar el espacio entre un imán permanente y una armadura metálica provista de una bobina que rodea el imán. El registro también se realiza con acoplamiento galvanométrico y papel fotográfico. La característica más sobresaliente es que el periodo alcanzado es de 1 s y la amplificación de hasta 100.000. Para periodos mayores, F. Press y M. Ewing desarrollaron, en 1953, un sismógrafo de 15 a 30 s de periodo para el sismómetro y de 100 s para el galvanómetro, resultando un sistema con amplificación entre 750 y 6.000, para periodos entre 10-20 s. Estos dos tipos de sismógrafos, como veremos más adelante, constituyen la base de los utilizados en la mayoría de los observatorios hasta el desarrollo de los instrumentos de banda ancha.

Los instrumentos modernos utilizan entre el sensor (sismómetro) y el aparato de registro un sistema de amplificación electrónica y en muchos casos un convertidor analógico-digital, previo a la amplificación de la señal. Esto permite aumentar el rango de sensibilidad y obtener directamente la información en forma adigital para análisis posteriores. En muchos casos se utiliza un sensor de respuesta plana para un gran rango de frecuencias, de modo que mediante filtros selectivos se puedan seleccionar aquellos que cada análisis precise. Otro avance instrumental reciente es el de la generalización de estaciones portátiles de alta ganancia. Los dos modelos más usados son el de registro continuo analógico sobre papel y el detector de eventos con registro digital sobre cinta magnética.

Para la interpretación sismológica es necesario un control del tiempo lo más exacto posible. Hasta 1950, los observatorios utilizaban relojes de péndulo con contactos eléctricos para registrar señales de minuto sobre los sismogramas. Estos relojes se ajustaban periódicamente al tiempo universal del servicio horario de los observatorios astronómicos. A partir de 1953 se empieza a generalizar el uso de relojes controlados por cristal de cuarzo, cuyos mejores modelos tienen una deriva menor de 10^{-4} segundos por día.

13.2. Teoría del sismógrafo mecánico

El principio físico de todos los sismógrafos se basa en la propiedad de un péndulo o masa suspendida de un bastidor, que al producirse un movimiento del suelo, éste se desplaza con respecto a la masa en virtud de su inercia. De esta forma se pueden me-

dir los movimientos relativos del suelo con respecto a la masa. Estos movimientos detectados mediante transductores y convenientemente amplificados se registran en función del tiempo. Dependiendo del tipo de movimientos al que son sensibles (desplazamientos, velocidades o aceleraciones) se tienen los tres tipos principales de instrumentos sísmicos. Estudiaremos, por tanto, las ecuaciones del movimiento de las partes móviles, a fin de conocer la respuesta del sistema a una cierta función de excitación a la que puede asociarse una onda sísmica. El caso más sencillo es el del sismógrafo mecánico, constituido por un elemento detector del movimiento o sismómetro y un sistema de palancas, que sirve para amplificar el movimiento y registrarlo en forma visible. El funcionamiento de estos instrumentos, hoy prácticamente en desuso, es muy ilustrativo para entender la teoría básica de todo sismógrafo.

El sismómetro vertical más simple está formado por una masa m, suspendida por un muelle de constante elástica K y con una amortiguación viscosa de constante c (Fig. 13.1).

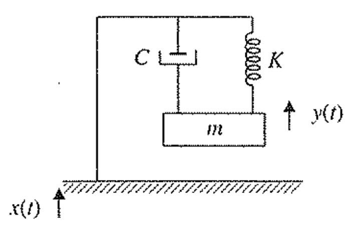


FIGURA 13.1. Esquema de un péndulo vertical con amortiguamiento.

Cuando el soporte anclado a la superficie de la tierra recibe una vibración $x(t)$, la masa se mueve con un movimiento $y(t)$ de forma que el desplazamiento relativo de la masa con respecto al soporte es:

$$z(t) = y(t) - x(t) \qquad [13.1]$$

Respecto a un sistema de referencia fijo, el movimiento de la masa y, teniendo en cuenta que el muelle y el amortiguador se ven afectados sólo por el movimiento relativo entre la masa y el bastidor, viene dado por la ecuación

$$m\ddot{y} = -Kz - c\dot{z} \qquad [13.2]$$

Si damos un desplazamiento a la masa, con el soporte en reposo, $z(t) = y(t)$, podemos escribir la ecuación del movimiento de la masa

$$m\ddot{z} = -Kz - c\dot{z} \qquad [13.3]$$

o en la forma

$$\ddot{z} + \frac{c}{m}\dot{z} + \frac{K}{m}z = 0 \qquad [13.4]$$

Esta expresión también puede escribirse de la forma siguiente:

$$\ddot{z} + 2\beta\omega_0\dot{z} + \omega_0^2 z = 0 \qquad [13.5]$$

donde ω_0 es la frecuencia natural del sistema sin amortiguar

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

y β, el factor de amortiguamiento

$$\beta = \frac{c}{2\sqrt{Km}} \qquad [13.6]$$

Cuando $\beta = 1$, el valor de $c = 2\sqrt{Km}$ corresponde al amortiguamiento crítico.

La ecuación [13.5] tiene por solución

$$z = A\, e^{-b\omega_0 t}\, \text{sen}(\sqrt{1-\beta^2}\,\omega_0 t + \varepsilon) \qquad [13.7]$$

donde A y ε son constantes. Esta solución corresponde a un movimiento oscilatorio amortiguado. El producto $\sqrt{1-\beta^2}\,\omega_0 = \omega_a$ es la frecuencia del sistema amortiguado.

Si suponemos ahora que existe un movimiento que afecta al soporte de la forma

$$x(t) = X\, \text{sen}\, \omega t \qquad [13.8]$$

la ecuación del movimiento de la masa m es según [13.2]

$$m\ddot{y} = -(y-x)K - (\dot{y}-\dot{x})c \qquad [13.9]$$

Introduciendo ω_0 y β y poniendo $y = x + z$ se obtiene

$$\ddot{z} + \ddot{x} = -2\beta\omega_0\dot{z} - \omega_0^2 z \qquad [13.10]$$

Sustituyendo x por su valor en [13.8] resulta

$$\ddot{z} + 2\beta\omega_0\dot{z} + \omega_0^2 z = X\omega^2\, \text{sen}\, \omega t \qquad [13.11]$$

Una solución de esta ecuación es

$$z = Z\, \text{sen}\, (\omega t - \varepsilon) \qquad [13.12]$$

donde Z es la amplitud del movimiento relativo entre la masa y el soporte, y ε el án-

gulo de fase entre este movimiento y el del soporte. Sustituyendo [13.12] en [13.11] se obtiene

$$Z = \frac{r^2 X}{[(1-r^2)^2 + (2\beta r)^2]^{1/2}} \qquad [13.13]$$

$$\varepsilon = \text{tg}^{-1}\left\{\frac{2\beta r}{1-r^2}\right\} \qquad [13.14]$$

Se ha representado por $r = \dfrac{\omega}{\omega_0}$ el cociente entre la frecuencia del movimiento del suelo y la natural del péndulo sin amortiguar.

Como el movimiento observado es z, el movimiento del suelo se obtiene del cociente entre las amplitudes máximas Z y X, que depende del valor de β y r. Este cociente está representado en la figura 13.2 para distintos valores de r y β. Cuando $\omega = \omega_0$, el sistema entra en resonancia y la amplitud se hace infinita, si el amortiguamiento es nulo. Cuando el amortiguamiento es crítico ($\beta = 1$), para $r = 1$ se tiene $|Z/X| = \dfrac{1}{2}$.

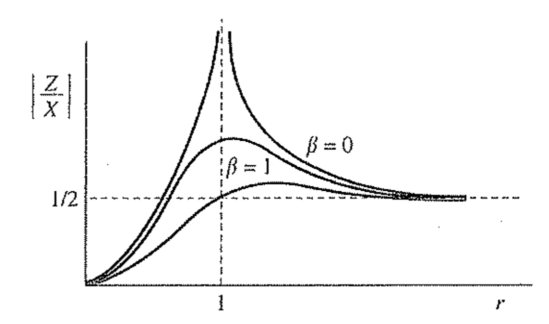


FIGURA 13.2. Curvas de amplificación dinámica en función de r para distintos valores del amortiguamiento.

En la figura 13.3 puede verse un esquema simplificado de un sismógrafo mecánico vertical, con el sistema de palancas que permite amplificar el movimiento del suelo. En un sistema semejante están basados la mayoría de los sismógrafos mecánicos desarrollados en el pasado. La masa M está sujeta a un brazo que se apoya en un punto 0 sobre el bastidor, y en reposo está en posición horizontal mediante la tensión ejercida por un resorte de constante K. Éste actúa con una fuerza restauradora tal, que para un cierto desplazamiento angular ϕ, el momento con respecto al punto 0 es $U\phi$. Un amortiguador D actúa con un momento $D\dot{\phi}$, proporcional a la velocidad. La ecuación del movimiento resultante es

$$B\ddot{\phi} + D\dot{\phi} + U\phi = -ML\ddot{x} \qquad [13.15]$$

donde B es el momento de inercia de la masa con respecto al punto 0 y el término de la derecha el momento sobre el punto 0, resultante de un movimiento vertical x aplicado al soporte.

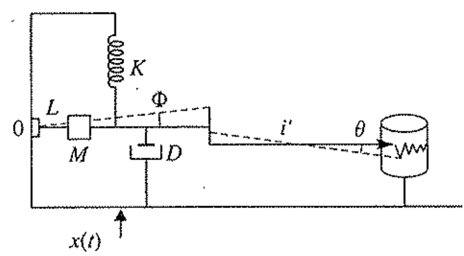


FIGURA 13.3. Esquema de un sismógrafo vertical con registro y amplificación mecánica.

De forma análoga a la descrita anteriormente, la ecuación para una excitación vertical del suelo de frecuencia ω viene dada por

$$\ddot{\phi} + 2\beta\omega_0\dot{\phi} + \omega_0^2\phi = -\frac{1}{l}X\omega^2 \cos \omega t \qquad [13.16]$$

siendo $l = \dfrac{ML}{B}$, la longitud reducida del péndulo simple equivalente; $\omega_0 = \sqrt{U/B}$, la frecuencia propia del sistema sin amortiguar, y $\beta = \dfrac{D}{2B\omega_0}$, el factor de amortiguamiento. La solución de esta ecuación, como en el caso precedente, es

$$\phi = \frac{-r^2 X \cos(\omega t - \varepsilon)}{l[(1-r^2)^2 + (2\beta r)^2]^{1/2}} \qquad [13.17]$$

donde $\varepsilon = \mathrm{tg}^{-1}\left[\dfrac{2\beta r}{1-r^2}\right]$ es el ángulo de fase entre el movimiento de excitación x y la respuesta ϕ del sismómetro. La ecuación [13.17] permite deducir que si la frecuencia ω del movimiento del suelo es grande, el valor de ϕ puede representarse por X/l y ε por π, es decir, que la respuesta es proporcional al desplazamiento del suelo x. Por el contrario, para bajas frecuencias el valor de ϕ es proporcional a la aceleración del suelo. Este valor de ϕ es amplificado mediante un sistema de palanca del brazo l', reproduciendo un cierto valor θ sobre el registro. Se denomina amplificación estática a la relación $\bar{V} = \dfrac{l'}{l} = \dfrac{\theta}{\phi}$. También puede hacerse en [13.17], $F_x = r^2[(1-r^2)^2 + (2\beta r)^2]^{-1/2}$ el factor de amplificación dinámica del sismógrafo. De esta forma, la amplificación real M, para una cierta frecuencia del movimiento del suelo, puede escribirse como $M = \bar{V}F_x$.

13.3. Sismógrafo electromagnético

El principio físico de estos sismógrafos es idéntico al estudiado anteriormente en lo que respecta al sismómetro. La única variación consiste en que el desplazamiento de la masa produce el movimiento relativo de una bobina en el campo magnético de un imán. La parte móvil es, en unos modelos, el imán, y en otros, la bobina. Al producirse un movimiento se genera una corriente en la bobina proporcional a la velocidad $\dot{\phi}$, la cual pasa a un galvanómetro, en el que se produce una cierta deflexión del espejo. Si por otra parte hemos hecho incidir un haz de luz sobre el espejo unido al hilo del galvanómetro, éste sufrirá una desviación θ, que recogida en un papel fotográfico proporciona un registro del movimiento del sismómetro (Fig. 13.4).

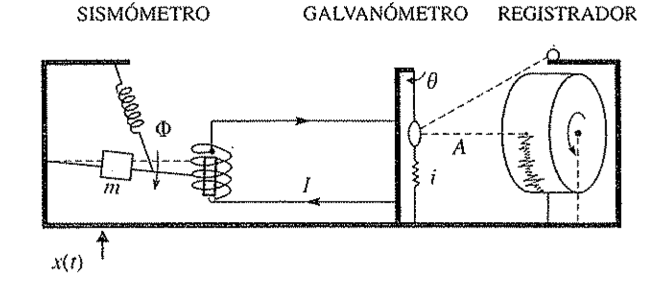


FIGURA 13.4. Principio del sismógrafo electromagnético y registro mediante galvanómetro.

Para estudiar la respuesta del sistema completo se consideran por separado el sismómetro y el galvanómetro. La ecuación del primero es idéntica a la ya vista para el sismógrafo mecánico. Sin embargo, ha de introducirse una nueva fuerza, producida al generarse una corriente I en la bobina, que crea una fuerza de reacción, cuyo momento respecto al centro de suspensión es $-GI$, siendo G el flujo de inducción. De esta forma, la ecuación resultante del sismómetro es:

$$B\ddot{\phi} + D\dot{\phi} + U\phi = -Lm\ddot{x} - GI \qquad [13.18]$$

Si la corriente generada por la bobina pasa al galvanómetro mediante un circuito tal que la corriente i que pasa por la bobina del galvanómetro es menor que I (montaje en shunt), la ecuación del galvanómetro es:

$$b\ddot{\theta} + d\dot{\theta} + u\theta = -gI \qquad [13.19]$$

correspondiendo b, d y u a los parámetros del sistema del galvanómetro.

Por tanto, se tiene que un movimiento angular ϕ del sismómetro, producido por un desplazamiento vertical x del suelo, genera una corriente que, mediante un circuito, pasa a la bobina de un galvanómetro produciendo en éste una deflexión θ. La solución de ambas ecuaciones permite conocer la respuesta del sistema completo. La parte real de la solución es precisamente la desviación θ, para una cierta velocidad

del suelo x, o sensibilidad en velocidad del sismógrafo. Para el desplazamiento se ha de multiplicar la velocidad $\dot{x}$ por ω, obteniéndose la sensibilidad en aceleración sin más que dividir por ω la sensibilidad en velocidad.

Si tenemos en cuenta la distancia $2A$, entre el foco luminoso-espejo galvanómetro-registro, tendremos que la amplificación del sistema será:

$$M = \frac{2A\theta}{x} = \bar{V}F_sF_g \quad [13.20]$$

donde $\bar{V}$ es la amplificación estática descrita en el sismógrafo mecánico, y F_s y F_g, los factores de amplificación dinámica del sismómetro y del galvanómetro, respectivamente. Así, cada elemento por separado tiene una curva de amplificación y el producto de ambas proporciona la de amplificación del sismógrafo electromagnético.

Con el conocimiento de las características del sistema sismómetro-galvanómetro se pueden determinar las características del movimiento del suelo mediante la observación de la señal registrada. Este paso se realiza mediante la curva de respuesta correspondiente. La representación más usada es la de amplificación $M(\omega)$, donde M es la relación entre la amplitud del registro y la del desplazamiento del suelo, o lo que es lo mismo, sensibilidad en desplazamiento. Cuando es necesario éste puede sustituirse por velocidad o aceleración del suelo.

13.3.1. *Amplificación electrónica*

Todos los instrumentos sismológicos que se construyen en la actualidad están basados en un sismómetro, cuyas características han sido ya estudiadas, y un sistema de amplificación electrónica, que sustituye a las anteriores descritas de amplificación mecánica o mediante galvanómetro. Esta forma de amplificación permite alcanzar una sensibilidad superior a la obtenida con los otros sistemas. La amplificación electrónica se logra por amplificadores operacionales. Estos consisten en circuitos en los que la impedancia de entrada tiene valores típicos de $10^8 - 10^{12}$ Ω, y la impedancia de salida del orden de 1 Ω, tal que a una tensión de entrada e_e, corresponde una de salida e_s, relacionadas por la ganancia A en la forma $e_s = Ae_e$. Existen tres formas de configuración de amplificadores operacionales; lazo abierto, modo inversor y modo no inversor, que se utilizan combinadas para obtener la amplificación final del sistema. Además de lograrse con este tipo de dispositivos ganancias muy superiores a las de los sistemas convencionales, es posible igualmente filtrar la señal de salida mediante la utilización de filtros ya sea activos o pasivos. Por último, las señales amplificadas pueden grabarse en sistemas convencionales de tambor en forma visible, o en cinta magnética en analógico o en digital, previo paso por un convertidor analógico-digital. Esto último permite un posterior tratamiento de amplificación, filtro y registro fácilmente realizable. Este sistema está muy generalizado en la actualidad por la conveniencia de disponer de los datos en forma digital para posteriores análisis.

La curva de amplificación de los distintos tipos de sismógrafos abarca sólo una gama más o menos amplia de periodos. Los sistemas muy selectivos tienen un pico estrecho para un periodo determinado, mientras que los llamados de respuesta plana tienen la misma amplificación para un rango de periodos grande. Un resumen de las curvas de amplificación con el periodo, para los sistemas de sismógrafos más empleados, está representado en la figura 13.5.

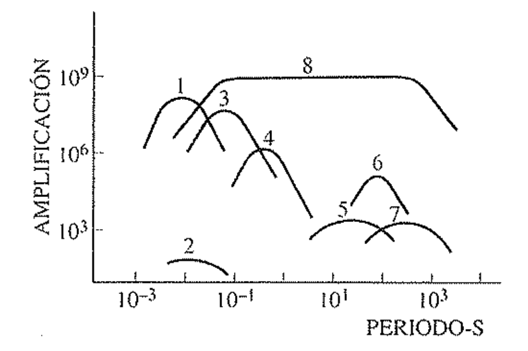


FIGURA 13.5. Curvas de amplificación en función del periodo para los siguientes instrumentos: 1) prospección; 2) acelerógrafo; 3) sismógrafo de microterremotos; 4) corto periodo de la Red Estándar; 5) largo periodo de la Red Estándar; 6) largo periodo de alta ganancia, 7) ultra-largo periodo y 8) sismógrafo de banda-ancha.

13.4. Sismógrafos de banda-ancha

Los antiguos sismógrafos mecánicos tienen una curva de respuesta bastante plana abarcando un rango amplio de frecuencia, pero su amplificación está muy limitada, en general por debajo de 500. Por el contrario, los sismógrafos electromagnéticos tienen amplificaciones muy altas, llegando al millón en los de periodo corto, pero su rango de frecuencias en un mismo instrumento es muy limitado. La solución clásica, vigente hasta el final de los años 1970, fue para estos sismógrafos el separar dos tipos de instrumentos uno de periodo corto con respuesta centrada en un segundo y otro de periodo largo entre 15 y 100 segundos. De esta forma se cubría con dos tipos de instrumentos el rango de periodos deseado. Esta solución evitaba, además, el rango de los 6 segundos donde el ruido de microsismos es muy alto. Sin embargo, siempre existió la idea de poder diseñar instrumentos que tuvieran al mismo tiempo una respuesta con un rango amplio de periodos que incluyera la mayoría de las señales sísmicas tanto de terremotos cercanos como lejanos, es decir, entre 0,1 y 1.000 segundos y una alta amplificación y rango dinámico que permita con el mismo instrumento registrar señales muy débiles y muy fuertes. A este instrumento se le denomina sismógrafo de banda-ancha *(broad-band seismograph)* y ha sido posible con las nuevas tecnologías.

Dos desarrollos instrumentales recientes, a partir de los años 1980, han permitido la construcción de sismógrafos de banda-ancha. El primero es el desarrollo del registro de forma digital con el que se superan las limitaciones en rango dinámico de los registros analógicos y el segundo el del sismómetro de balance de fuerzas iniciado por Wieland y Streckeisen. Utilizando convertidores analógico-digitales de 24 bits, esta combinación de sismómetro y registrador permite cubrir un rango de periodos entre 0,1 y 1.000 segundos con una respuesta plana y un rango dinámico de 140 decibelios,

es decir, permite registrar amplitudes de uno a diez millones (Fig. 13.5). Este sistema permite registrar tanto pequeños terremotos como grandes a cualquier distancia sin que el instrumento se sature. Los límites superiores de estos sismógrafos son, en general, los registros de terremotos de $M > 5$ a menos de 10 km de distancia y de $M > 9$ a menos de 30 grados. El límite inferior está determinado por la relación señal-ruido en cada emplazamiento. El registro digital crea algunos problemas con el almacenamiento de los datos, pero el desarrollo de la tecnología los va resolviendo. Actualmente la tendencia es la generalización cada vez mayor de estos instrumentos en la observación sismológica.

13.5. Acelerógrafos

En las proximidades del epicentro, el movimiento del suelo al paso de las ondas sísmicas produce desplazamientos, velocidades y aceleraciones elevadas dependiendo fundamentalmente de la magnitud del sismo y de su distancia. Esta zona próxima es de gran interés en ingeniería sísmica, puesto que en ella se producen los mayores daños a las estructuras. El movimiento en esta zona (campo próximo) no se puede extrapolar de los registros realizados a distancias grandes (campo lejano) y, por tanto, es necesario registrarlo directamente con instrumentos adecuados situados cerca del epicentro. En este entorno, los sismómetros que se dispongan han de poseer baja amplificación para evitar la saturación. Además, debido al elevado contenido en altas frecuencias del movimiento sísmico, su periodo natural ha de ser de 0,05-0,10 s, con amortiguamientos que oscilan entre 50-100 por 100 del amortiguamiento crítico. El sismómetro resultante con estas características posee una curva plana de sensibilidad en aceleración para el citado rango de frecuencias, por lo que el aparato se denomina acelerógrafo. El sistema de registro en estos casos no es permanente, sino que posee un sensor de bajo consumo que se dispara por la llegada de las primeras ondas, y pone en funcionamiento un registro de alta velocidad en película o cinta magnética. La pérdida de información en estos casos es muy pequeña, mientras se consigue así una alta autonomía y fácil mantenimiento. El tiempo se graba simultáneamente, y corresponde al generado por un cristal de cuarzo que, generalmente, no está relacionado con ninguna base de tiempo absoluto. Modernamente se han desarrollado acelerógrafos que van provistos de una memoria en la que se almacena de forma continua la información de un intervalo corto de tiempo. Cuando la señal registrada supera una cierta amplitud, la información pasa a registrarse de forma definitiva en cinta magnética o memoria digital. De esta forma pueden obtenerse registros completos de la señal en tiempo real. A partir de los registros de los acelerógrafos, pueden obtenerse mediante integración los registros de velocidad y desplazamiento del campo próximo (Fig. 13.6).

13.6 Observatorios sismológicos

La primera red de observatorios sismológicos fue instalada en Japón por J. Milne, en 1880. Entre 1930 y 1950 existía ya una red mundial de observatorios, cuya instrumentación era muy heterogénea, incluyendo antiguos sismógrafos mecánicos Wiechert

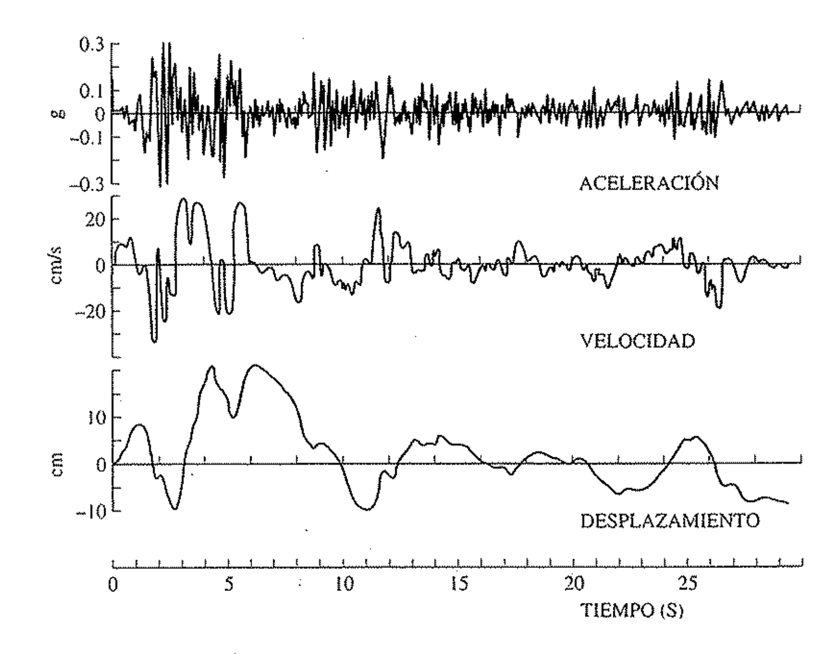


FIGURA 13.6. Registro del componente norte-sur de aceleración, velocidad y desplazamiento para el terremoto de El Centro, California, 18 de mayo de 1940.

y Mainka y más modernos electromagnéticos Galitzin y Benioff. A comienzos de los años sesenta se produjo un verdadero cambio en la situación existente con la puesta en marcha por los Estados Unidos de un programa de implantación de una red mundial de observatorios de características modernas idénticas. El objetivo era proporcionar una distribución de estaciones sismológicas, con una instrumentación homogénea, que permitiese obtener una cobertura lo más amplia posible de las principales áreas sísmicas. Esta red se conoce con el nombre de WWSSN (World Wide Standard Station Network —Red Mundial de Estaciones Estándar—). La red estaba constituida por, aproximadamente, 125 estaciones equipadas con sismógrafos electromagnéticos de registro en papel fotográfico de corto y largo periodo de tres componentes que han funcionado entre 1962 y 1990. En la actualidad la red como tal ha dejado de funcionar y sólo siguen en funcionamiento algunas estaciones a título individual. Asimismo, funcionaron durante la misma época redes similares en los territorios de la antigua URSS y Canadá. Puede decirse que gran parte de la investigación realizada en las dos últimas décadas se debe fundamentalmente a la existencia de estas redes.

Posteriormente a la instalación de la red WWSSN, se instaló, hacia 1974, una red de estaciones de largo periodo y alta ganancia con registro digital, conocida con las siglas HGLP (High Gain Long Period —Alta Ganancia Largo Periodo—), con un total de diez estaciones en todo el mundo. Más tarde se han instalado otros tipos de esta-

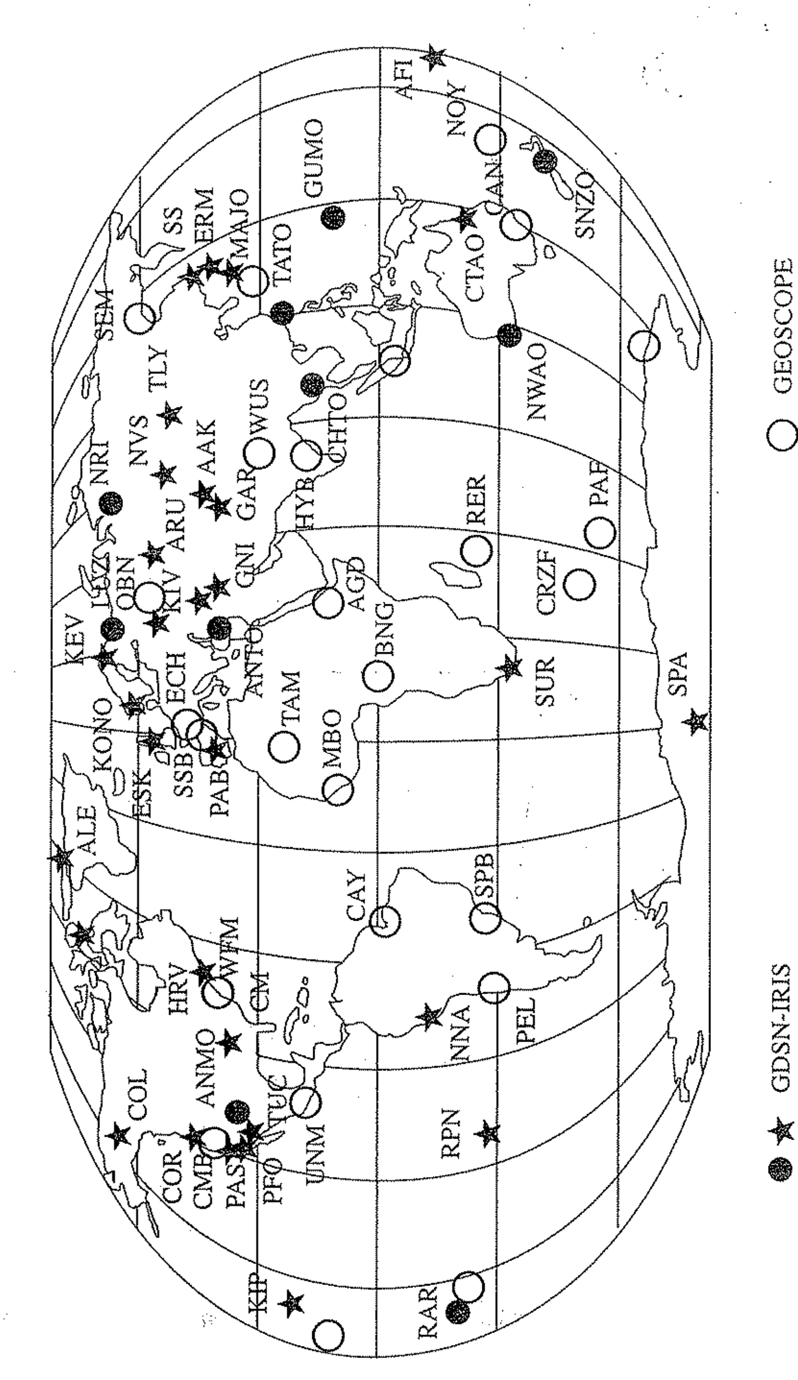


FIGURA 13.7. Situación de las estaciones de banda-ancha de las redes mundiales IRIS, establecida por Estados Unidos y GEOSCOPE por Francia.

ciones, entre las que hay que destacar las llamadas SRO (Seismic Research Observatory —Observatorio de Investigación Sismológica—), dotadas de una tecnología más avanzada.

Desde el final de los años 1980, quedó de manifiesto que las redes sismográficas tanto regionales como mundiales eran muy ineficientes debido a su tecnología ya obsoleta. En la renovación de la instrumentación se decidió por los sismógrafos de banda-ancha, que permiten registrar tanto terremotos cercanos como lejanos, y por el registro digital, que los hace idóneos para la informatización del procesado y análisis de los datos. De esta forma han surgido nuevas redes mundiales de estaciones sismológicas como la IRIS de instituciones de Estados Unidos y la GEOSCOPE de Francia (Fig. 13.7). A nivel más regional están las redes MEDNET de Italia en el Mediterráneo, GEOFON de Alemania en centro Europa, POSEIDON de Japón y FEBA en España.

Con relación al estudio regional de terremotos, se tiende en la actualidad a la instalación de redes telemétricas unidas a una estación central. En ellas se sitúan en lugares con ausencia de ruido los sismómetros, y mediante un transmisor de radio o cable telefónico se envía la señal, bien en analógico o en digital, a una estación central. Este tipo de instalaciones optimiza el problema de registro centralizado con una base de tiempo común, que hace más homogéneas las lecturas de tiempos de las distintas ondas sísmicas. En la figura 13.8 se presenta el esquema simplificado de una red de estas características.

Por último, existen dispositivos de sismógrafos colocados en diversas formas geométricas que confieren al conjunto posibilidades de ser utilizados como antenas re-

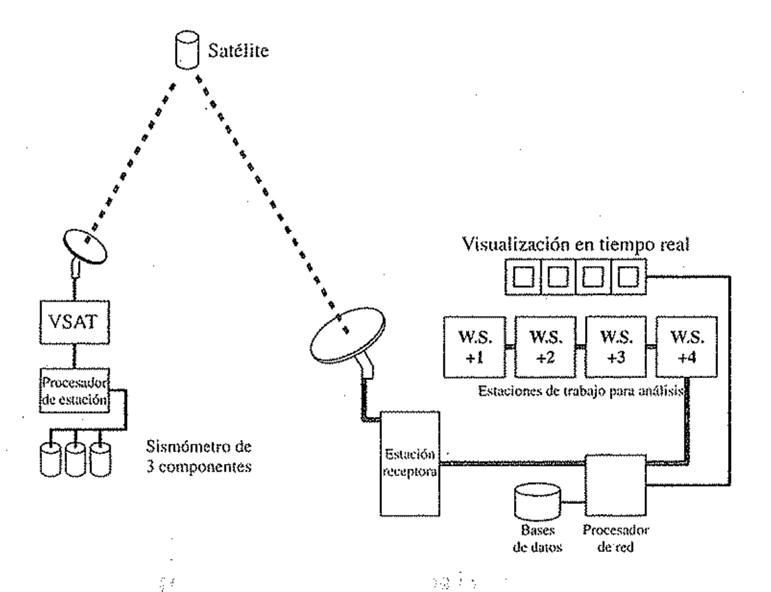


FIGURA 13.8. Esquema simplificado de una red sísmica con estaciones sensoras y transmisión vía satélite a un centro de recepción y análisis.

ceptoras mediante su conexión a ordenadores. El dispositivo más comúnmente empleado es el de sucesivas circunferencias con diferente espaciado, que mediante un sistema de telemetría quedan unidos en un centro común. Aplicando la teoría de antenas, pueden establecerse direcciones óptimas de recepción que permiten mayor discriminación en ciertas direcciones. Ejemplos de estas disposiciones son LASA (Long Aperture Seismic Array), en los EE.UU., o NORSAR, en Europa.

13.7. Interpretación de sismogramas

El registro gráfico de un terremoto obtenido por un sismógrafo recibe el nombre de sismograma, y su apariencia depende de la distancia a la que se encuentre el epicentro, su magnitud, su profundidad y el tipo de instrumento utilizado. La magnitud de un terremoto determina el rango de distancias en el que es posible detectarlo, con un sismógrafo de una determinada amplificación. La distancia epicentral y la profundidad del foco determinan la distribución de los tiempos de llegada y amplitudes de las distintas ondas sísmicas detectadas. Atendiendo a estos parámetros se pueden establecer las siguientes características generales de los sismogramas.

13.7.1. *Terremotos locales*

Se pueden considerar como terremotos locales los sucedidos a distancias de menos de 10° (1.000 km) del punto de observación. En estas distancias se registran principalmente aquellas ondas que aparecen como consecuencia de la transmisión y reflexión de las ondas sísmicas en la corteza y manto superior. Dada la gran diferencia en la estructura de la corteza de unas zonas a otras, puede darse una gran variedad en la distribución de estas fases. De forma general, sin embargo, las ondas más prominentes son las transmitidas por la capa superior o granítica de la corteza *Pg* y *Sg* y las refractadas críticas en el Moho, *Pn* y *Sn*. En algunos casos se puede apreciar la llegada de ondas refractadas críticas en una interfacie dentro de la corteza, generalmente asociada a la discontinuidad entre la corteza superior e inferior y que se denominan P^* y S^*. En los sismogramas para este rango de distancias, para instrumentos de periodo corto (1 s) (Fig. 13.9), se pueden apreciar claramente las fases principales ya mencionadas. La fase más prominente en el registro es la llamada *Sg*(*Lg*), que incluye ondas superficiales canalizadas en la capa granítica de la corteza. La amplitud de esta fase se suele usar para el cálculo de la magnitud de terremotos locales.

13.7.2. *Telesismos* ($10° < \Delta < 105°$)

En este rango de distancias las fases más importantes son las de las ondas *P* y *S*, que se transmiten por el interior del manto. En el caso de terremotos superficiales e instrumentos de periodo largo (15 s), las amplitudes más prominentes en el sismogra-

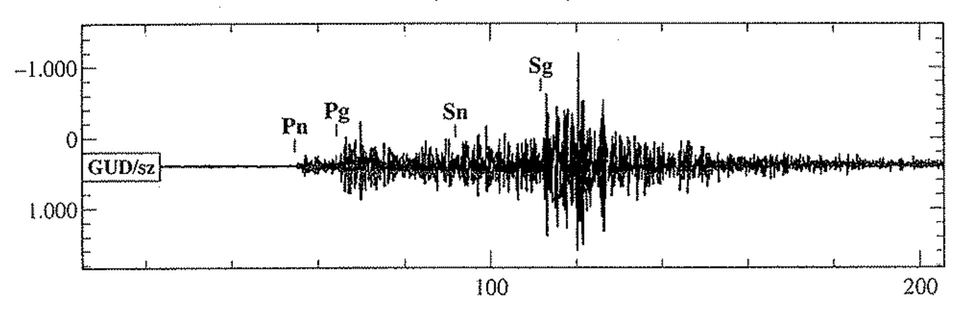


FIGURA 13.9. Registro de la estación de periodo corto GUD (Guadarrama, Madrid) a 320 km del terremoto del 20 octubre 1986, en Sierra de Loja, Granada.

ma corresponden a las ondas superficiales (figura 13.10). En el componente vertical se registran solamente ondas Rayleigh, mientras en los horizontales también las ondas Love (*LQ*) que llegan antes que las Rayleigh (*LR*). A medida que aumenta la distancia se alarga la duración de los trenes de estas ondas. En los terremotos profundos, la generación de ondas superficiales es mucho menos eficiente, por lo que se pueden observar con mayor claridad las distintas ondas internas. Además de las ondas *P* y *S* directas, desde distancias relativamente cortas se observan las ondas reflejadas en el núcleo *PcP*, *ScS* y *PcS*.

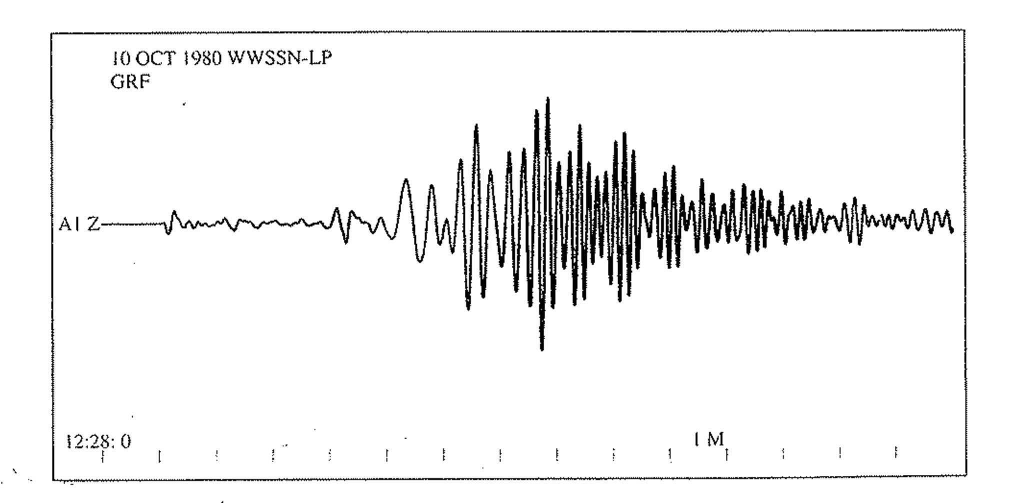


FIGURA 13.10. Registro de largo periodo componente vertical del terremoto de Azores, 10 de octubre de 1980, registrado en la estación de Graffenberg (Alemania, R. F.) a 3.296 km. El tren de ondas predominante corresponde a las ondas Rayleigh.

Otra familia de ondas que aparecen en este rango de distancias son las reflejadas una o más veces en la superficie *PP*, *PPP*, *SS*, *SSS*, *PS*, *PSP*, etc. En los terremotos profundos tiene un papel importante la onda *pP*, ya que el intervalo *pP-P* da una buena indicación de la profundidad del foco. Para distancias alrededor de 60°, aparecen después de la onda *P* la *PcP* a poco más de un minuto y la *PP* e igualmente después de la *S* la *ScS* (un minuto y medio) y la *SS* (Fig. 13.11). A partir de 83°, aparece antes de la *S* la onda *SKS*, refractada en el interior del núcleo. Esta onda empieza a aparecer desde 62°, pero entre 62° y 83° es difícil separarla de la *ScS*, que llega casi al mismo tiempo.

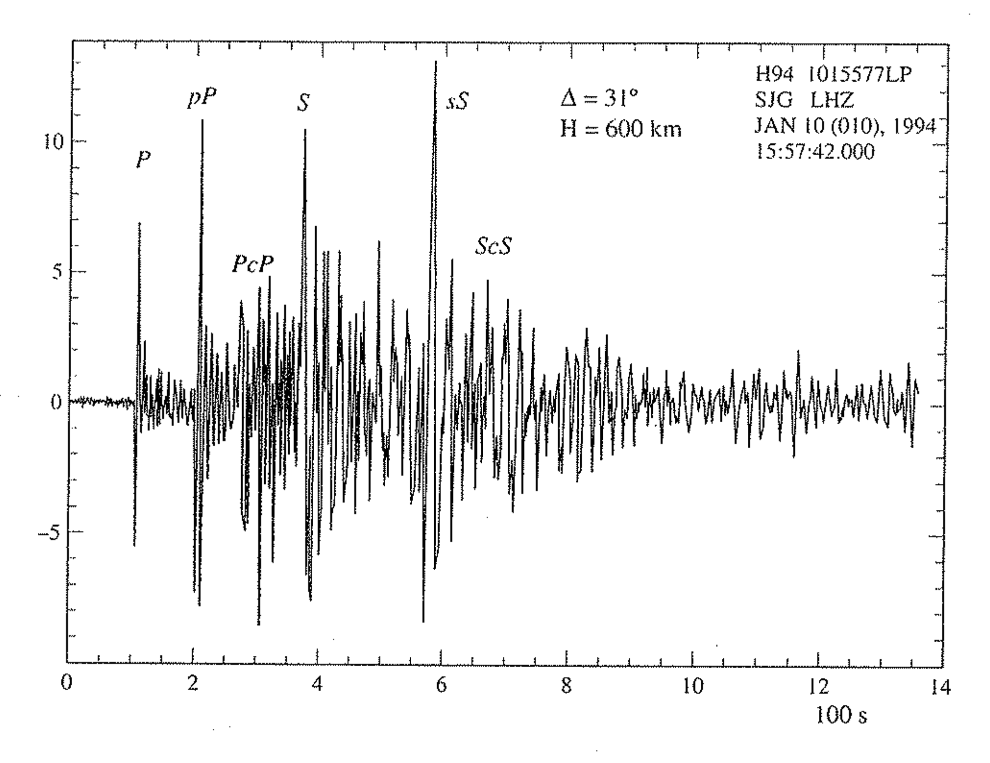


FIGURA 13.11. Registro de un sismógrafo de banda-ancha de la estación SJG (Puerto Rico) a 31° de distancia de un terremoto profundo de Perú, 10 enero 1994.

13.7.3. *Telesismos (105° < Δ < 180°)*

Como ya se vio en el capítulo 9, a partir de la distancia 105° desaparecen las ondas *P* y *S* directas y empiezan a aparecer las ondas que penetran en el núcleo, aunque la *SKS* empieza en realidad a observarse desde los 62°. Debido a la complejidad de las ondas refractadas y reflejadas en el núcleo externo e interno, la apariencia de los sismogramas para este rango de distancias varía mucho de unas distancias a otras. Entre 105° y 143° aparecen en los sismogramas la continuación de la *P* en forma de *P* di-

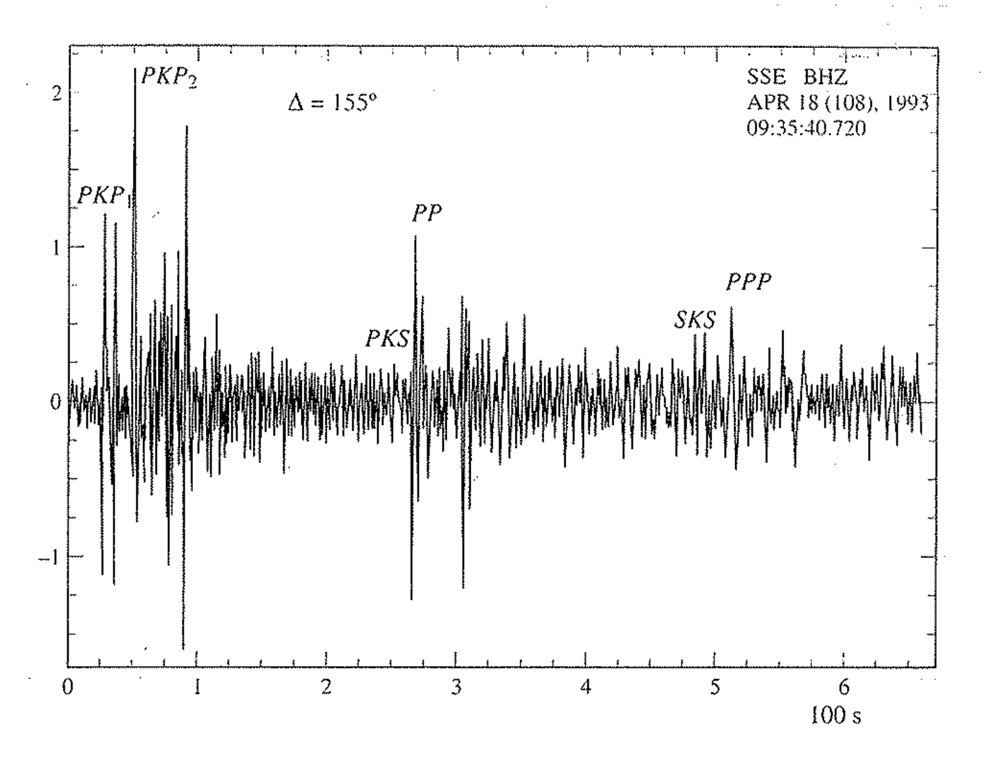


FIGURA 13.12. Registro de un sismógrafo de banda-ancha de la estación SSE (China) a 155° de distancia de un terremoto de Perú, 13 abril 1993.

fractada y las ondas *PKiKP* y *PKIKP* reflejadas y refractadas en el núcleo interno (figura 13.12). La *PKiKP* se puede observar desde 110°, mientras la *PKIKP* se observa mejor entre 130° y 143°. A partir de 143° aparecen las dos ramas de la *PKP*, después de las llegadas de la *PKIKP*. Cerca de 157° desaparece la *PKP*1 y a partir de esa distancia sólo se observan la *PKIKP* y *PKP*2. En los sismogramas para estas distancias siguen apareciendo las ondas reflejadas múltiples *PP*, *PPP*, *SS*, *SSS*, *SP*, *PS*, etc., y en los instrumentos de periodo largo, trenes largos de ondas superficiales. Cuando los terremotos son de gran magnitud, las ondas superficiales pueden dar varias vueltas a la Tierra. Estas ondas se registran mejor en instrumentos de periodo largo y ultralargo y se denominan *R*2, *R*3, *R*4, etc., para las ondas Rayleigh, y *G*2, *G*3, *G*4, etc., para las Love, indicando el número de vueltas dadas a la Tierra (índice impar en una dirección y par en la opuesta).

13.8. Bibliografía

La teoría general de los sismógrafos mecánicos y electromagnéticos ha sido ampliamente tratada desde los comienzos del desarrollo instrumental. Dos obras clásicas son:

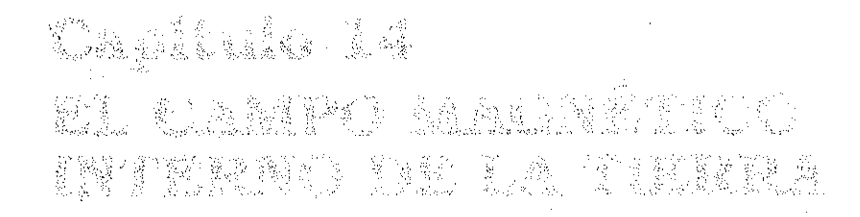
GALITZIN, B. B. (1921): *Conferencias sobre sismometría* (trad. española de V. Inglada, J. García-Siñeriz y W. del Castillo). Instituto Geográfico y Catastral, Madrid.
SOHON, F. W. (1932): *Seismometry*. J. Wiley, Nueva York.

Algunos artículos y obras sobre el desarrollo histórico y nuevas técnicas de instrumentación:

COULOMB, J. (1956): «Seismometrie», en J. BARTEL (ed.): *Handbook of Physics*, vol. 47. Springer Verlag, Berlín.
DEWEY, J., y BYERLY, P. (1969): «The early history of seismometry (to 1900)». *Bull Seis. Soc. Am.*, 59, 183-227.
KISSLINGER, C. (1967): *Seismological instrumentation*. Intern. Inst. of Seismology and Earthq. Eng., Tokio.
MELTON, B. S. (1981): «Earthquake seismograph development: a modern history». *EOS*, 62, 505-510 y 545-548.
WILLMORE, P. L. (1960): «The detection of Earth movements», en S. K. RUNCORN: *Methods and techniques in Geophysics*. Interscience Pub., Nueva York.

En cuanto a la interpretación de seismogramas y sus características se puede encontrar en COUL 10 y 11, y en:

KULHANEK, O. (1990): *Anatomy of seismograms*. Elsevier, Amsterdam.
PAYO, G. (1986): *Introducción al análisis de sismogramas*. Instituto Geográfico Nacional, Madrid.
SIMON, R. B. (1981): *Earthquake Interpretation. A manual for reading seismograms*. William Kaufman, Los Altos (California).
WILLMORE, P. L. (1979): *Manual of seismological observatory practice*. World Data Center for Solid-Earth Geophysics, Boulder.



Náutica industria investigó tal piedra
que cual abraza yedra lisonjera
solicita el que más brilla diamante
en la nocturna capa de la esfera
estrella a nuestro polo más vecina.

LUIS DE GÓNGORA, *Soledades*.

14.1. El campo magnético terrestre y sus componentes

La existencia del campo magnético de la Tierra es conocida desde muy antiguo por sus aplicaciones a la navegación mediante la brújula. El uso de ésta aparece por vez primera en Occidente hacia el siglo XII, aunque es posible que en China se conociera algunos siglos antes. El primer documento escrito que la menciona es el de Alejandro Neckam, monje de S. Albano, en 1187. La declinación magnética y su variación de un lugar a otro fue observada por los navegantes, en especial españoles y portugueses, de los siglos XV y XVI, y se encuentra ya descrita con detalle en la obra de Martín Cortés, publicada en 1551, en la que se distinguen los polos magnéticos de los geográficos. El descubrimiento de la inclinación fue obra de R. Norman, que describió este fenómeno en un opúsculo publicado en Londres, en 1576. En 1600 aparece la obra de W Gilbert (1540-1603), titulada *De magnete*, que podemos considerar como el primer tratado de magnetismo, aunque en ella se refiera al trabajo anterior de Pedro Peregrino de Picardy, del siglo XIII. Gilbert describe sus experimentos con una esfera de magnetita que construyó como modelo de las propiedades magnéticas de la Tierra, y afirma por primera vez que el globo de la Tierra es un inmenso imán. En los siglos XVII y XVIII se desarrollan los principios fundamentales del geomagnetismo; entre los autores que conviene destacar están H. Gellibrand, que observa, en 1635, la variación del campo magnético; E. Halley (1656-1742), que entre 1698 y 1700 publica los primeros mapas magnéticos, y Poisson (1781-1840), que definió el concepto de dipolo y la intensidad de magnetización, contribuyendo a la teoría general del potencial y su aplicación al campo magnético. W. F. Gauss (1777-1855) establece el primer observatorio propiamente geomagnético en 1832, en Göttingen, y publica su obra sobre el magnetismo terrestre en 1839.

La intensidad del campo magnético terrestre es de carácter vectorial y sabemos que su proyección horizontal señala, aunque no exactamente, al Norte Geográfico.

Para estudiar los componentes de la intensidad del campo magnético terrestre se toma como sistema de referencia, en un punto de la superficie de la Tierra, un sistema cartesiano de coordenadas *XYZ* en la dirección Norte, Este, Nadir, o sistema geográfico, en el que el Norte es el Norte Geográfico, o proyección sobre el plano horizontal de la dirección del eje de rotación de la Tierra y se elige positiva la dirección del eje *Z* hacia abajo por ser ésta la dirección del campo magnético en el hemisferio Norte. La intensidad del campo magnético es *F*, su proyección horizontal *H* y los componentes sobre los ejes vienen definidos por *XYZ*. La dirección de *H* señala el Norte Magnético y el ángulo que forma esta dirección con el Norte Geográfico es *D*, la declinación magnética, positiva hacia el Este y negativa hacia el Oeste. El ángulo entre *F* y la horizontal es *I*, el ángulo de inclinación. Las relaciones entre los diversos componentes de *F* son (Fig. 14.1):

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \qquad [14.1]$$

$$H = \sqrt{X^2 + Y^2} \qquad [14.2]$$

$$D = \mathrm{tg}^{-1} \frac{Y}{X} \qquad [14.3]$$

$$I = \mathrm{tg}^{-1} \frac{Z}{H} \qquad [14.4]$$

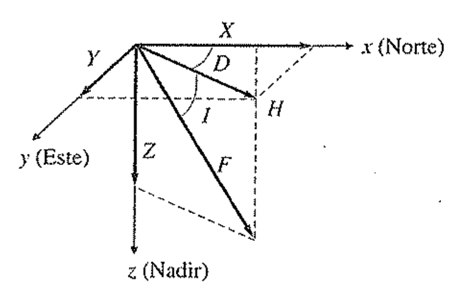


FIGURA 14.1. Descomposición vectorial del campo geomagnético en el sistema de referencia geográfico.

Para definir el campo magnético en un punto bastan tres cantidades que suelen ser X, Y, Z, o *F*, *I*, *D*. Conviene no confundir *H*, el componente horizontal del campo magnético terrestre en un punto de la superficie con ***H***, el vector intensidad del campo magnético, ni *D*, la declinación, con ***D***, el desplazamiento eléctrico. La costumbre generalizada que seguimos aquí utiliza la misma letra en ambos casos.

Ahora bien, todo campo magnético lleva asociado uno eléctrico. Las cantidades que definen un campo electromagnético son ***B***, inducción magnética o también la fuerza magnética; ***H***, intensidad del campo magnético; ***E***, intensidad del campo eléctrico, ***D***, desplazamiento eléctrico, y ***J***, densidad de corriente. Las ecuaciones de Maxwell que relacionan estas cantidades son:

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \qquad [14.5]$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + J \qquad [14.6]$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = q \qquad [14.7]$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \qquad [14.8]$$

donde q es la densidad de carga eléctrica libre. Para un medio isótropo, tenemos además las siguientes relaciones:

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} \qquad [14.9]$$

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\mu} \boldsymbol{B} \qquad [14.10]$$

$$\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E} \qquad [14.11]$$

donde ε es la constante dieléctrica; μ, la permeabilidad magnética del medio, y σ, la conductividad. La última ecuación es la ley de Ohm. En términos de ε_0 y μ_0 la constante dieléctrica y permeabilidad magnética del vacío, ε y μ vienen dadas por:

$$\varepsilon = k_e \varepsilon_0$$

$$\mu = k_m \mu_0$$

donde k_e y k_m son los coeficientes de inducción específica eléctrica y magnética del medio, respectivamente.

Para un campo magnetostático, ***H*** es constante con el tiempo y por lo tanto $\partial \boldsymbol{B}/\partial t = 0$; de esto se sigue que $\nabla \times \boldsymbol{E} = 0$. Si al mismo tiempo $\partial \boldsymbol{D}/\partial t$ es despreciable frente a ***J***, $\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J}$. El campo eléctrico puede deducirse de un potencial escalar ψ y ***H*** de uno vectorial ***A***

$$\boldsymbol{E} = -\nabla \psi$$
$$\boldsymbol{H} = \nabla \times \boldsymbol{A} \qquad [14.12]$$

siendo $\nabla \cdot \boldsymbol{A} = 0$.

Si la región de espacio que se considera está libre de corrientes, $\boldsymbol{J} = 0$ y $\nabla \times \boldsymbol{H} = 0$; en ella la inducción magnética puede deducirse de un potencial escalar Φ,

$$\boldsymbol{B} = -\nabla \Phi \qquad [14.13]$$

Como en muchos problemas de Geomagnetismo, se supone que la región de interés, generalmente, la región cerca de la superficie de la Tierra está prácticamente libre de corrientes eléctricas, en ellos el campo magnético se puede estudiar a partir de este potencial escalar.

En Geomagnetismo, la cantidad que generalmente se utiliza es $\boldsymbol{B}$. Para $\boldsymbol{H}$ y $\boldsymbol{B}$ las unidades empleadas son:

$\boldsymbol{H}$ - SI - amperio por metro (A/m); cgs, oersted (ö).

$\boldsymbol{B}$ - SI - weber por metro cuadrado = tesla (T); cgs, gauss (G).

Las equivalencias entre estas unidades son:

$$1\ \mathrm{G} = 10^{-4}\ \mathrm{T}$$

$$1\ \text{ö} = 10^{3}/4\pi\ \mathrm{A/m}$$

La unidad cgs más empleada es un submúltiplo del gauss, la gamma (γ), que equivale en unidades SI a una nanotesla.

$$1\ \gamma = 10^{-5}\ \mathrm{G} = 10^{-9}\ \mathrm{T}$$

Un ejemplo de los valores de los componentes del campo magnético terrestre son los que corresponden a Madrid para el 1 de enero de 1996:

$$F = 44.332\ \mathrm{nT} \quad ; \quad H = 25.110\ \mathrm{nT} \quad ; \quad Z = 36.535\ \mathrm{nT}$$

$$D = -3°\ 39' \quad ; \quad I = 55°\ 30'$$

Los valores de F, Z, H, D, I, representados sobre un mapa, constituyen las cartas magnéticas. En estas cartas las líneas de igual valor F, H, Z se llaman líneas isodinámicas, de campo total (F) o de componente horizontal (H) y vertical (Z). Las líneas de igual valor del ángulo de declinación D, isógonas, y las de igual valor de la inclinación I, isoclinas. Las líneas correspondientes a $D = 0°$ constituyen la línea agona, la línea de $I = 0°$ constituye el ecuador magnético y los puntos en los que $I = 90°$, los polos magnéticos.

Como ya se ha mencionado, los primeros mapas de la declinación magnética fueron publicados por Halley, en 1701, y el primer mapa mundial de la inclinación fue obra de J. C. Wilcke, en 1768. Un precursor de los mapas de isodinámicas es el publicado por A. von Humboldt, en 1804, de «zonas isodinámicas». Entre los primeros mapas de isodinámicas de F y H se encuentran los publicados por C. Hausteen, en 1826, y otros más completos por L. Duperrey y E. Sabine, en 1833 y 1837, respectivamente. En las figuras 14.7, 14.8 y 14.9 están representadas las cartas magnéticas mundiales de isodinámicas de campo total, isógonas e isoclinas para 1995.

14.2. Reducción de las medidas magnéticas

A diferencia del campo gravitacional de la Tierra, que a excepción del efecto de marea terrestre puede considerarse constante, el campo magnético varía con el tiempo. Sus variaciones más importantes son las siguientes:

- La variación secular de los componentes con un valor aproximado de algunas decenas de nT al año y que en algunos sitios alcanza hasta 150 nT/año y de hasta 6 a 10 minutos/año para la declinación e inclinación. Esta variación está relacionada con los procesos que dan origen al campo interno.
- Las variaciones periódicas, con periodos de doce horas, un día, veintisiete días, seis meses y un año, originadas por el campo externo, que pueden llegar a tener valores de hasta 100 nT.
- Las variaciones no periódicas, llamadas tormentas magnéticas, con intensidades de hasta 500 nT, también producidas por efectos externos.
- Las pulsaciones magnéticas o variaciones de periodo muy corto y pequeña amplitud.

Las características de estas variaciones y su origen se tratarán en los capítulos 15 y 16.

Debido a la presencia de estas variaciones temporales, al hablar del campo geomagnético en un punto de la Tierra, es necesario establecer, además de los valores instantáneos, los valores medios y diarios y anuales. Cuando se está interesado en el campo interno de la Tierra se utilizan los valores medios anuales, en los que quedan suprimidos los efectos de las variaciones debidas al campo externo. Estas medidas se obtienen en los observatorios mediante el registro continuo de las componentes del campo magnético.

Cuando se hacen medidas magnéticas sobre una región, cada una de ellas $\boldsymbol{B}(x, t)$ corresponde a un punto x, y a un tiempo t determinado. Para eliminar de estas medidas la influencia de las variaciones temporales, se tienen que reducir a los valores medios anuales para dicho punto $\bar{\boldsymbol{B}}(x, t)$. Si se considera que el campo geomagnético es prácticamente homogéneo, para distancias menores de 200 km, $\bar{\boldsymbol{B}}(x, t)$ se puede determinar a partir de los valores en el observatorio magnético más próximo, situado en el punto x_0, en la forma:

$$\bar{\boldsymbol{B}}(x, t) = \boldsymbol{B}(x, t) - \boldsymbol{B}(x_0, t) + \bar{\boldsymbol{B}}(x_0, t) \qquad [14.14]$$

donde $\boldsymbol{B}(x_0, t)$ es la medida en el observatorio para el mismo tiempo y $\bar{\boldsymbol{B}}(x_0, t)$ el valor medio obtenido en dicho observatorio.

De forma similar se puede reducir la medida de un tiempo t a otro t_0 y de esta forma reducir todas las medidas a una misma «época»:

$$\bar{\boldsymbol{B}}(x, t_0) = \boldsymbol{B}(x, t) - \bar{\boldsymbol{B}}(x_0, t) + \bar{\boldsymbol{B}}(x_0, t_0) \qquad [14.15]$$

Estas reducciones se hacen para eliminar de las medidas el efecto perturbador del campo externo.

La variación lenta del campo o variación secular $\boldsymbol{s}(t)$ en un intervalo de tiempo Δt, se puede determinar a partir de los valores medios anuales obtenidos en un observatorio magnético, en la forma:

$$\boldsymbol{s}(t) = \frac{1}{\Delta t}\left[\bar{\boldsymbol{B}}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) - \bar{\boldsymbol{B}}\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right)\right] \qquad [14.16]$$

14.3. Campo magnético de un dipolo

El campo magnético terrestre se puede aproximar, en un 90 por 100, por el que produce un dipolo situado en su centro, inclinado 11,5° con respecto a la dirección del eje de rotación. La intersección del eje del dipolo con la superficie de la Tierra define los polos geomagnéticos. El polo Norte o polo Boreal geomagnético corresponde al polo negativo del dipolo y se utiliza como eje positivo de la coordenada x_3 y origen de la coordenada θ.

Un campo magnético dipolar se forma por una corriente eléctrica I, que circula por una espira de área S y su momento viene dado por:

$$m = IS \qquad [14.17]$$

Por analogía con el comportamiento de cargas eléctricas de distinto signo, un dipolo magnético puede considerarse como formado por dos monopolos de distinto signo e intensidad P, separados por una distancia s. Si el dipolo está en la dirección del eje X_3, expresando el potencial escalar del campo de cada monopolo situado en los puntos $(0,0, s/2)$ y $(0,0, -s/2)$, por un desarrollo de Taylor con respecto al origen, tomando sólo el primer término se obtiene para el potencial del dipolo en un punto a distancia r del origen

$$\Phi = \frac{m\mu_0}{4\pi}\frac{\partial}{\partial x_3}\left(\frac{1}{r}\right) = -\,Cm\,\frac{\cos\theta}{r^2} \qquad [14.18]$$

Donde $m = Ps$ es el momento magnético del dipolo, $C = \mu_0/4\pi$ y θ está medido desde el polo negativo del dipolo, por lo que aparece el signo menos en las ecuaciones [14.18], [14.19] y [14.20]. En unidades SI, el momento magnético del dipolo m viene dado en amperios metro cuadrado (Am^2) (Cm puede expresarse en Tm^3, ya que $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ henrios/m).

La inducción magnética $\boldsymbol{B}$ del campo del dipolo vendrá dada por el gradiente del potencial Φ. Tomando coordenadas esféricas (r, θ, λ), si X_3 está en la dirección del eje del dipolo (Fig. 14.2), los componentes de $\boldsymbol{B}$ son:

$$B_r = -\frac{\partial\Phi}{\partial r} = -\frac{2\,Cm\cos\theta}{r^3} \qquad [14.19]$$

$$B_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta} = -\frac{Cm\,\text{sen}\,\theta}{r^3} \qquad [14.20]$$

El ángulo θ es aquí el formado por el eje del dipolo desde el polo negativo y el radio vector r. La relación de estas componentes con X, Y, Z definidas anteriormente con relación a las direcciones geográficas es:

$$Z = -B_r$$
$$H = -B_\theta$$

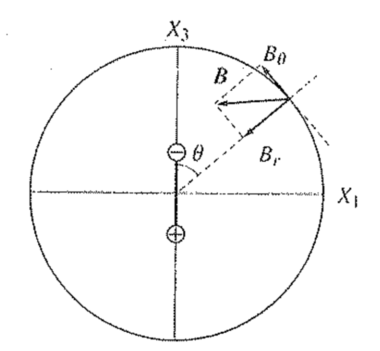


FIGURA 14.2. Componentes en coordenadas polares del campo geomagnético creado por un dipolo centrado.

El módulo de $\boldsymbol{B}$ o intensidad del campo F vendrá dado por:

$$|\boldsymbol{B}| = F = \frac{Cm}{r^3}\sqrt{1 + 3\cos^2\theta} \qquad [14.21]$$

La relación entre el ángulo de inclinación I en un punto y el ángulo θ viene dada por:

$$\text{tg}\, I = \frac{Z}{H} = \frac{B_r}{B_\theta} = 2\,\text{cotg}\,\theta \qquad [14.22]$$

Esta expresión es muy importante, pues relaciona la inclinación en un punto de la superficie con el ángulo que forma el radio en dicho punto con el eje del dipolo.

El valor del campo para $\theta = \frac{\pi}{2}$, sobre la superficie de la Tierra ($r = a$), sólo tiene componente horizontal:

$$Z = -B_r = 0$$

$$H = -B_\theta = \frac{Cm}{a^3} = B_0$$

denominándose B_0 la *constante geomagnética.*

Para $\theta = 0$, el campo es vertical y el componente horizontal es nulo:

$$Z = -B_r = 2B_0$$
$$H = -B_\theta = 0$$

Si el eje X_3 no coincide con el del dipolo, los componentes horizontales del campo magnético X e Y pueden deducirse del potencial Φ en la forma:

$$X = -B_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}$$

$$Y = B_\lambda = -\frac{1}{r \operatorname{sen} \theta}\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}$$

donde θ, λ son ahora las coordenadas geográficas.

14.3.1. *Líneas de fuerza del dipolo*

Las líneas de fuerza del campo del dipolo, líneas que siguen la dirección del vector $\boldsymbol{B}$ en cada punto, se pueden calcular fácilmente a partir de la ecuación para el ángulo α, según la figura 14.3*a*, donde θ está, en este caso, medido desde el polo positivo del dipolo.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dr}{r d\theta} = \frac{B_r}{B_\theta} \qquad [14.23]$$

Teniendo en cuenta que:

$$\frac{B_r}{B_\theta} = 2 \operatorname{cotg} \theta$$

se obtiene la ecuación diferencial

$$\frac{2\, d\theta}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{dr}{r} \qquad [14.24]$$

Integrando se obtiene:

$$\ln r = 2 \ln (\operatorname{sen} \theta) + C$$

$$r = r_0 \operatorname{sen}^2 \theta \qquad [14.25]$$

donde r es el radio vector en cada punto de la línea de fuerza y r_0 el correspondiente a $\theta = \pi/2$ (Fig. 14.3*b*).

Las líneas de fuerza son simétricas con respecto al eje del dipolo y a su plano normal, y se extienden para valores r_0 cada vez mayores en el espacio. Aplicado al campo magnético terrestre, las líneas de fuerza representarían una imagen de dicho campo en la ausencia de influencias externas. En el capítulo 16 se verá que dichas perturbaciones modifican sustancialmente su forma.

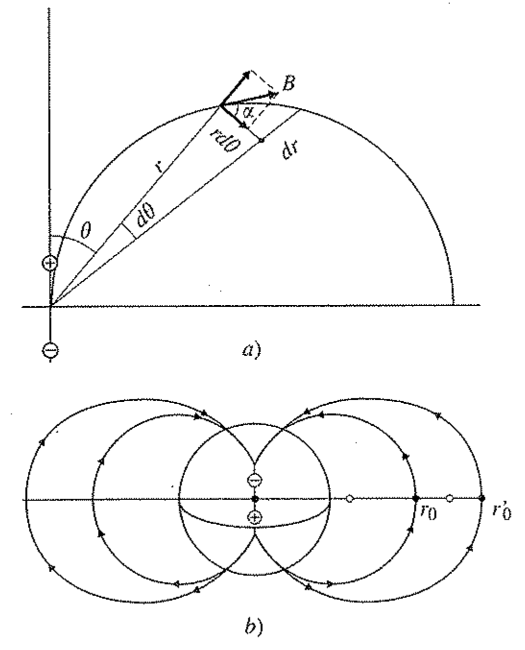


FIGURA 14.3. *a*) línea de fuerza creada por un dipolo; *b*) líneas de fuerza creadas por un dipolo centrado en una esfera.

14.4. El dipolo terrestre. Coordenadas geomagnéticas

Las características aproximadas del dipolo que corresponde al campo magnético de la Tierra, o dipolo terrestre, son:

$$m = 8 \times 10^{22} \text{ Am}^2$$

siendo sus polos geomagnéticos la intersección del eje del dipolo con la superficie,

Boreal: 79° N , 290° E
Austral: 79° S , 110° E

El polo negativo del dipolo está en el hemisferio Norte, es decir, corresponde al polo Boreal. El ángulo entre el eje de rotación y el del dipolo es aproximadamente 11,5°. El valor correspondiente a la constante geomagnética es B_0 = 30.951 nT. Estos valores son aproximados, ya que, como se verá más adelante, cambian con el tiempo.

Las coordenadas tomadas con respecto al eje del dipolo se denominan coordenadas geomagnéticas y se definen de la siguiente forma:

ϕ^*: Latitud geomagnética, medida desde el ecuador geomagnético, definido como el plano normal al eje del dipolo ($-90° \le \phi^* \le 90°$), positiva hacia el Norte y negativa hacia el Sur. Este ángulo es el complementario de θ.

λ^*: Longitud geomagnética con origen en el meridiano geográfico que pasa por el polo geomagnético, positivo hacia el Este ($-180° \leq \lambda^* \leq 180°$). Los meridianos geomagnéticos son los círculos máximos que pasan por los polos geomagnéticos.

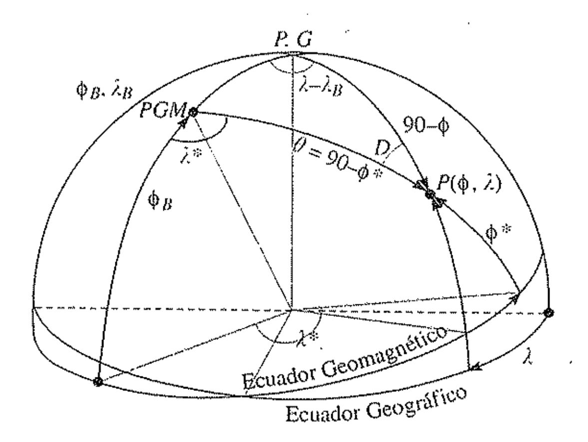


FIGURA 14.4. Sistema de coordenadas geográficas (ϕ, λ) y geomagnéticas (ϕ^*, λ^*) representadas por el ecuador y polo respectivo.

Un punto p de coordenadas geográficas (ϕ, λ) tiene coordenadas geomagnéticas (ϕ^*, λ^*). La equivalencia entre ambas se deduce a partir del triángulo esférico cuyos vértices son el polo geográfico, el polo geomagnético y el punto P. Si (ϕ_B, λ_B) son las coordenadas del polo geomagnético boreal (Fig. 14.4):

$$\operatorname{sen} \phi^* = \operatorname{sen} \phi_B \operatorname{sen} \phi + \cos \phi_B \cos \phi \cos (\lambda - \lambda_B) \quad [14.26]$$

$$\operatorname{sen} \lambda^* = \frac{\operatorname{sen} (\lambda - \lambda_B) \cos \phi}{\cos \phi^*} \quad [14.27]$$

La declinación geomagnética D^* es:

$$\operatorname{sen} D^* = -\frac{\cos \phi_B \operatorname{sen} (\lambda - \lambda_B)}{\cos \phi^*} \quad [14.28]$$

Como $\theta = 90° - \phi^*$, usando la expresión [14.22]:

$$\operatorname{tg} I^* = 2 \operatorname{tg} \phi^* \quad [14.29]$$

Sustituyendo ϕ^* por θ y poniendo $B_0 = Cm/a^3$ en las ecuaciones [14.19] y [14.20], se obtiene para la superficie de la Tierra.

$$Z = 2B_0 \operatorname{sen} \phi^* \quad [14.30]$$

$$H = B_0 \cos \phi^* \quad [14.31]$$

Es importante distinguir entre los polos y ecuador magnéticos (sección 14.1) y los geomagnéticos referidos al eje del dipolo. También se debe distinguir entre la declinación e inclinación magnéticas D e I y las geomagnéticas D^* e I^* que corresponde al campo del dipolo.

14.5. Análisis armónico del campo geomagnético

Un enfoque más general al problema del campo geomagnético consiste en no hacer ninguna hipótesis previa sobre su origen y forma, y deducir ambos de las observaciones sobre la superficie de la Tierra. Para esto suponemos que la región cerca de la superficie está libre de fuentes magnéticas y, por tanto, el potencial del campo geomagnético ha de cumplir la ecuación de Laplace. Teniendo en cuenta la geometría esférica del problema, se busca una solución en forma de armónicos esféricos. Como las observaciones proporcionan valores de la intensidad del campo sobre la superficie (condición de contorno), corresponde en realidad a la resolución del problema de Dirichlet.

El campo geomagnético puede dividirse en dos partes, uno originado en el interior de la Tierra o campo interno y otro en su exterior o campo externo. El campo interno es debido a procesos en el interior del núcleo terrestre y el externo tiene su origen en la ionosfera y magnetosfera. El origen interno de la parte principal del campo magnético terrestre fue ya reconocido en 1600 por Gilbert. El análisis armónico esférico, que había sido introducido por Laplace y Legendre para estudiar problemas gravitacionales, fue aplicado al campo magnético por Gauss en 1839.

Si Φ es el potencial total del campo magnético, lo podemos separar como suma de dos potenciales correspondientes a los campos internos y externo

$$\Phi = \Phi_i + \Phi_e \quad [14.32]$$

Para la región libre de fuentes cerca de la superficie de la Tierra podemos escribir:

$$\nabla^2 \Phi = 0$$

Expresando esta ecuación en coordenadas esféricas (r, θ, λ) nos queda:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \operatorname{sen} \theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\operatorname{sen} \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \operatorname{sen}^2 \theta}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \lambda^2} = 0 \quad [14.33]$$

Las soluciones de esta ecuación se pueden obtener por el método de separación de variables (Apéndice 3) y expresarse en forma de una suma de armónicos esféricos, función de las variables r, θ, λ. La dependencia de r viene dada por potencias positivas y negativas, representando las primeras el efecto de fuentes externas y las segundas de internas. Se pueden, por tanto, expresar los potenciales correspondientes a estos dos tipos de fuentes en la forma:

$$\Phi_i = a \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} S_n(\theta, \lambda) \quad [14.34]$$

$$\Phi_e = a \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{a}\right)^{n} S_n(\theta, \lambda) \quad [14.35]$$

donde a es el radio de la Tierra y las funciones $S_n(\theta, \lambda)$ son los armónicos esféricos de superficie. Éstos vienen dados por:

$$S_n(\theta, \lambda) = \sum_{m=0}^{n} P_n^m(\cos\theta)\,[g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \operatorname{sen} m\lambda] \qquad [14.36]$$

donde g_n^m y h_n^m son constantes y P_n^m las funciones asociadas de Legendre en la forma parcialmente normalizada de Schmidt. Su valor cuadrático medio sobre la superficie total de la esfera es $1/(2n+1)$, es decir, para un grado n no depende del orden m que se considere. Como este valor no es la unidad, las funciones se llaman parcialmente normalizadas. El uso de esta normalización es ventajoso, ya que los armónicos de superficie $S_n(\theta, \lambda)$ son del mismo orden que los correspondientes armónicos zonales $P_n(\theta)$.

14.5.1. *Separación del campo interno y externo*

El campo magnético terrestre, prescindiendo de las variaciones temporales, bien de carácter periódico o transitorio, puede, en principio, tener un origen tanto interno como externo. Gauss propuso separar el efecto de ambos campos a partir de las observaciones de su intensidad sobre la superficie de la Tierra, y determinar la proporción de cada uno de ellos.

Siguiendo el método de Gauss, partimos de una expresión para Φ el campo total, separando las aportaciones del campo interno y externo por medio de los coeficientes C_n^m y S_n^m, de modo que $0 < C_n^m < 1$ y $0 < S_n^m < 1$,

$$\Phi = a \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n} \left\{ \left[C_n^m \left(\frac{r}{a}\right)^n + (1 - C_n^m)\left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \right] A_n^m \cos m\lambda + \left[S_n^m \left(\frac{r}{a}\right)^n + (1 - S_n^m)\left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \right] B_n^m \operatorname{sen} m\lambda \right\} P_n^m(\cos\theta) \qquad [14.37]$$

Si $C_n^m = S_n^m = 0$, el campo es solamente de origen interno si $C_n^m = S_n^m = 1$ lo es externo.

Para evaluar C_n^m y S_n^m se comparan los valores teóricos de las componentes de la intensidad del campo, deducidos de este potencial, con los valores medios anuales observados en la superficie de la Tierra. La componente vertical Z a partir del potencial Φ [14.37] viene dada por:

$$Z(\theta, \lambda) = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)_{r=a} \qquad [14.38]$$

Por otro lado, Z puede expresarse directamente en armónicos de superficie de la forma

$$Z(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n} P_n^m(\cos\theta)\,[\alpha_n^m \cos m\lambda + \beta_n^m \operatorname{sen} m\lambda] \qquad [14.39]$$

Las constantes α_n^m y β_n^m pueden obtenerse a partir de las medidas de Z sobre la superficie de la Tierra, de acuerdo con la relación

$$\alpha_n^m = \frac{2n+1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} Z(\theta, \lambda)\, P_n^m(\cos\theta) \cos m\lambda \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\lambda \qquad [14.40]$$

y de forma similar para β_n^m. Si se dispone de suficientes observaciones de Z, para distintos valores de θ y λ, cubriendo la superficie de la Tierra, podemos evaluar α_n^m y β_n^m. Naturalmente, este cálculo será más exacto cuanto mayor sea el número de observaciones de Z que se disponga y mejor su distribución sobre la superficie. Si se compara el resultado de la ecuación [14.38] con la ecuación [14.39], como el desarrollo de Z debe de ser único, obtenemos las siguientes relaciones:

$$\alpha_n^m = [nC_n^m - (n+1)(1 - C_n^m)]A_n^m \qquad [14.41]$$

$$\beta_n^m = [nS_n^m - (n+1)(1 - S_n^m)]B_n^m \qquad [14.42]$$

De estas relaciones conocemos α_n^m y β_n^m y se pueden calcular C_n^m y S_n^m, si además conocemos A_n^m y B_n^m. Para calcular estos coeficientes independientemente de las observaciones de Z, se utilizan los otros componentes del campo magnético X e Y. Expresemos éstos de la misma forma que en [14.39] con coeficientes γ_n^m y δ_n^m para X y ε_n^m, ζ_n^m para Y. Por otro lado, para puntos en la superficie, el potencial Φ puede expresarse:

$$\Phi = a \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n} P_n^m(\cos\theta)\,[A_n^m \cos m\lambda + B_n^m \operatorname{sen} m\lambda] \qquad [14.43]$$

de forma que a partir de él se obtienen X e Y.

$$X = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)_{r=a} \qquad [14.44]$$

$$Y = -\frac{1}{r \operatorname{sen}\theta}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right)_{r=a} \qquad [14.45]$$

Utilizando los valores de X observados se determinan γ_n^m y δ_n^m, en forma análoga al cálculo de α_n^m y β_n^m. A partir de γ_n^m y δ_n^m utilizando la ecuación [14.43] se obtienen A_n^m y B_n^m igualando los dos desarrollos para X. Los valores observados de Y sirven para verificar los valores obtenidos de los coeficientes A_n^m y B_n^m. A partir de estos valores de A_n^m y B_n^m y las relaciones [14.41] y [14.42], obtenemos los valores para S_n^m y C_n^m. Gauss obtuvo valores para estos coeficientes, del mismo orden que los errores en las observaciones, con lo que demostró que el campo magnético representado por los valores medios anuales puede considerarse producido únicamente por fuentes internas. Hemos indicado que se trata de valores medios anuales y no valores instantáneos o para pe-

riodos cortos de tiempo, pues ya veremos que estos valores sí están afectados por influencias de campos externos.

14.6. Coeficientes del campo de origen interno

El potencial del campo geomagnético interno puede expresarse en función de las coordenadas geográficas (r, θ, λ) y en términos de armónicos esféricos en la forma:

$$\Phi = a \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} P_n^m(\cos \theta) \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} (g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \operatorname{sen} m\lambda) \qquad [14.46]$$

Los coeficientes g_n^m y h_n^m se determinan a partir de los componentes de la intensidad del campo X, Y, Z. La primera de estas determinaciones fue la de Gauss, en 1835, que calculó los coeficientes hasta $m = n = 4$. Más tarde, Schmidt extendió el análisis para el campo correspondiente a 1885, hasta $m = n = 6$. Más recientemente este análisis se ha extendido a armónicos de orden superior, como el de Fanselau y Kautzleben para 1945, hasta $m = n = 15$, y el de Vestine para 1955, hasta orden 12. Hasta el lanzamiento de los primeros satélites artificiales, los análisis se basaban únicamente en datos observados en estaciones magnéticas. A partir de 1957 se introducen las observaciones de los satélites, que aumentan la precisión de los cálculos. Sin embargo, no es factible aumentar indefinidamente el número de coeficientes. El problema de establecer el límite superior para n es bastante complejo. En general, como límite se toma 12 ó 13. A continuación se presenta la relación existente entre los primeros coeficientes y los parámetros que definen un dipolo centrado y uno excéntrico.

14.6.1. *El dipolo centrado*

Debido al carácter dipolar de los campos magnéticos $g_0^0 = 0$, ya que este coeficiente corresponde a un monopolo magnético independiente. Por tanto, los primeros coeficientes distintos de 0 corresponden a $n = 1$; $m = 0{,}1$.

La expresión de Φ; para $n = 1$, es:

$$\Phi = \frac{a^3}{r^2} [g_1^0 \cos \theta + \operatorname{sen} \theta (g_1^1 \cos \lambda + h_1^1 \operatorname{sen} \lambda)] \qquad [14.47]$$

ya que $P_1^0 = \cos \theta$ y $P_1^1 = \operatorname{sen} \theta$.

Las expresiones para los componentes del campo en la superficie $(r = a)$ son:

$$Z = -2g_1^0 \cos \theta - 2g_1^1 \cos \lambda \operatorname{sen} \theta - 2h_1^1 \operatorname{sen} \lambda \operatorname{sen} \theta \qquad [14.48]$$

$$X = -g_1^0 \operatorname{sen} \theta + g_1^1 \cos \lambda \cos \theta + h_1^1 \operatorname{sen} \lambda \cos \theta \qquad [14.49]$$

$$Y = g_1^1 \operatorname{sen} \lambda - h_1^1 \cos \lambda \qquad [14.50]$$

Si llamamos θ_B y λ_B las coordenadas geográficas del polo magnético boreal, para este punto $F = Z = 2B_0$ y $X = Y = 0$. Sustituyendo en la ecuación [14.50] resulta:

$$g_1^1 \operatorname{sen} \lambda_B - h_1^1 \cos \lambda_B = 0$$

$$\operatorname{tg} \lambda_B = \frac{h_1^1}{g_1^1} \qquad [14.51]$$

Sustituyendo en [14.48] y [14.49], se obtiene:

$$B_0 = -g_1^0 \cos \theta_B - g_1^1 \cos \lambda_B \operatorname{sen} \theta_B - h_1^1 \operatorname{sen} \lambda_B \operatorname{sen} \theta_B \qquad [14.52]$$

$$0 = -g_1^0 \operatorname{sen} \theta_B + g_1^1 \cos \lambda_B \cos \theta_B + h_1^1 \operatorname{sen} \lambda_B \cos \theta_B \qquad [14.53]$$

Multiplicando [14.52] por $\cos \theta_B$ y [14.53] por $\operatorname{sen} \theta_B$ y sumando se obtiene:

$$\cos \theta_B = -g_1^0/B_0 \qquad [14.54]$$

Por otro lado, si se consideran puntos en el ecuador geográfico, sustituyendo $\theta = \frac{\pi}{2}$ en las ecuaciones [14.48], [14.49] y [14.50], elevando al cuadrado y sumando obtenemos:

$$\left(\frac{Z}{2}\right)^2 + X^2 + Y^2 = (g_1^0)^2 + (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2 = B_0^2 \qquad [14.55]$$

El valor del momento magnético del dipolo será:

$$m = \frac{4\pi a^3}{\mu_0} [(g_1^0)^2 + (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2]^{1/2} \qquad [14.56]$$

Por tanto, a partir de los tres coeficientes g_1^0, g_1^1, h_1^1 se puede determinar la orientación y momento magnético del dipolo, en el centro de la Tierra.

La primera determinación de estos tres coeficientes es la de Gauss, en 1838, que obtuvo para 1835 los valores siguientes en nanoteslas:

$$g_1^0 = -32.350 \quad ; \quad g_1^1 = -3.110 \quad ; \quad h_1^1 = 6.250$$

Los valores para 1965.0 son:

$$g_1^0 = -30.388 \quad ; \quad g_1^1 = -2.117 \quad ; \quad h_1^1 = 5.760$$

La primera determinación de B_0, ϕ_0, λ_0 es la de Schmidt, publicada en 1898, para la época 1885.5 (1 julio 1885):

$$B_0 = 32.380 \text{ nT} \quad ; \quad \phi_0 = 78° 32' \text{ N} \quad ; \quad \lambda_0 = 68° 30' \text{ W}$$

Los valores determinados para 1965.0 (1 enero 1965) son:

$$B_0 = 31.001 \text{ nT} \quad ; \quad \phi_0 = 78° \, 35' \text{ N} \quad ; \quad \lambda_0 = 69° \, 49' \text{ W}$$

El momento del dipolo es $m = 8{,}37 \times 10^{22}$ Am^2 para 1885 y $7{,}95 \times 10^{22}$ Am^2 para 1965. Las diferencias entre los valores obtenidos en 1885 y 1965 se deben a la variación secular del campo magnético terrestre con el tiempo, que se explicará en el capítulo 15. En la figura 14.5 se muestran las líneas de igual declinación debidas al campo del dipolo centrado.

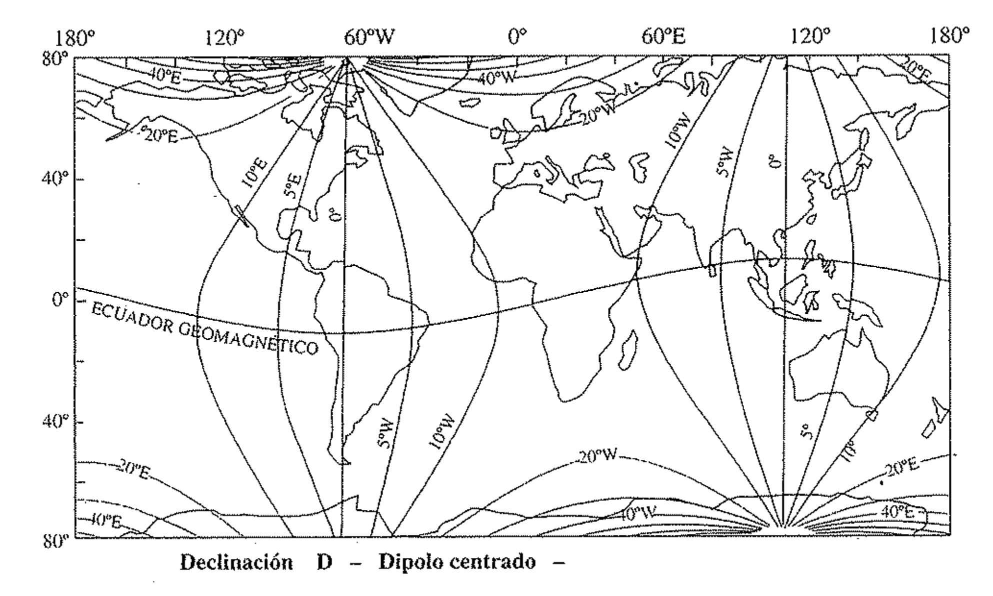


FIGURA 14.5. Líneas de igual declinación magnética correspondientes al campo del dipolo centrado.

14.6.2. *El dipolo excéntrico*

Los coeficientes para el valor de $n = 2$, $m = 0, 1, 2$ son g_2^0, g_2^1, g_2^2, h_2^1, h_2^2. Para 1965, los valores obtenidos para esos coeficientes son, en nanoteslas:

$$g_2^0 = -1.637 \quad ; \quad g_2^1 = 2.981 \quad ; \quad g_2^2 = 1.583 \quad ; \quad h_2^1 = -2.004 \quad ; \quad h_2^2 = 127$$

Estos coeficientes determinan el punto en el que está situado el dipolo, desplazado del centro de la Tierra, por lo que se conocen como coeficientes del dipolo excéntrico. Las coordenadas cartesianas del centro del dipolo excéntrico, con respecto al origen en el centro de la Tierra (x e y en el plano ecuatorial), son:

$$x = 38 \text{ km} \quad ; \quad y = 324 \text{ km} \quad ; \quad z = 107 \text{ km}$$

La distancia del centro del dipolo al centro de la Tierra es de 342 km. Los puntos de intersección del eje del dipolo con la superficie de la Tierra son:

$$80{,}1° \text{ N} \quad , \quad 273{,}3° \text{ E} \quad ; \quad 76{,}3° \text{ S} \quad , \quad 121{,}2° \text{ E}$$

Debido a que este dipolo es excéntrico, estos puntos de intersección no corresponden a $I = 90°$, es decir, no son polos magnéticos.

14.6.3. *Campo no-dipolar*

Si examinamos los valores de los coeficientes del desarrollo del campo geomagnético, vemos que el valor del coeficiente g_1^0 predomina sobre todos los demás (aproximadamente cinco veces el mayor de los siguientes). Este coeficiente representa el campo de un dipolo centrado y orientado en la dirección del eje de rotación de la Tierra. Si se añaden los coeficientes g_1^1 y h_1^1, el eje del dipolo se encuentra inclinado aproximadamente 11,5° con respecto al de rotación. Los coeficientes para $n = 2$ definen el punto separado del origen donde está situado el dipolo excéntrico. Todos los demás coeficientes para $n > 2$ corresponden a los aspectos del campo no representables por un dipolo. Estos términos, al depender de potencias negativas cada vez mayores de r, tienen cada vez menor importancia. Más aún, si nos alejamos de la superficie de la Tierra, la influencia de estos términos es cada vez menor y el campo se reduce al del dipolo centrado.

La importancia del dipolo centrado para representar el campo magnético terrestre hace que se divida la intensidad observada en dos partes, una debida al dipolo $\boldsymbol{B}_d$ y la diferencia, que recibe el nombre de campo no-dipolar $\boldsymbol{B}_{nd}$:

$$\boldsymbol{B}_{nd} = \boldsymbol{B} - \boldsymbol{B}_d$$

Aunque $\boldsymbol{B}_d$ constituye el 90 por 100 del campo total, el campo no-dipolar $\boldsymbol{B}_{nd}$ es también importante y en algunos lugares concretos puede llegar a alcanzar valores de 10.000 nT. Al hablar de la variación secular se verá que un aspecto de ella afecta a este campo. La distribución global del campo no-dipolar se ha representado en la figura 14.6.

14.7. El campo geomagnético internacional de referencia

En el apartado anterior se ha visto la determinación de los coeficientes del desarrollo en armónicos esféricos del campo magnético terrestre, y el significado de los coeficientes hasta $n = 2$. Estos coeficientes definen el campo de un dipolo cuyo centro está a cierta distancia del de la Tierra. Un ajuste mejor al campo geomagnético requiere la determinación de los coeficientes de armónicos de orden superior. Modernamente para la determinación de estos coeficientes se emplean, además de los datos de los observatorios magnéticos, las observaciones obtenidas por satélites artificiales, entre ellos los de las series OGO (Orbital Geomagnetic Observatory), cuyo lanzamiento se inició en 1965, y COSMOS. El desarrollo de los métodos modernos de medida del campo magnético, cuyo fundamento se tratará en el capítulo 17, ha contribuido de manera decisiva al conocimiento actual de este campo.

FIGURA 14.6. Mapa de los valores de Z en nT de la intensidad de la componente no-dipolar del campo magnético para 1945.

A partir de 1960 se empezaron a establecer modelos a escala mundial que sirven de referencia para la reducción de las observaciones geomagnéticas. Estos modelos, que reciben el nombre de «Campo Geomagnético Internacional de Referencia» (IGRF —International Geomagnetic Reference Field—), están definidos por los coeficientes del desarrollo en armónicos hasta un cierto orden y de sus derivadas con respecto al tiempo. De esta forma puede extrapolarse para otros años, distintos de aquel para el que están definidos, dentro de un cierto margen de validez. El primero de éstos fue adoptado por IAGA, en 1968, corresponde a 1965 y se denomina IGRF-1965.0. El desarrollo incluye 80 coeficientes g_n^m, h_n^m y otros 80 de sus derivadas $\dot{g}_n^m$, $\dot{h}_n^m$, es decir, hasta orden $m = n = 8$. Esta aproximación se mantiene para todos los campos de referencia subsiguientes. En 1975 se adoptó una puesta al día de este campo, el IGRF-1975.0. En 1981 se ha adoptado el tercer campo de referencia IGRF-1980.0. Para este campo, los coeficientes se han vuelto a determinar a partir de nuevas observaciones, lo que no se hizo con el IGRF-1975.0, que sólo fue una actualización del anterior IGRF-1965.0. Una nueva actualización se ha publicado en 1995. Los primeros coeficientes del campo IGRF-1995.0 hasta $m = n = 4$ vienen dados en la tabla 14.1 y los mapas magnéticos correspondientes para el campo total F, la declinación D, y la inclinación I, en las figuras 14.7, 14.8 y 14.9.

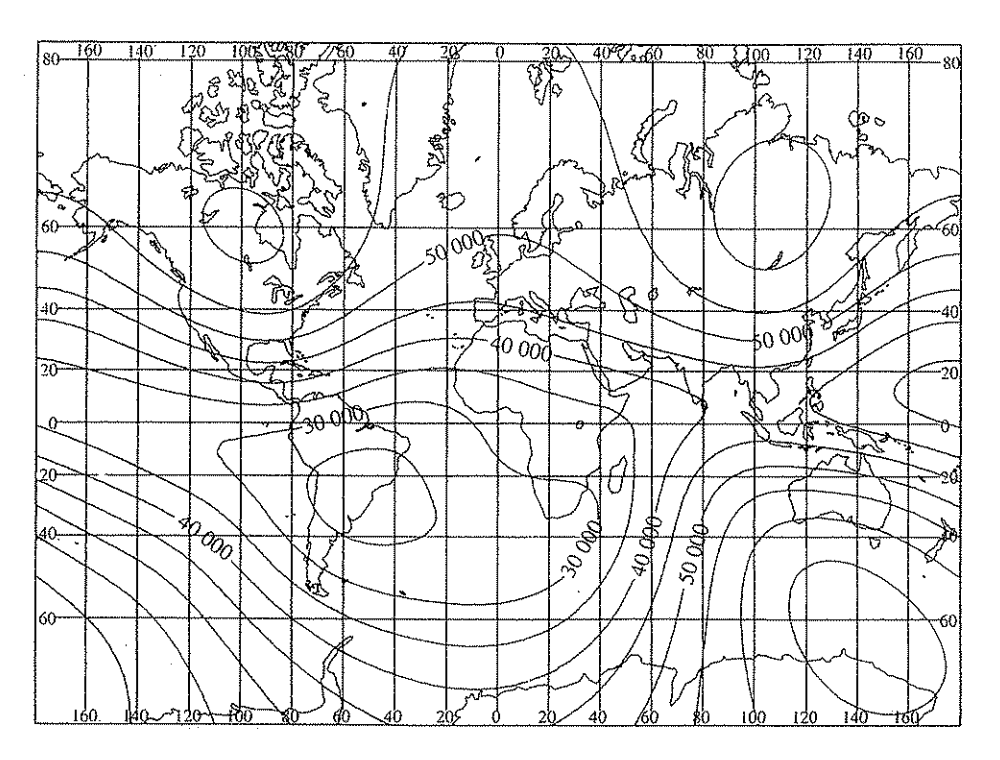


FIGURA 14.7. Mapa de la intensidad total del campo geomagnético F en nT (IGRF-1995).

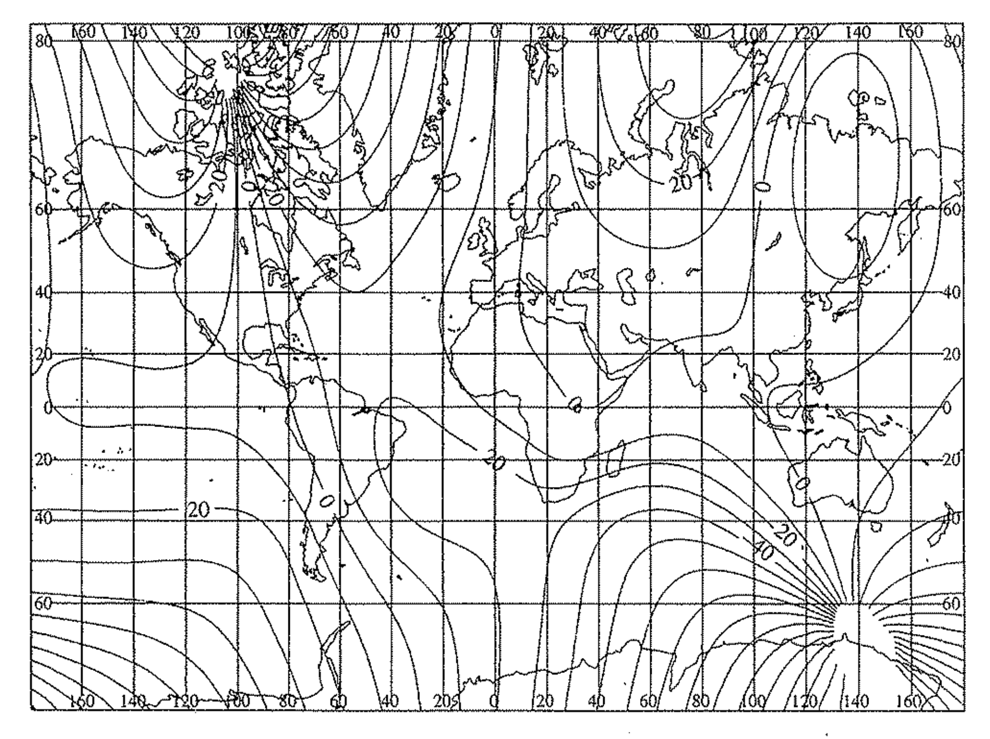


FIGURA 14.8. Mapa de la declinación magnética D en grados (IGRF-1995).

TABLA 14.1. *Coeficientes del IGRF-1995.0*

Campo interno (g_n^m y h_n^m)					
n/m	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*
1	−29.682	−1.789			
		5.318			
2	−2.197	3.074	1.685		
		−2.356	−425		
3	1.329	−2.268	1.249	769	
		−263	302	−406	
4	941	782	291	−421	116
		262	−232	98	−301

TABLA 14.1. (*cont.*)

Variación secular ($\dot{g}_n^m$ y $\dot{h}_n^m$)					
n/m	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*
1	17,6	13,0			
		−18,3			
2	−13,2	3,7	−0,8		
		−15,0	−8,8		
3	1,5	−6,4	−0,2	−8,1	
		4,1	2,2	−12,1	
4	0,8	0,9	−6,9	0,5	−4,6
		1,8	1,2	2,7	−1,0

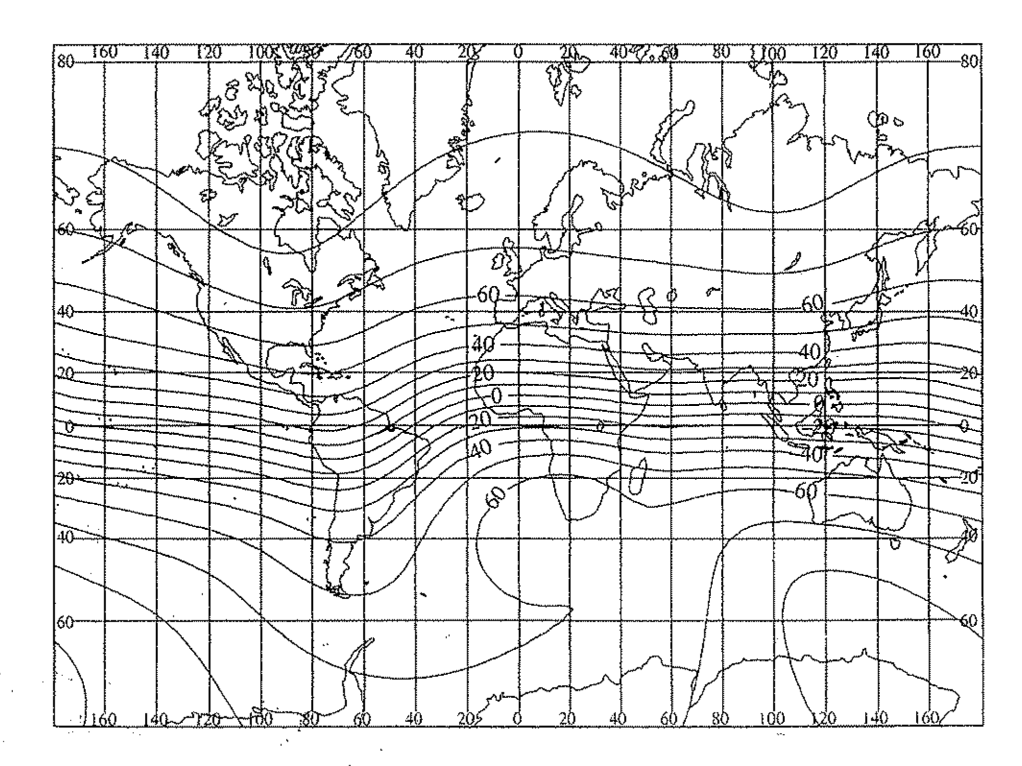


FIGURA 14.9. Mapa de la inclinación magnética I en grados (IGRF-1995).

14.8. Bibliografía

Las ideas básicas sobre el campo magnético terrestre pueden encontrarse en los capítulos de los textos generales de geofísica COUL 26 y 31, STAC 5, GARL 15 y 17 y OFFI 9. El texto que puede considerarse clásico en esta materia son los dos volúmenes de CHAPMAN y BARTELS. De alguna manera el editado por MATSUSHITA y CAMPBELL puede considerarse como puesta al día del clásico ya mencionado. Recientemente han aparecido el texto de PARKINSON (1983) y el más especializado de MERRIL y MCELHINNY (1983), que recogen los últimos avances en esta ciencia. El libro de DE MIGUEL merece ser destacado por ser uno de los pocos textos escritos en español.

BRUN, J. M. (1970): Apuntes de Geomagnetismo y Aeronomía. Universidad Complutense, Facultad de Ciencias, Madrid.
CHAPMAN, S., y BARTELS, J. (1951): *Geomagnetism* (2 vols.). Clarendon Press, Oxford.
DELCOURT, J. J. (1990): *Magnétisme Terrestre*. Introduction. Masson, París.
JACOBS, J. A. (ed.) (1987, 1989, 1991). *Geomagnetism* (4 volúmenes). Academic Press, Nueva York.
MATSUSHITA, S., y CAMPBELL, W. H. (1967): *Physics of geomagnetic phenomena*. Academic Press, Nueva York. En especial el cap. II.2, E. H. VESTINE: «Main Geomagnetic field».
MERRILL, R. T., y MCELHINNY, M. W. (1983): *The earth's magnetic field. Its history, origin and planetary perspective*. Academic Press, Londres.
MIGUEL, L. DE (1980): *Geomagnetismo*. Instituto Geográfico Nacional, Madrid.
PARKINSON, W. D. (1983): *Introduction to Geomagnetism*. Elsevier, Amsterdam.
PETROVA, G. N.; BORROV, V. N., y PUDOVKIN, M. I. (1980): *Geomagnetism*. IUGG publ., París.
RIKITAKE, T., y HONKURA (1986): *Solid Earth Geomagnetism*. Terra Scientific Publ., Tokio.
WIENERT, K. A. (1970): *Methodes d'observation et de prospection geomagnetiques*. UNESCO, Science de la Terre 5, París.

Sobre el desarrollo en armónicos del campo terrestre se pueden consultar los siguientes artículos:

LEATON, B. R.; MALIN, J., y EVANS, T. E. (1965): «An analytical representation of the estimated geomagnetic field and its secular change for the epoch 1965.0». *J. Geom. and Geoelec.*, 17, 187-194.
WESTINE, E. H. (1947): «The geomagnetic field its description and analysis». *Carnegie Inst. Washington*, publ. 580.
ZMUDA, A. J. (1971): «World magnetic survey 1957-1969». *IAGA Bull.*, 28, *IUGG publ.*, París.

Sobre el Campo Geomagnético Internacional de Referencia (IGRF), una referencia reciente es «International Geomagnetic Reference Field, 1991 Revision. IAGA, Division V, Working Group 8: Analysis of the main field and secular variation», R. A. Langel, Chairman. Geophysics 57, 956-959, 1992.

Por difundir su alma en los metales
por dar el fuego al hierro sus orientes,
al dolor de los yunques inclementes
lo arrastran los herreros torrenciales.

MIGUEL HERNÁNDEZ, *Soneto final*.

15.1. Variación secular

Las variaciones temporales del campo magnético terrestre, de periodo muy largo que sólo se aprecian al comparar valores medios anuales durante varios años, reciben el nombre genérico de «variación secular». Su existencia fue puesta de manifiesto por primera vez por H. Gellibrand (1597-1636), en 1634, al examinar las observaciones de la declinación en Londres para los años 1580, 1622 y 1634, en las que constató una disminución total de D de 7° en el periodo de tiempo indicado. Halley concluyó ya en 1692 que esta variación correspondía a una deriva hacia el oeste del campo magnético terrestre, a la que asignó un origen interno, producido por un giro más lento del interior de la Tierra que el de sus capas más superficiales. Los cambios de la declinación e inclinación en un punto dado constituyen las primeras observaciones de la variación secular. En la figura 15.1 se representan las curvas de la variación de D e I en Londres y París entre 1540 y 1960. Las curvas tienen la forma de un lazo casi cerrado que cruza la línea agona ($D = 0$) hacia 1650. En las observaciones de la intensidad del campo, la variación secular se pone de manifiesto por una disminución lenta y continua de éste.

El efecto total de la variación secular se suele dividir en dos partes, una que afecta al campo del dipolo $\boldsymbol{B}_d$ y otra al campo residual, no-dipolar, $\boldsymbol{B}_{nd}$. El efecto más importante de la variación secular del campo dipolar es una disminución continua del momento magnético del dipolo en, aproximadamente, 0,05 por 100 anual. Desde las primeras medidas del momento magnético del dipolo en 1839 hasta nuestros días, el resultado ha sido una disminución del valor del momento en, aproximadamente, $0{,}5 \times 10^{22}$ Am^2 (Fig. 15.2).

Otro elemento de la variación secular es el cambio en la orientación del eje del dipolo, que para algunos autores, como Nagata, está compuesta por un movimiento de precesión hacia el oeste de 0,05°/año en longitud y otro de cambio de latitud de

FIGURA 15.1. Variación secular de la declinación en Londres y París. Las líneas discontinuas corresponden a una extrapolación de sus valores (según Gaibar-Puertas).

0,02°/año. El resultado es un movimiento en espiral del polo magnético en torno al polo de rotación de la Tierra. Otros autores, como Le Mouel, estiman, sin embargo, que la latitud del polo del eje dipolar ha permanecido prácticamente constante en los últimos cien años.

Otra forma de describir la variación secular del campo dipolar es dividir el dipolo central inclinado en sus dos componentes en la dirección del eje de rotación y en el plano ecuatorial. La variación vendría dada por una disminución de la intensidad del primero y otra aún más rápida de la del segundo, que además tendría un movimiento de giro hacia el oeste.

En el campo no dipolar, la variación secular consiste principalmente en una deriva general de las características de este campo de este a oeste, con una velocidad de, aproximadamente, 0,2° de longitud por año. Es discutible si esta deriva es un fenómeno estable que nos permita extrapolar la situación del campo no dipolar en el pasado, o es sólo un fenómeno episódico. También se observa una variación con aumentos y disminuciones de intensidad en los rasgos del campo no-dipolar, con cambios de, aproximadamente, 10nT/año. Estas características no son, sin embargo, muy estables y no todos los autores dan la misma importancia a la deriva hacia el oeste del campo no-dipolar.

Algunos efectos de esta deriva han sido también vinculados a una deriva del centro del dipolo excéntrico, 0,3% año hacia el oeste y 0,2% hacia el norte, alejándose del centro de gravedad de la Tierra a un ritmo de, aproximadamente, 2 km/año.

En conclusión, las características más importantes de la variación secular, que pueden deducirse de las observaciones magnéticas de poco más de dos siglos, son una disminución de su momento, un desplazamiento de su eje para el dipolo central y una deriva hacia el oeste del campo no-dipolar.

Por otro lado, como ya se verá en el capítulo 18, los datos del Paleomagnetismo indican que el campo magnético de la Tierra ha sufrido cambios continuos de intensi-

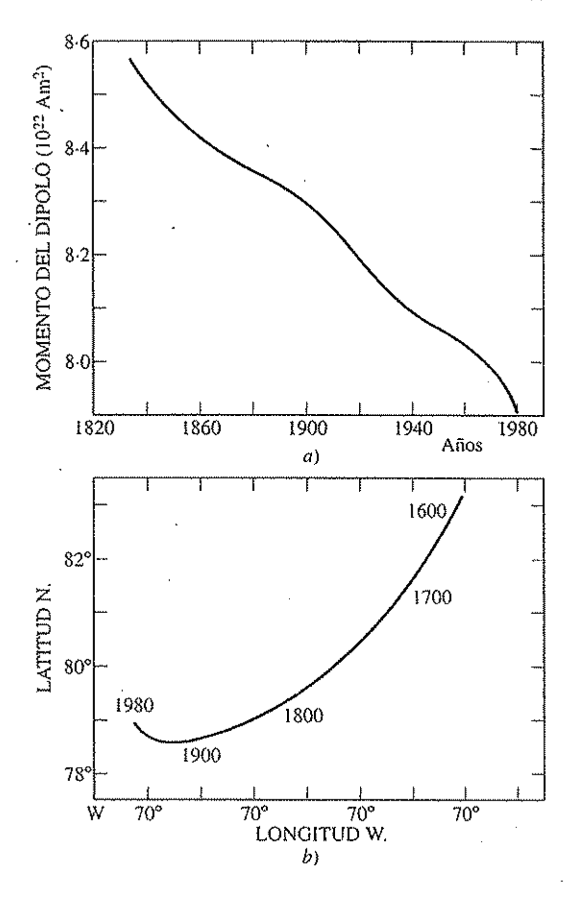


FIGURA 15.2. *a*) variación secular del momento del dipolo geomagnético; *b*) variación de la posición del Polo Norte geomagnético del dipolo terrestre.

dad e inversiones de polaridad a lo largo de las épocas geológicas. Al mismo tiempo, es posible que haya existido una verdadera migración de los polos geomagnéticos. Sin embargo, para épocas recientes, la orientación del dipolo magnético, tomando su valor medio sobre decenas de miles de años, coincide sensiblemente con la del eje de rotación.

De la misma forma que se construyen mapas de los componentes del campo magnético terrestre, como vimos en el capítulo anterior, también se hace lo mismo con sus variaciones, lo que permite extrapolar los mapas de un año para otro. En las figuras 15.3, 15.4 y 15.5 se representan los mapas mundiales de la variación secular (*F*, *D* e *I*) correspondiente al campo IGRF-1995.0.

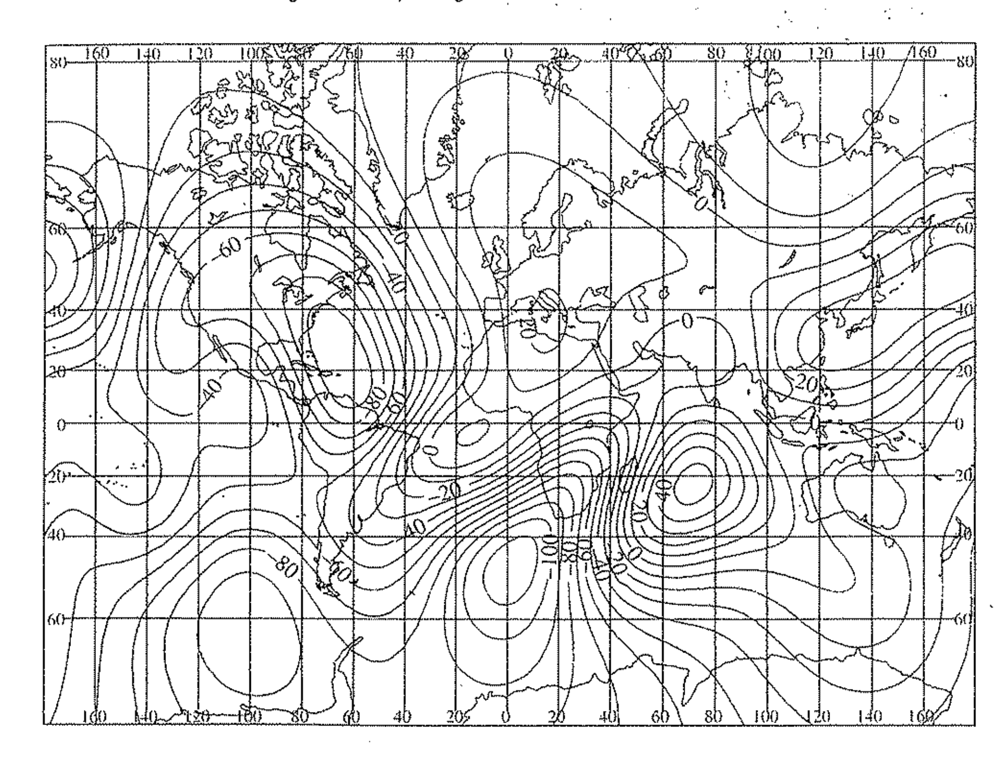


FIGURA 15.3. Variación anual de la intensidad total del campo geomagnético F en nT/año (IGRF-1995).

15.2. Origen del campo magnético interno

El problema del origen del campo magnético interno presenta dificultades especiales, ya que ha de explicar tanto su morfología actual como las variaciones seculares que ya hemos descrito. El primer modelo del origen del campo magnético interno es el de Gilbert, que concebía la Tierra como una esfera homogénea y permanentemente magnetizada. En este caso consideramos M la magnetización específica y V el volumen de la Tierra, su momento total es $\boldsymbol{m} = MV$. Para las dimensiones y el momento magnético de la Tierra M, debe ser del orden de 80 A/m. Como el valor de M para la magnetita es del orden de 10^5 A/m, bastaría una difusión del 1 por 1.000 de este mineral en las rocas que forman la Tierra par explicar el valor del momento magnético. Sin embargo, el problema más grave para este tipo de modelo es que el gradiente térmico en el interior de la Tierra produce temperaturas por encima de 750 °C a menos de 25 km de profundidad. Como esta temperatura es aproximadamente la del punto de Curie para la magnetita, los minerales a partir de esa profundidad no tienen propiedades magnéticas. Por tanto, se tendría que concentrar la magnetización en los minerales de la corteza. Si se supone sólo una corteza de 20 km, la magnetización específica necesaria para que resulte un campo magnético como el de la Tierra sería del

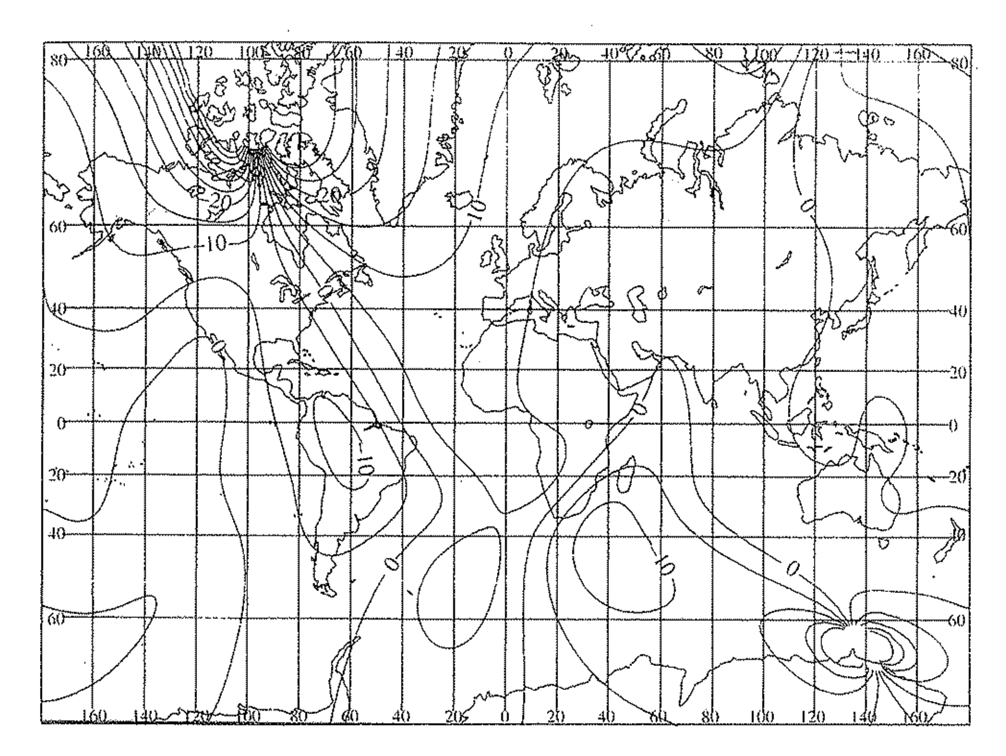


FIGURA 15.4. Variación anual de la declinación magnética D en minutos/año (IGRF-1995).

orden de 10^3 A/m, y si ampliamos a un espesor de 100 km, del orden de 10^2 A/m. Pero la magnetización específica de la mayoría de las rocas es mucho menor que este valor, por lo que se necesitaría prácticamente una corteza de mineral ferromagnético puro. Por otro lado, no se explica por qué la magnetización es siempre en el mismo sentido y por qué el eje del dipolo resultante coincide, aproximadamente, con el de rotación de la Tierra. Este último factor indica que de algún modo los procesos que dan origen al campo magnético deben estar relacionados con la rotación de la Tierra. Tampoco la magnetización permanente explica la variación secular, que indica un origen dinámico del campo magnético.

Otras teorías, posteriores a la de la imanación permanente, son las que se basan en rotación de cargas eléctricas, presentada por Sutherland, en 1900, y Angenheister, en 1925. Este efecto supone la existencia de corrientes eléctricas en la Tierra de intensidad muy elevada. Blakett, en 1947, supuso que todo astro en rotación tiene un momento magnético proporcional a su momento cinético, pero no explicaba en qué se basa este efecto. También se han propuesto otras teorías que se basan en el fenómeno termoeléctrico y el efecto Hall.

Todas estas teorías han sido actualmente abandonadas por las que postulan la existencia en el núcleo de la Tierra de fenómenos semejantes a los de una dinamo

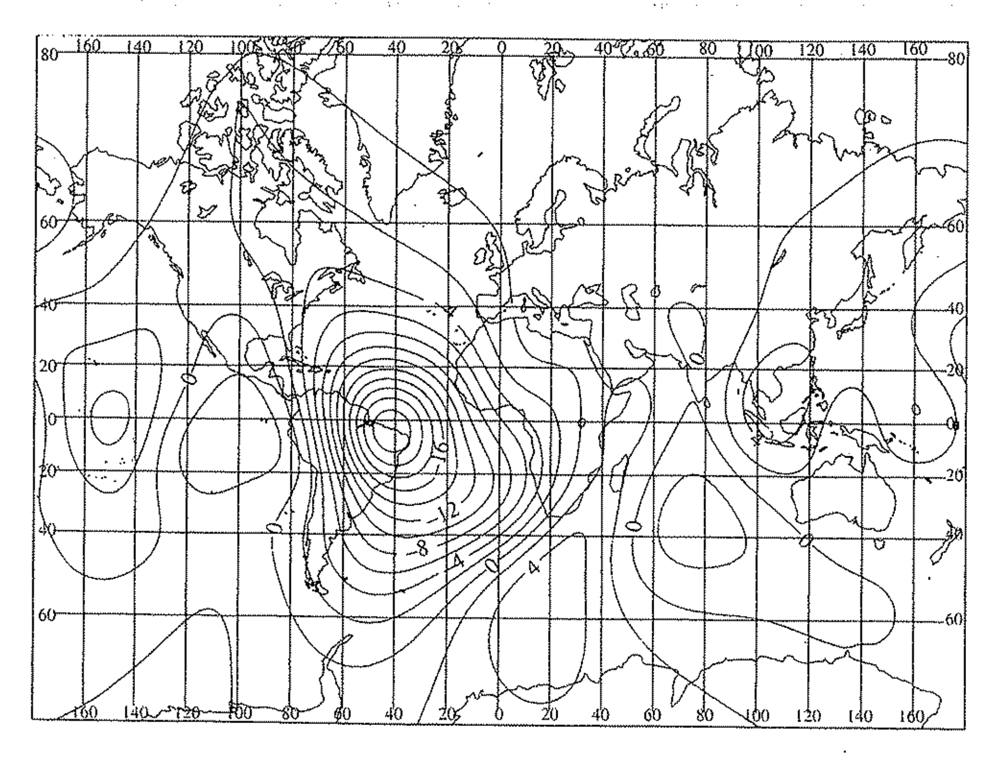


FIGURA 15.5. Variación anual de la inclinación magnética I en minutos/año (IGRF-1995).

autoexcitada. Varios indicios geofísicos sobre la existencia de un núcleo terrestre de naturaleza fluida y alta densidad, compuesto casi en su totalidad de hierro, sirven de base a las teorías que ponen el origen del campo magnético en procesos dinámicos en su interior.

J. Lamor (1857-1942), en 1919, fue el primero en proponer este tipo de proceso como constitutivo de un efecto de dinamo autoexcitada que daría origen al campo magnético terrestre. Este proceso se basa en que el movimiento de circulación de material conductor en presencia de un campo magnético genera corrientes eléctricas que a su vez realimentan el campo inductor. En el caso de la Tierra, este movimiento afecta al material fluido del núcleo.

Cowling, en 1934, demostró que un mecanismo con simetría de revolución no podría servir como explicación de la generación de un campo magnético estable, lo que se opone a la propuesta de Larmor. Desde 1946 se vuelve a dar un gran impulso a las teorías de la dinamo autoinducida debido a los trabajos pioneros de W. M. Elsasser, E. C. Bullard y H. Gellman, llegando a ser hoy prácticamente la única manera de explicar el origen del campo magnético terrestre.

15.3. La dinamo autoinducida

15.3.1. *Un modelo sencillo: la dinamo de disco homopolar*

Para entender las ideas fundamentales de la dinamo autoinducida se puede utilizar el modelo sencillo de la dinamo de disco homopolar, propuesta por Bullard, en 1955. Este modelo está constituido por un disco conductor que gira en presencia de un campo magnético $\boldsymbol{B}_0$, perpendicular a él. En el disco se forman corrientes eléctricas que van del eje al borde del disco. Si se coloca un hilo conductor en el borde del disco se produce una corriente I que va a lo largo de la espira hasta el eje del disco. Esta corriente, al circular por la espira del hilo, genera un campo magnético $\boldsymbol{B}$ que realimenta el campo inductor $\boldsymbol{B}_0$. Si la velocidad angular Ω es suficientemente grande, el campo generado $\boldsymbol{B}$ es suficiente para mantener el proceso y el inductor $\boldsymbol{B}_0$ acaba por no ser necesario; la dinamo es autoinducida (Fig. 15.6).

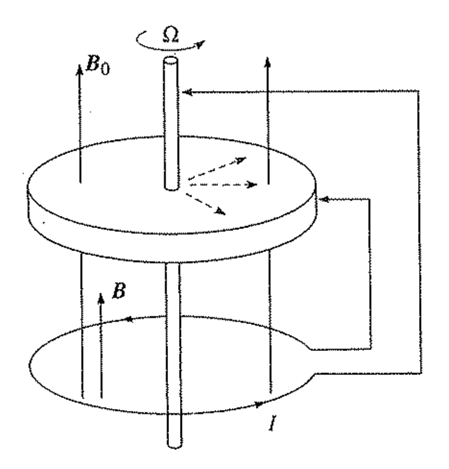


FIGURA 15.6. Modelo simplificado de la dinamo de disco homoplanar.

Para un modelo de dimensiones de laboratorio, con un disco de 10 cm de radio y un circuito de 10 ohmios de resistencia, la velocidad angular necesaria es del orden de 10^7 revoluciones por segundo. Como se ve, para estas dimensiones es necesaria una velocidad angular muy alta para producir el fenómeno de autoexcitación. Para la Tierra, sin embargo, debido a su tamaño, este efecto se obtendría con velocidades relativamente bajas.

15.3.2. *Modelos de dinamos homogéneas*

Dinamo homogénea es aquella que resulta del movimiento de un fluido conductor homogéneo. Estos modelos son los más utilizados para explicar la generación del campo magnético terrestre y se basan en la interacción de movimientos de material

conductor, con los correspondientes campos electromágneticos. Dada la simetría esférica del medio, los campos pueden separarse en dos tipos, uno poloidal, con componente radial, y otro toroidal, contenido en una superficie esférica.

Las ideas fundamentales del funcionamiento de la dinamo se pueden deducir del modelo simplificado de E. N. Parker. En este modelo, un cierto campo magnético inicial es modificado al entrar en interacción con un campo de velocidad de un fluido conductor. En el caso de la Tierra se distinguen dos efectos principales, en uno el campo magnético poloidal (campo del dipolo) interacciona con un campo de velocidad toroidal, para producir un campo magnético toroidal más complejo. A este proceso se le llama efecto ω. En el otro, la interacción de un campo magnético toroidal con un campo de velocidad poloidal produce de nuevo un campo magnético poloidal, proceso que se llama efecto α. Los modelos que combinan estos dos efectos se denominan $\alpha\omega$, como, por ejemplo, el del Bullard-Gellman. Este no es el único tipo de modelo posible, ya que se pueden combinar dos efectos α para generar campos magnéticos toroidales y poloidales. Las dinamos resultantes se llaman de α^2. Ejemplos de estos modelos son los presentados por P. H. Roberts, en 1971, y S. Childress, en 1978.

Para comprender de una manera cualitativa el proceso de un modelo de dinamo $\alpha\omega$, explicaremos brevemente el de Bullard y Gellman. En este modelo el núcleo fluido de la Tierra posee dos tipos de movimiento de material, uno en la dirección del radio, o campo poloidal P^V, y otro en forma anular en torno al eje de rotación o campo toroidal T^V. De momento no se especificará el mecanismo causante de estos dos tipos de flujo de material. La velocidad postulada para ambos movimientos es del mismo orden, aproximadamente 0,04 cm/s. Los modelos consideran dos campos magnéticos principales, P_1^H, campo poloidal del dipolo, observado en la superficie de la Tierra, y T_2^H, un campo toroidal fuerte, contenido en la superficie del núcleo y causado por la interacción entre el campo P_1^H y el flujo de material T^V. La intensidad de este campo se supone del orden de 5×10^{-2} T. El movimiento del material conductor, en presencia de campos magnéticos, produce campos eléctricos que a su vez generan otros campos magnéticos.

La secuencia simplificada de autoexcitación del campo geomagnético es la siguiente. El campo dipolar inicial P_1^H, en interacción con las corrientes T^V, produce corrientes eléctricas P_2^E, de carácter radial. Estas corrientes generan el fuerte campo magnético toroidal T_2^H, confinado a la superficie del núcleo. Las corrientes de material P^V crean también un campo magnético toroidal, que junto con T_2^H induce en interacción con T^V y P^V campos eléctricos toroidales. Éstos a su vez generan un campo magnético poloidal que alimenta el campo inicial P_1^H. El proceso viene representado esquemáticamente en la figura 15.7, dejando sólo los cuatro pasos más importantes. Para empezar el proceso se necesita un campo magnético inicial de carácter poloidal cuya existencia se explica de diversas maneras.

El proceso básico es la realimentación del campo P_1^H, a partir del campo T_2^H, que a su vez es alimentado por la energía derivada del transporte de material conductor T^V y P^V. Las dos interacciones principales corresponden, por tanto, a los efectos ω y α. Las corrientes de material del núcleo pueden estar producidas por diversos mecanismos en los que entra siempre la rotación de la Tierra. La influencia de la rotación en la producción de T^V es la causa de que el dipolo equivalente esté orientado en una dirección cercana a la del eje de giro. Para mantener una dinamo autoinducida, el proceso descrito debe ser regenerativo y, por tanto, la energía aportada por el transporte de material debe ser suficientemente grande.

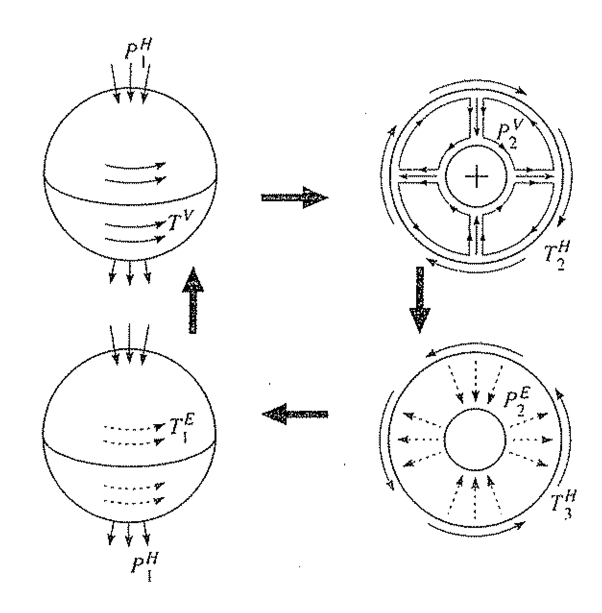


FIGURA 15.7. Esquema simplificado de la generación del campo geomagnético dipolar por el modelo de dinamo de Bullard-Gellman.

15.4. Elementos de magnetohidrodinámica

El problema complejo de la formulación matemática de los procesos de la dinamo es una aplicación de las ecuaciones de la magnetohidrodinámica. Fundamentalmente se trata del comportamiento de un fluido conductor en movimiento en un campo magnético. No vamos a desarrollar aquí las formulaciones completas que se han propuesto para los diversos modelos, sino solamente las ecuaciones fundamentales a partir de las cuales se pueden establecer ciertas propiedades de éstos. Si llamamos $\boldsymbol{E}$ al campo eléctrico; $\boldsymbol{B}$, la inducción magnética, y $\boldsymbol{v}$, la velocidad del fluido, la densidad de corriente $\boldsymbol{J}$ viene dada por la ley de Ohm en la forma:

$$\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E} + \sigma \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} \qquad [15.1]$$

La ecuación del movimiento de un fluido incompresible y sin viscosidad, incluyendo la fuerza del Coriolis de la rotación de la Tierra (frecuencia angular $\boldsymbol{\Omega}$)es:

$$\rho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -\nabla p - 2\rho(\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{v}) + \boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B} + \boldsymbol{F} \qquad [15.2]$$

donde $\boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B}$ es la fuerza de Lorentz, debida a la interacción de la corriente $\boldsymbol{J}$ con el

campo magnético $\boldsymbol{B}$; $\boldsymbol{F}$, las fuerzas que dependen de elementos de volumen y p la presión.

A partir de las ecuaciones de Maxwell (Cap. 14) se sustituye [15.1] en la ecuación [14.6] en la que $\boldsymbol{D} = 0$ y tomando el rotacional en la ecuación resultante se obtiene:

$$\frac{1}{\mu} \nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{B}) = \sigma(\nabla \times \boldsymbol{E}) + \sigma \nabla \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \qquad [15.3]$$

Sustituyendo el rotacional de $\boldsymbol{E}$ por su valor [14.5] en [15.3] y poniendo los rotacionales en función del gradiente y la divergencia

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{B} = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{B}) - \nabla^2 \boldsymbol{B} = -\nabla^2 \boldsymbol{B} \qquad [15.4]$$

$$\nabla \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) = (\boldsymbol{B} \cdot \nabla)\boldsymbol{v} - (\boldsymbol{v} \cdot \nabla)\boldsymbol{B} \qquad [15.5]$$

obtenemos finalmente la ecuación:

$$-\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = -\frac{1}{\sigma\mu} \nabla^2 \boldsymbol{B} + (\boldsymbol{B} \cdot \nabla)\boldsymbol{v} - (\boldsymbol{v} \cdot \nabla)\boldsymbol{B} \qquad [15.6]$$

Si $v = 0$; no hay movimiento en el fluido, la ecuación se reduce a:

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \frac{1}{\sigma\mu} \nabla^2 \boldsymbol{B} \qquad [15.7]$$

Esta es la ecuación de difusión, lo que indica que el campo magnético decae exponencialmente con el tiempo en ausencia de transporte de material. En consecuencia, para mantener el campo magnético $\boldsymbol{B}$ se necesita la energía derivada del flujo de fluido de velocidad $\boldsymbol{v}$.

El término $(\boldsymbol{v} \cdot \nabla)\boldsymbol{B}$ representa la convección del campo $\boldsymbol{B}$ con el flujo de material $\boldsymbol{v}$. El término $(\boldsymbol{B} \cdot \nabla)\boldsymbol{v}$, el gradiente del flujo en la dirección del campo magnético $\boldsymbol{B}$. Este último término es el responsable del alargamiento de las líneas de fuerza de $\boldsymbol{B}$ en la dirección del flujo $\boldsymbol{v}$, que resulta en un aumento de la intensidad del campo magnético, a partir de la energía cinética del flujo $\boldsymbol{v}$. De forma cualitativa tenemos aquí una posibilidad de realimentar el campo magnético a partir de las corrientes de material.

Un parámetro importante en esta discusión es R, el número magnético de Reynolds:

$$R = \mu\sigma v L \qquad [15.8]$$

Donde σ es la conductividad del medio; μ, la permeabilidad magnética; v, la velocidad del fluido, y L, una longitud característica, por ejemplo, el radio del núcleo, o el espesor del núcleo externo. Este número debe ser mayor de 10 para que la dinamo tenga una acción regeneradora, lo que se logra si L es constante, aumentando σ o v. Si se toma la velocidad de la deriva hacia el oeste del campo no dipolar, como una indicación del orden de magnitud de la velocidad del material en el núcleo, ésta será del orden de 10^{-2} cm/s. Como μ en el núcleo es prácticamente igual a μ_0, el valor de la conductividad en el núcleo debe ser del orden de 10^5 S/m.

Debido a la rotación de la Tierra, en la generación del campo magnético es necesario introducir la fuerza de Coriolis (véase ecuación [15.2]). La rotación de la Tierra causa además un acoplamiento entre los campos magnéticos, poloidales y toroidales y su inclusión complica las soluciones de la dinamo y plantea problemas a su estabilidad.

Un tipo de solución al problema de la dinamo autoinducida que incluye oscilaciones de amplitud finita en el campo magnético resultante se ha propuesto para explicar la disminución de la magnitud del dipolo, observada en la variación secular, y los cambios de polaridad o inversiones observados en el paleomagnetismo.

Algunos autores, como Rikitake y Gellman, han tratado matemáticamente el caso de dos dinamos de disco acopladas, cuya resolución presenta oscilaciones en amplitud, con inversiones periódicas de polaridad. La aplicación a la Tierra de estos modelos supone comparar cada una de las células de convección en el núcleo con una dinamo de disco y el sistema total, como un acoplamiento de estas dinamos. El resultado es un sistema que admite oscilaciones de amplitud y cambios de polaridad, como los observados en la Tierra a lo largo de las eras geológicas.

15.5. Modelos cinemáticos y dinámicos

Las ecuaciones básicas que se han presentado para los procesos que dan origen a la dinamo autoinducida pueden resolverse introduciendo una gran variedad de modelos. Éstos pueden dividirse en dos tipos, modelos cinemáticos, que asumen una velocidad de transporte de material $\boldsymbol{v}$ sin explicar su origen, y los dinámicos, que proponen modelos que explican el mecanismo de este flujo. En todos los casos se supone que los procesos tienen lugar en la región del núcleo externo, entre 1.300 y 3.500 km a partir del centro de la Tierra. Esta región se considera formada por un fluido homogéneo conductor en el que se produce un flujo de velocidad $\boldsymbol{v}$. La región del manto que rodea el núcleo está formada por material prácticamente aislante. Las soluciones que se buscan son aquellas que expliquen la existencia de un campo magnético $\boldsymbol{B}$ resultante, que observado sobre la superficie de la Tierra tiene la forma del campo geomagnético. Este campo no debe amortiguarse exponencialmente con el tiempo, sino mantenerse, o en todo caso oscilar en intensidad y reproducir las características de la variación secular. Un punto importante en el modelo Elsasser, Bullard y Gellman es la existencia de corrientes regulares toroidales en el campo de velocidad de transporte de material. Existen serias objeciones a esta hipótesis, por lo que se han propuesto otros modelos más complejos. En algunos de estos modelos se postula la existencia de corrientes de turbulencia en el núcleo, afectadas por la fuerza de Coriolis, derivada de la rotación de la Tierra, a partir de la cual adquieren una cierta naturaleza helicoidal. A este tipo de modelos pertenecen los propuestos por Parker, en 1955, y, más tarde, por Steenbeck, Krause, Lortz y otros, en 1969. Actualmente, dentro de las teorías de dinamos hidromagnéticas hay que considerar los modelos propuestos por Busse, en 1976, con flujo en forma de «rollos» de convección paralelos al eje de rotación y los que implican fenómenos de turbulencia, como los propuestos en primer lugar por Braginsky y desarrollados más tarde por Gubbins y Moffat.

En la ecuación [15.2] aparecen la fuerza de Coriolis y la de Lorentz, pero éstas suponen que existe ya una velocidad v. Para explicar su origen, se supone que este movimiento de material está formado por la convección térmica, debida a la existencia de un gradiente de temperatura entre el exterior y el interior del núcleo y un flujo de calor del núcleo al manto. Para conseguir velocidades del orden de 0,01 cm/s bastaría un pequeño gradiente de no más de un 1 a un 10 por 100 y un flujo térmico resultante del orden 10^{12} W para todo el núcleo. Para mantener este flujo es necesaria una fuente térmica, que en general se supone de naturaleza radiactiva, aunque este proceso crea dificultades a la hora de establecer qué elementos lo producen. Algunos autores suponen la presencia de una proporción de isótopos de potasio en el núcleo, responsables de la generación de calor por procesos radiactivos.

Una fuente de energía no térmica propuesta por Stewartson, Roberts y Malkus, en 1963, es la derivada del movimiento de precesión de la Tierra. La velocidad de precesión depende de la elipticidad dinámica. Si la elipticidad del núcleo es diferente de la de la Tierra existirá una diferencia en la velocidad de precesión entre el núcleo y el manto. Este proceso llevaría a movimientos en la superficie del núcleo con velocidades del orden de 1 cm/s, mayores que las postuladas en los modelos de dinamos homogéneas. Otros autores han propuesto también un mecanismo de movimiento de material en el núcleo de origen gravitacional, con una continua deposición del material más pesado hacia su interior.

Desde el punto de vista energético, la energía total del campo magnético terrestre es del orden de 10^{23} J. Sin una continua realimentación, este campo se disiparía con una constante de tiempo del orden de quince mil años. Si el calor perdido por el núcleo es de 10^{12} J/s, con una eficiencia del 10 por 100, el proceso convectivo dispondría de suficiente energía para servir de motor a la dinamo. Por otro lado, un aporte de energía de este orden de magnitud a partir de procesos originados por la rotación de la Tierra, no implica ninguna dificultad. Algunos autores, como Stacey, concluyen que los procesos en el núcleo, generados por el movimiento de precesión de la Tierra, proporcionan el mecanismo básico para la dinamo geomagnética, aunque la convección térmica tome parte también en él.

Recientemente se han desarrollado modelos realistas de la dinamo terrestre como el de G. Glatzmaier y P. Roberts (1995) cuya solución numérica permite seguir por ordenador la evolución del campo magnético resultante. Estos modelos están basados en corrientes de convección térmica en el núcleo externo de naturaleza viscosa con flujo de calor desde el núcleo interno sólido conductor y rotaciones diferenciales entre el núcleo externo, el interno y el manto. Los resultados numéricos reproducen muchas de las propiedades del campo geomagnético, como su carácter dipolar, su inclinación respecto al eje de rotación y su evolución en el tiempo con una inversión de polaridad hacia los 40.000 años.

15.6. Teorías de la variación secular

Hemos dividido el efecto de la variación secular del campo magnético terrestre en una variación que afecta al campo del dipolo, y otra que afecta al campo no dipolar. La variación del campo dipolar está asociada a los procesos de la dinamo del núcleo

terrestre. Las variaciones del campo no-dipolar se pueden dividir en dos partes: una deriva hacia el oeste y una variación temporal de las características de este campo. Las primeras explicaciones de estas variaciones pusieron su origen en efectos de magnetización y sus cambios en la corteza terrestre. Después de los estudios ya mencionados de Elsasser, Bullard y Gellman se admite que estos cambios deben tener también su origen en los procesos del núcleo terrestre.

La deriva al oeste del campo no-dipolar, de acuerdo con Bullard, se explica por un acoplamiento viscoso y electromagnético entre el manto y la superficie exterior del núcleo. Debido a las corrientes de convección en el núcleo, éste gira más rápidamente en su interior que en la superficie. Se da, por tanto, en la superficie del núcleo una velocidad que es a su vez menor que la velocidad en el interior del núcleo, y también menor que la existente en el manto. Aunque esta diferencia es muy pequeña, esta zona de velocidad angular menor es suficiente para que se crée un campo toroidal, debido a la diferente conductividad entre la capa externa del núcleo y la capa interna del manto. Este mecanismo es el que se supone responsable de la deriva hacia el oeste del campo no-dipolar (Fig. 15.8). Otros autores, como R. Hide y S. I. Braginsky, suponen que esta deriva del campo no-dipolar es un fenómeno de naturaleza ondulatoria con periodos del orden de millones de años. Esta interpretación exige que el campo magnético toroidal confinado a la superficie del núcleo sea muy intenso. Esta explicación hace innecesaria la existencia de la capa de velocidad angular más lenta en la parte exterior del núcleo.

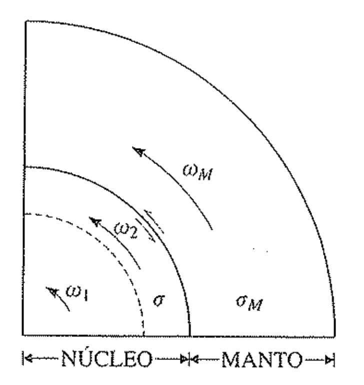


FIGURA 15.8. Explicación de la deriva hacia el oeste del campo no-dipolar por la diferencia de giro entre la superficie del núcleo externo y del manto (según Bullard).

Las variaciones temporales del campo no-dipolar (variaciones de su estructura) se deben, de acuerdo con la mayoría de los autores, a las corrientes de convección en la superficie del núcleo. Estas corrientes ascendentes o descendentes se distribuyen sobre la superficie del núcleo y su variación y la interacción de estas variaciones de flujo con las líneas de fuerza del campo magnético darían origen a los cambios del campo residual.

15.7. Bibliografía

Las ideas fundamentales sobre los mecanismos que dan origen al campo magnético terrestre están desarrolladas en los capítulos de los textos generales de Geofísica GARL 17 y 18, STAC 5 y 9 y COUL 30 y en los textos de Geomagnetismo de MERRIL y MCELHINNY (1983), 7 y 8, PARKINSON (1983), 2, y JACOBS (1987) vol. 2. Un tratamiento más extenso se encuentra en las monografías.

RIKITAKE, T. (1966): *Electromagnetism and the Earth's interior.* Elsevier, Amsterdam.
MOFFAT, H. K. (1978): *Magnetic field generation in electrically conducting fluids.* Cambridge Univ. Press.

Los elementos de magnetohidrodinámica se encuentran de forma sencilla en las obras:

LITTLE, N. C. (1971): *Magnetohidrodinámica.* Ed. Reverte Mexicana, México.
ROBERTS, P. H. (1967): *An introduction to magnetohydrodynamics.* Longman Green, Londres.

Algunos artículos básicos sobre las teorías del origen del campo geomagnético son:

BULLARD, E. C., y GELLMAN, H. (1954): «Homogeneous dynamos and terrestrial magnetism». *Phil. Trans. Roy. Soc. London Ser. A,* 243, 67-92.
ELSASSER, W. M. (1939): «On the origin of the Earth's magnetic field». *Phys. Rev.,* 55, 489-498.
— (1956): «Hydromagnetic dynamo theory». *Rev. of Mod. Phys.,* 28, 135-163.
MALKIS, W. V. R. (1963): «Precesional torques as the cause of geomagnetism». *Jour. Geophys. Res.,* 68, 2871-2886.
PARKER, E. N. (1955): «Hydromagnetic dynamo models». *Astrophys. J.,* 122, 293.
TAKEUCHI, H., y SHIMAZU, Y. (1952): «On a self-exciting dynamo in magnetohydrodynamics». *J. Phys. Earth,* 2, 5-12.

[illegible]

Los gérmenes se agitan en la tierra
con inquietud en su amoroso afán
y cruzan por los aires silenciosos
átomos que se besan sin cesar.

ROSALÍA DE CASTRO, *En la orilla del Sar.*

16.1. Variaciones del campo externo

En el capítulo 14 vimos que el campo magnético terrestre es en su mayor parte de origen interno. Sin embargo, existe también un campo externo producido fuera de la Tierra, principalmente por la actividad del Sol, que se manifiesta por las características de sus variaciones en el tiempo. Las variaciones temporales del campo interno (variación secular) sólo son apreciables en periodos largos de tiempo, mientras que las variaciones del campo externo son de más corta duración. Estas variaciones se dividen en periódicas y no periódicas. Las variaciones periódicas se aprecian mejor en los días tranquilos, es decir, aquellos en los que las perturbaciones de la actividad solar son pequeñas. Las variaciones periódicas dependen de la influencia continua del Sol y de la Luna, por lo que su periodicidad está relacionada con los periodos de las órbitas de estos astros y de la rotación de la Tierra. Además de éstos, hay que considerar los asociados a la actividad de las manchas solares y de la rotación del Sol. Existen también otras perturbaciones de periodos menores de diez minutos, en general entre dos y diez segundos, que reciben el nombre de pulsaciones magnéticas. En cuanto a las perturbaciones no periódicas, las más importantes reciben el nombre de tormentas magnéticas.

Las primeras observaciones de las variaciones rápidas del campo magnético terrestre fueron hechas en Londres por G. Graham (1675-1751), hacia 1722. Graham estableció, desde el punto de vista de las variaciones magnéticas, la división de los días en tranquilos y perturbados. A. Celsius (1701-1744), en 1741, observó también este tipo de variaciones en Uppsala. Junto con Graham descubrió que las perturbaciones magnéticas no tienen carácter local, así como su origen externo y la correlación de grandes perturbaciones con la aparición de auroras boreales. Adelantándose a su tiempo, J. J. Mairan, en 1754, expresó su opinión, que las perturbaciones magnéticas son un efecto concomitante a la entrada en la atmósfera terrestre de partículas

de origen solar. La relación entre perturbaciones magnéticas y actividad solar fue establecida definitivamente por Schawabe, entre 1826 y 1855, observando, además, la periodicidad de veintidós años, debida a la actividad de las manchas solares. La influencia directa de las fulguraciones solares en el campo magnético fue observada por R. C. Carrington (1826-1875), en 1859. La influencia de la Luna en el campo magnético fue descubierta por C. Kreil (1798-1862), en 1850. Las variaciones del campo magnético están asociadas a procesos en estructuras externas a la Tierra y se dividen en periódicas y no-periódicas. Estas estructuras forman la magnetosfera de dimensiones de aproximadamente entre 10 y 100 radios terrestres y la ionosfera más cercana entre 50 y 500 km de altitud. El estudio de las variaciones del campo magnético externo y su naturaleza ha recibido un gran impulso, con las observaciones modernas desde satélites artificiales, que han permitido obtener medidas directas de la estructura del campo magnético externo.

16.2. Variaciones diarias

La observación del registro continuo del campo magnético permite descubrir en los días tranquilos, es decir, no perturbados, la presencia de una variación periódica que depende del tiempo solar local. Esta variación se conoce con el nombre de «variación solar tranquila» y por la abreviatura *Sq* (Solar quiet) y también con el de variación diaria. Su periodo predominante es de un día solar, y tiene un máximo, positivo o negativo a las doce horas. La amplitud de este máximo en la componente horizontal es de, aproximadamente, 100 nT, mientras que en la componente vertical sólo llega a unas 20 nT. Las variaciones en el ángulo de declinación oscilan entre dos y cuatro minutos de arco. Debido a otras perturbaciones, generalmente presentes, estas variaciones se suelen determinar a partir de valores medios observados en días excepcionalmente tranquilos. La variación solar diurna depende también de la latitud y de la época del año. En la figura 16.1 se muestra una representación esquemática de la variación *Sq* para tres latitudes distintas. En todos los casos el valor extremo (máximo o mínimo) corresponde a las doce horas solares. Para la componente horizontal *H*, el máximo corresponde a puntos del ecuador magnético, mientras que en la componente vertical *Z*, la variación es prácticamente nula en dicha posición, y lo mismo sucede con la declinación *D*. La variación de *H*, *Z* y *D* con respecto a la latitud magnética viene representada en la figura 16.2. La componente *H* tiene un máximo en el ecuador y un mínimo para latitudes de cerca de 30°. La componente *Z* de la variación *Sq* es nula en el ecuador magnético y tiene un máximo para latitudes entre 5° y 10°, negativo al norte y positivo al sur. A partir de estas latitudes, la amplitud *Z* disminuye al aumentar la latitud. La forma y amplitud de la variación *Sq* varía también con la época del año. Para estudiar esta variación se suele dividir el año en tres grupos de cuatro meses denominados *D* (noviembre, diciembre, enero y febrero), *E* (marzo, abril, septiembre y octubre) y *J* (mayo, junio, julio y agosto). Los meses *D* y *J* corresponden a los solsticios de invierno y verano y los *E* a los dos equinoccios. Las amplitudes de las variaciones *H* y *Z* son mayores en los meses *E* y los máximos corresponden siempre a latitudes bajas, son mayores en los meses *J* en el hemisferio norte y en los meses *D* en el hemisferio sur.

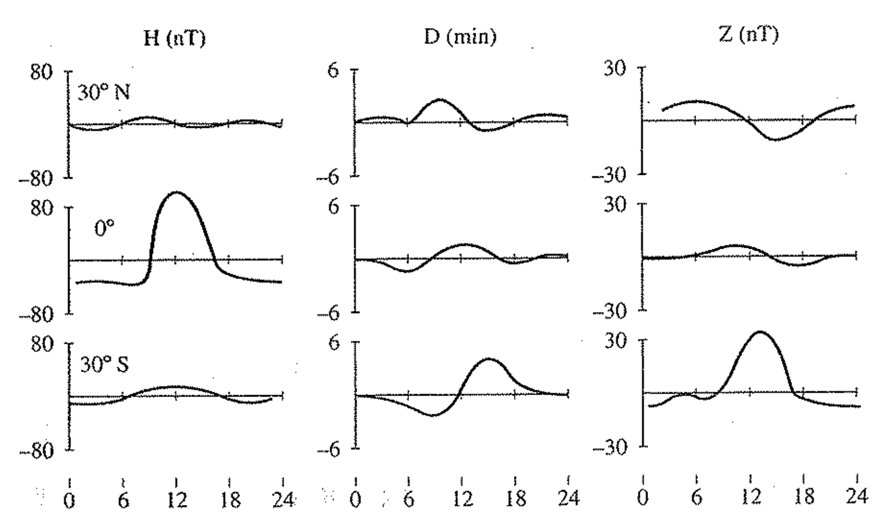


FIGURA 16.1 Variación en 24 horas para tres latitudes magnéticas (30° N, 0°, 30° S) de la variación solar tranquila *Sq* observada en las componentes *H*, *D* y *Z*.

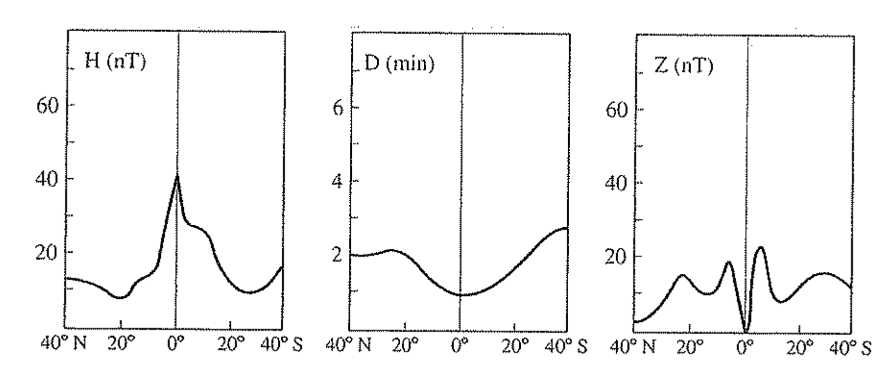


FIGURA 16.2 Distribución del máximo de la variación solar tranquila *Sq* para *H*, *D* y *Z* con la latitud magnética.

La influencia de la Luna en las variaciones del campo magnético terrestre se denomina con la letra *L*, está referida al tiempo lunar local y tiene un periodo predominante semidiurno. Debido a su pequeña amplitud, en relación con la producida por el Sol, esta variación no se aprecia directamente en los magnetogramas, sino que se debe deducir a través de un análisis armónico de varios meses de observaciones. La diferencia principal entre la variación *L* y *Sq* es el periodo predominante semidiurno de la primera, comparado con el diurno de la última y su menor amplitud (unas 20 nT para la máxima amplitud de *H*). Un ejemplo simplificado de la variación *L* con el tiempo lunar en tres latitudes viene representado en la figura 16.3. Para *H* en el ecua-

dor, la variación L tiene dos mínimos a las doce y cero horas, y dos máximos a las seis y dieciocho horas (tiempo lunar local). La dependencia con la latitud es muy semejante a la de Sq. Para H, la amplitud es máxima en el ecuador, para Z es nula en el ecuador y máxima en las latitudes bajas, disminuyendo de nuevo para latitudes altas. En relación con las estaciones del año, el máximo de H es mayor en los meses D y menor en los J. Tanto para H como Z y D, las amplitudes son mayores en el hemisferio sur que en el norte para los meses D y al contrario en los meses J.

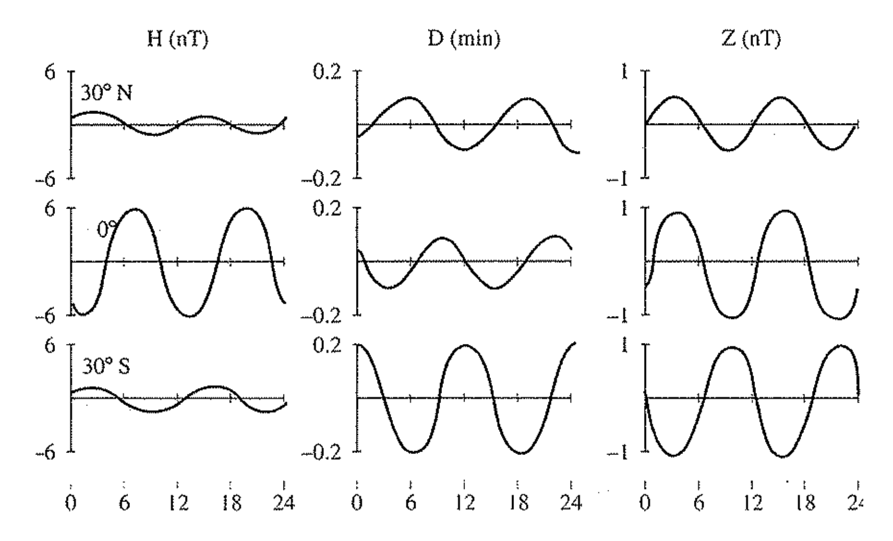


FIGURA 16.3 Variación a lo largo del día (tiempo lunar) de las componentes H, D y Z de la variación lunar L, para tres latitudes magnéticas (30° N, 0°, 30° S).

Si hacemos un análisis armónico de las variaciones temporales de H de la forma:

$$\Delta H = \sum_{n=1}^{\infty} \{h_n^S \cos(nt + \varepsilon_n) + h_n^L \cos(n\tau + \delta_n)\} \qquad [16.1]$$

donde t es el tiempo solar y τ el tiempo lunar, la mayor amplitud ($h_n^S \sim 90$ nT) corresponde a la componente solar para $n = 1$, es decir, la componente diurna, y la mayor de la componente lunar ($h_n^L \sim 20$ nT) para $n = 2$, es decir, la componente semidiurna. En ambos casos, las variaciones periódicas tienen su origen en los movimientos de las capas ionizadas de la atmósfera, que producen un efecto de dinamo. Es natural entonces que la influencia solar resulte en un periodo predominante diurno, ya que el efecto término y de radiación solar es más importante que el gravitacional de la marea. Sin embargo, en el caso de la Luna, el efecto mayor es el de marea, lo que resulta en un periodo semidiurno.

Además de estos periodos existen también los periodos anuales y semianuales y uno de veintidós años asociado al ciclo de actividad de las manchas solares.

16.2.1. *Sistema de corrientes equivalentes*

En 1889, A. Schuster propuso para describir la naturaleza de las variaciones periódicas del campo geomagnético un sistema equivalente de corrientes eléctricas, sobre una capa esférica rodeando a la Tierra a una cierta distancia. Esta capa de la atmósfera ionizada fue observada más tarde y recibe el nombre de ionosfera. Las corrientes eléctricas en la ionosfera producen además unas corrientes inducidas en la superficie de la Tierra, que también han de tenerse en cuenta en el análisis. El desarrollo en armónicos esféricos de estas corrientes puede expresarse en términos de los correspondientes a un potencial magnético interno U^i_{nm}, y otro externo U^e_{nm}, salvo una constante en la forma:

$$J^e_{nm} = \frac{2n+1}{n+1}\left(\frac{a}{R}\right)^n U^e_{nm} \qquad [16,2]$$

$$J^i_{nm} = \frac{2n+1}{n}\left(\frac{R}{a}\right)^{n+1} U^i_{nm} \qquad [16,3]$$

donde R es el radio de la Tierra, y a, el radio de la capa esférica donde se sitúan las corrientes. Como $|a - R| \ll R$, se puede tomar $a = R$, ya que la altura a la que están situadas las corrientes no pasa de 200 km. Por otro lado, las corrientes inducidas J^i_{nm} están en la superficie, por lo que también para ellas $a = R$. Este tipo de análisis permite determinar el sistema de corrientes externas e internas, que corresponden a las variaciones Sq y L, en función del tiempo local y la latitud para las distintas épocas del año. La relación entre las corrientes externas e internas es de 2,4 a 1. La intensidad de las corrientes externas a mediodía oscila para Sq entre 100 y 250 × 10^3 A, y para L entre 3 y 5,6 × 10^3 A.

La media anual de estas corrientes (internas y externas) está representada en la figura 16.4. Tanto las corrientes externas como las internas tienen cuatro cuadrantes alternando en el sentido de giro, dextrógiro y levógiro, y con intensidad nula en el ecuador magnético. La intensidad máxima de las corrientes responsables de la variación Sq tiene lugar a las doce horas locales.

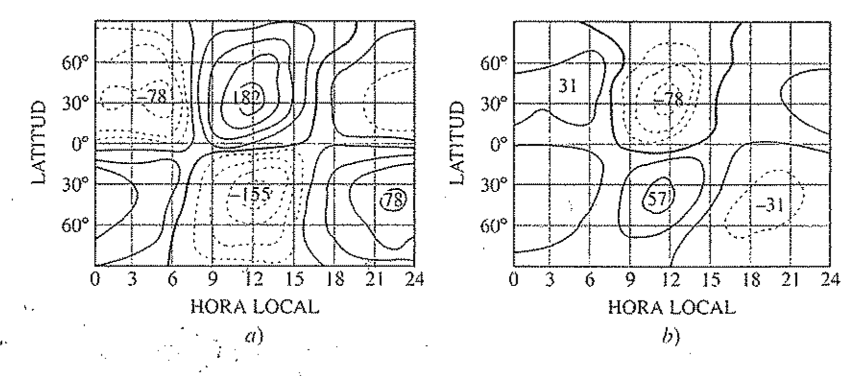


FIGURA 16.4. Media anual horaria de las corrientes equivalentes (en 10^3 A) para la variación S_q: *a*) externas; *b*) internas. Sentido dextrógiro, valores positivos, levógiro, negativos.

16.3. Tormentas magnéticas

Además de las variaciones periódicas del campo magnético externo de la Tierra, existen también perturbaciones no periódicas que pueden llegar a tener amplitudes de hasta 400 nT, y que se conocen con el nombre genérico de tormentas magnéticas. Este nombre les fue asignado por vez primera por A. von Humboldt, quien además confirmó que su comienzo es prácticamente simultáneo en todas las partes de la Tierra. Su origen es, por tanto, externo y se debe a la interacción de las partículas emitidas de forma continua y en especial en las erupciones solares con el campo magnético terrestre. Estas partículas viajan con velocidades supersónicas, de unos 400 km/s, y llegan a la Tierra después de unas veinte a cuarenta horas de su emisión y su interacción con el campo magnético terrestre da origen a la magnetosfera.

Aunque el registro de una tormenta en un magnetograma pueda representar una gran variedad de formas, un tipo bastante común simplificado es el representado en la figura 16.5. En el componente H se produce un pequeño incremento de la amplitud, seguido por una disminución grande, más o menos brusca, y una lenta recuperación que puede durar dos o tres días. Las tormentas se denominan genéricamente con la letra D y su fase principal se puede representar por un campo externo homogéneo orientado a lo largo del eje de los polos geomagnéticos de norte a sur. La perturbación magnética D está formada por una parte que no depende del tiempo local Dst y que forma la tormenta, en sentido estricto, y otra DS, que sí es función del tiempo local. A su vez, la variación Dst puede separarse en dos partes. Una, denominada DCF (*Corpuscular flux* —flujo corpuscular—), se origina por el choque de las partículas emitidas por el Sol sobre la magnetosfera y forma la fase inicial de la tormenta, que se observa en superficie como un incremento del campo magnético. La segunda forma la fase principal, caracterizada por una disminución grande del componente H y un pequeño aumento del Z. Esta fase se denomina DR (*Ring current* —corriente de anillo—) y está asociada con el giro de partículas en torno a la Tierra en órbitas zonales situadas a distancias de unos cinco o seis radios terrestres. Este giro de las partículas produce la corriente de anillo que se supone responsable de la caída brusca en amplitud de H. La parte DS de la tormenta está relacionada con fenómenos localizados en la ionosfera. Antes de la fase principal de la tormenta se observa a veces un pequeño impulso positivo en H, que se denomina *ssc* (*storm sudden commencement* —comienzo brusco de la tormenta—). Este impulso está causado por la primera interacción de la nube de partículas con el campo magnético. Sobre la fase principal de la tormenta se observan a veces variaciones de corta duración, que se denominan DP y están producidas por corrientes en la ionosfera polar.

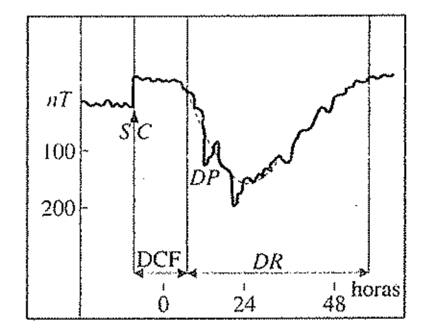


FIGURA 16.5. Características del registro de una tormenta magnética en un magnetograma.

Con más frecuencia que las tormentas magnéticas, que se ajustan con mayor o menor similitud a las ideas expuestas, se producen perturbaciones de menor duración y amplitud que se denominan subtormentas. Estas perturbaciones son más fuertes en regiones de latitud alta y su origen puede estar relacionado con el de las auroras.

La relación entre el origen de las tormentas magnéticas y la actividad solar queda demostrada por la correlación de estas perturbaciones con el ciclo de las manchas solares. Además se manifiesta por la correspondencia entre grandes tormentas y erupciones prominentes en el Sol y su repetición después de veinticinco o veintisiete días, coincidiendo con el tiempo de rotación de su superficie. La secuencia temporal típica del proceso de una tormenta magnética puede describirse en la siguiente forma. Al comienzo de la ocurrencia de una gran erupción en la superficie solar se produce una radiación electromagnética en la banda ultravioleta y rayos X, que llega a la Tierra unos ochos minutos después, produciendo un aumento en el proceso de ionización de la capa D o E de la ionosfera, con intensificación de las corrientes que dan origen a las variaciones Sq. Este efecto se conoce con el nombre de *sfe* (*solar flare effect* —efecto de resplandor solar—). Dos horas más tarde se produce el efecto conocido como *PcA* (*Polar cap Absortion* —absorción del casquete polar—). Entre veinte y cuarenta horas más tarde, la nube de partículas emitida por el Sol llega al límite de la magnetosfera. La interacción entre el frente del plasma solar y el límite de la magnetosfera da origen al impulso en H conocido como *ssc*. Después de este comienzo se produce la fase principal de la tormenta magnética. Las tormentas magnéticas sólo tienen forma regular en las latitudes bajas; en las latitudes altas se produce una interacción de la fase principal de la tormenta, con el efecto conocido como *PEJ* (*Polar Electro Jet* —corriente eléctrica polar—) que interfiere con su forma.

Para medir las perturbaciones no periódicas del campo magnético se utilizan los índices mangéticos. Los de uso más generalizado son los índices K. Éstos se miden para intervalos de tres horas, asignando un entero de 0 a 9 a la amplitud de la perturbación, de forma que para cada observatorio el valor mínimo de la perturbación para $K = 9$ es, aproximadamente, 100 veces el máximo asignado al índice $K = 0$.

16.4. Composición de la ionosfera

Al hablar de las variaciones del campo magnético, nos hemos referido varias veces a la ionosfera o capa ionizada de la atmósfera. La existencia de una capa de partículas con carga eléctrica en la atmósfera fue propuesta, en 1882, por B. Stewart para explicar las variaciones del campo geomagnético externo. Esta hipótesis se confirmó con las observaciones de la transmisión de radio a grandes distancias por G. Marconi, en 1901. Este fenómeno fue explicado por A. E. Kennelly y O. Heaviside, en 1902, como producido por las reflexiones de las ondas en una capa en la alta atmósfera,

fuertemente ionizada, a la que llamaron capa electrizada, o capa *E*. La existencia de la ionosfera fue finalmente comprobada experimentalmente hacia 1925, con los trabajos de S. J. Barnett y E. V. Appleton, que descubrió la capa *F*.

La ionosfera se puede dividir en una serie de capas ionizadas a distintas alturas, entre 60 y 500 km, de las que las más importantes son cuatro:

D: 60-85 km;
E: 85-140 km;
F_1: 140-200 km;
F_2: 200-500 km.

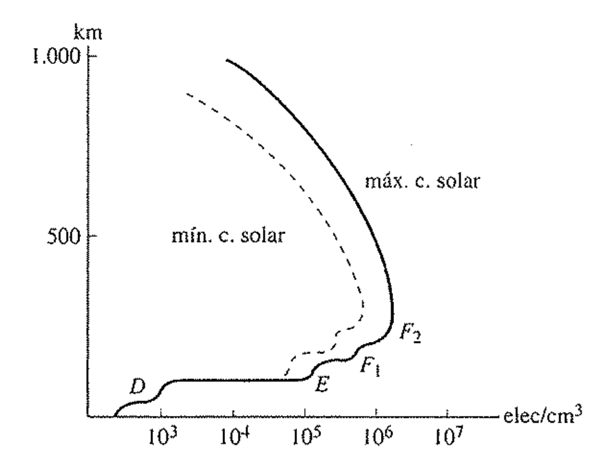


FIGURA 16.6. Esquema de la distribución de densidad de iones en las capas de la ionosfera para el máximo y mínimo del ciclo de manchas solares.

La distribución de las capas y el número de partículas en cada una de ellas viene representado esquemáticamente en la figura 16.6. En la región *D*, los iones positivos son en su mayoría NO^+, y los negativos, electrones y algún tipo de iones negativos. En las capas E y F_1, los iones positivos son NO^+ y O^+ y en la F_2 solamente O^+, siendo en estas tres capas las partículas negativas casi en su totalidad electrones libres. La composición de la ionosfera es tal, que en su totalidad las partículas de carga positiva igualan en número a las de carga negativa, de manera que en su conjunto el efecto total es neutro.

La observación de la estructura de la ionosfera se lleva a cabo por medio de ionosondas, que consisten básicamente en un transmisor de impulsos electromagnéticos y su correspondiente receptor. Los impulsos de unos 10 μs de duración y de frecuencias entre 1 MHz y 15 MHz son reflejados en las capas de la ionosfera. El tiempo de recepción del eco del impulso es función de la altura de la capa; la densidad de iones en la capa donde se produce la reflexión se obtiene a partir de la frecuencia de la señal. Las frecuencias más altas penetran en regiones de mayor densidad. De esta forma se obtiene la estructura de la densidad de iones en la ionosfera, que depende de la latitud, tiempo local, época del año y número de manchas solares. Como valores típicos de la densidad de iones con la altura se utiliza un modelo de referencia que se conoce como Ionosfera Internacional de Referencia (IRI —*International Reference Ionosphere*—).

16.4.1. *Formación de la capa ionosférica*

Para comprender los fenómenos físicos que dan origen a la formación de las capas ionosféricas se presenta a continuación, en forma simplificada, la teoría de Chapman. La hipótesis fundamental de esta teoría es que las capas ionosféricas se forman por la fotoionización de las partículas de la alta atmósfera; es decir, la ionización por efecto de la radiación solar sobre partículas originariamente neutras. En este proceso, la radiación solar es absorbida, produciéndose en cada paso un ion positivo y un electrón libre, lo que resulta en un número igual de partículas con carga positiva y negativa. En esta deducción se supone también que la radiación es monocromática, el gas homogéneo de un solo componente y que sólo existe un mecanismo de ionización con las partículas de la atmósfera.

Para una capa de la atmósfera en reposo de espesor dz y densidad ρ la ecuación de equilibrio hidrostático es:

$$dp = -\rho g dz \qquad [16.4]$$

Considerando la atmósfera como un gas ideal a temperatura absoluta T:

$$p = nkT \qquad [16.5]$$

donde k es la constante de Bolztmann y n el número de partículas por unidad de volumen. Si m es la masa de cada partícula, obtenemos combinando las ecuaciones [16.4] y [16.5]:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{mg}{kT}dz \qquad [16.6]$$

Integrando esta ecuación se obtiene:

$$p = P_0 e^{-\frac{z}{H}} \qquad [16.7]$$

donde p_0 es la presión a nivel del mar, y $H = kT/mg$, la altura de escala, es decir, la altura para la que p disminuye en un factor de $1/e$. Si la densidad de partículas en la atmósfera es proporcional a la presión se puede igualmente escribir para el número de partículas a una altura z:

$$n = n_0 e^{-\frac{z}{H}} \qquad [16.8]$$

donde n_0 es el número de partículas al nivel del mar.

Supongamos que la intensidad de radiación solar fuera de la atmósfera es J_0, que su incidencia es vertical y consideremos el problema para una Tierra plana. A una altura z la radiación es J y el número de partículas n (Fig. 16.7).



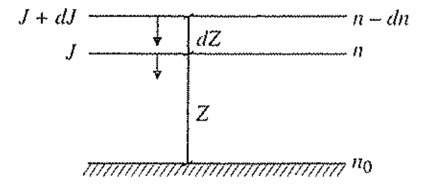


FIGURA 16.7. Formación de la capa ionosférica según el modelo simplificado de Chapman para radiación de incidencia vertical.

Si se supone que la absorción de la radiación depende exponencialmente con el número de partículas, se puede escribir:

$$J = J_0 e^{-Qn} \qquad [16.9]$$

Diferenciando se obtiene:

$$dJ = -QJ\, dn \qquad [16.10]$$

El número de partículas por unidad de área en una capa de espesor dz es de acuerdo con [16.8]:

$$dn = \frac{n}{H} dz \qquad [16.11]$$

Sustituyendo [16.11] en [16.10] resulta:

$$\frac{dJ}{J} = \frac{Qn\, dz}{H} = \frac{Qn_0}{H} e^{-\frac{z}{H}} dz \qquad [16.12]$$

Integrando esta expresión y poniendo para $z = \infty$, $J = J_0$, obtenemos:

$$J = J_0 \exp\{-Qn_0 e^{-\frac{z}{\ }}\} \qquad [16.13]$$

Si llamamos q a la densidad de iones, producidos por la absorción de la radiación por unidad de altura, tomándola como proporcional a dicha absorción:

$$q = \beta \frac{dJ}{dz} \qquad [16.14]$$

Sustituyendo [16.13] en [16.10] y teniendo en cuenta [16.11] y [16.8] se obtiene para q la expresión:

$$q = \frac{J_0 n_0 Q \beta}{H} \exp\left\{-\frac{z}{H} - Qn_0 e^{-\frac{z}{n_0}}\right\} \qquad [16.15]$$

Esta expresión da la densidad de iones producidos por la radiación solar a una altura z, para incidencia vertical. Derivando con respecto a n, e igualando a cero, se obtiene la altura a la que se produce el máximo de producción de iones:

$$\frac{dq}{dn} = 0 \quad ; \quad z = h = H \ln(Qn_0) \qquad [16.16]$$

Sustituyendo este valor en [16.15] se obtiene para el máximo de q:

$$q_{\text{máx}} = q_0 = \frac{J_0 \beta}{He} \qquad [16.17]$$

La expresión [16.15] se puede escribir ahora en la forma:

$$q(z) = q_0 \exp\left\{1 + \frac{h - z}{H} - e^{\frac{h-z}{H}}\right\} \qquad [16.18]$$

En el caso que la radiación solar no es vertical, hay que introducir el ángulo de inclinación del Sol χ y la ecuación [16.18] queda en la forma:

$$q(z, \chi) = q_0 \exp\left\{1 + \frac{h - z}{H} - \frac{1}{\cos \chi} e^{\frac{h-z}{H}}\right\} \qquad [16.19]$$

Una gráfica de la variación de q con z para dos valores de χ viene dada en la figura 16.8. Debido a que n disminuye exponencialmente con la altura y J aumenta, como la ionización depende de ambos, se produce a determinada altura un máximo de partículas ionizadas, lo que explica la formación de la capa ionosférica.

En el modelo simplificado de la formación de la capa ionosférica de Chapman se introducen las siguientes hipótesis. En la ionosfera las únicas partículas con carga negativa son electrones libres, y los iones positivos sólo tienen una carga eléctrica. La ionosfera es en su totalidad neutra, por tanto, el número total de partículas es

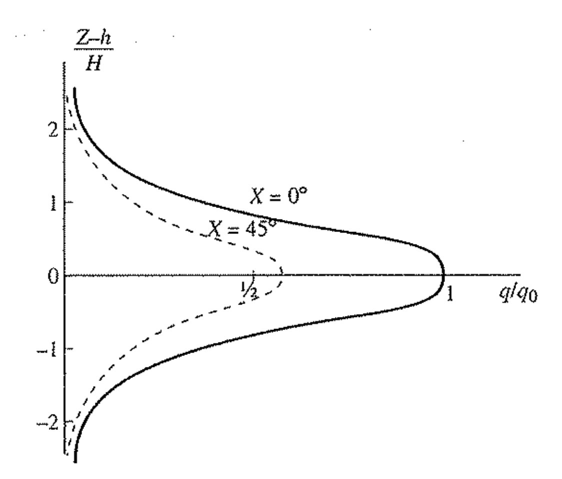


FIGURA 16.8. Variación de la densidad de iones con la altura en el modelo simplificado de Chapman para incidencia vertical y a 45°.

$N_e + N^+ = 2N$. Además del proceso de formación de iones por radiación se da un proceso inverso de recombinación de un ión positivo y un electrón, para formar una partícula neutra. El número de iones recombinados es proporcional al producto del número de partículas con carga de distinto signo (αN^2). Bajo estas condiciones, el número de iones por unidad de volumen y unidad de tiempo a una altura determinada z es:

$$\frac{dN}{dt} = q - \alpha N^2 \qquad [16.20]$$

donde N y q son los valores correspondientes a z. Para la situación estacionaria en la que $\frac{dN}{dt} = 0$, resulta:

$$N = \sqrt{\frac{q}{\alpha}} \qquad [16.21]$$

Si llamamos N_0 el número de iones en la altura h (altura de máxima producción de iones), para la radiación vertical, N/N_0 nos dará la proporción de iones en cualquier otra altura y para otras posiciones del Sol que dependerán de la latitud, la hora del día y la época del año.

16.5. Estructura de la magnetosfera

Las variaciones periódicas y las perturbaciones del campo magnético son ejemplos de la interacción del campo geomagnético con la actividad solar. Al hablar de las

tormentas magnéticas hemos dicho que se producen por la llegada al campo magnético de partículas con carga eléctrica, expulsadas de la superficie del Sol en violentas erupciones. Sin embargo, estas partículas no sólo son emitidas por el Sol en las erupciones, sino que existe una continua actividad de emisión de partículas que constituye un verdadero viento o plasma solar. La idea del viento o plasma solar fue propuesta por S. Chapman y V. C. A. Ferraro, en 1930, para explicar las perturbaciones del campo geomagnético después de las fulguraciones solares. L. Biermann, en 1951, concluyó que debe existir un flujo continuo de partículas desde el Sol, además del producido durante las fulguraciones. Para este flujo continuo, introdujo E. N. Parker el término de viento solar. La interacción de este continuo flujo de partículas produce una deformación de las líneas de fuerza del campo magnético terrestre, que queda comprimido en la dirección frontal hacia el Sol y alargado en la dirección opuesta. El campo magnético es además anulado fuera de una cierta región, en la que queda confinado. Esta región recibe el nombre de magnetosfera, propuesto por vez primera por T. Gold, en 1959. El límite exterior de la magnetosfera representa así el límite del campo magnético terrestre. La interacción entre este campo y el flujo de partículas con carga eléctrica da origen a toda una serie de fenómenos. El comportamiento de estas partículas depende en gran manera de su energía.

Las partículas de alta energía, que constituyen la radiación cósmica, atraviesan el campo magnético, sin ser apenas afectadas por él. Las partículas de baja energía, como las que forman en su mayoría el viento solar, se ven afectadas y desviadas por el campo geomagnético. La interacción con estas partículas es la que determina la estructura de la magnetosfera.

Los primeros modelos de la magnetosfera están basados en las ideas propuestas por Chapman y Ferraro en los años 1930 sobre la forma en que el campo magnético interacciona con el plasma solar. Este plasma está asociado al campo magnético interplanetario de origen solar mientras que la Tierra tiene su propio plasma asociado con su campo magnético. Como estos plasmas no se mezclan, la magnetosfera forma una cavidad cerrada cuyas dimensiones dependen del balance de la presión en la frontera entre el viento solar y campo magnético terrestre. Hacia 1960 Dungey propuso una estructura de magnetosfera abierta en la que se da una interconexión en la frontera entre el campo magnético interplanetario y el terrestre y entre las dos poblaciones de plasma.

De una manera simplificada las características más importantes de la magnetosfera son las siguientes. Debido al choque frontal con el viento solar, la magnetosfera se ve notablemente acortada en la dirección hacia el Sol, reduciéndose sus dimensiones a una distancia de 10 a 15 R_t (radios terrestres), mientras en la dirección opuesta tiene una larga cola que se extiende hasta 60 R_t. El límite externo de la magnetosfera en la que el campo es nulo se denomina magnetopausa. En la parte frente al Sol, debido a la propagación supersónica de las partículas del viento solar se produce un frente que constituye el llamado escudo magnético. Entre este frente de choque y la magnetopausa hay una región en la que las partículas tienen un movimiento irregular y que recibe el nombre de magnetovaina *(magnetosheath)*. En la cola de la magnetosfera *(magnetotail)* formada por la fuerza tagencial del viento solar se produce una lámina neutra (*CD*) por la interacción de las líneas de fuerza paralelas y de sentido contrario. En los modelos abiertos de la magnetosfera, la cola se extiende hasta distancias

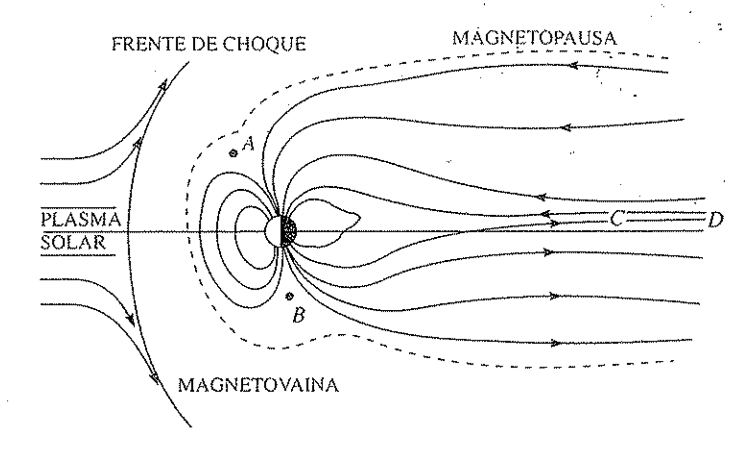


FIGURA 16.9. Líneas del campo magnético y estructura simplificada de la magnetosfera.

entre 100 y 200 R_t quedando las líneas de fuerza del campo magnético terrestre abiertas y finalmente fundiéndose con las del campo interplanetario. La estructura de la cola en estos modelos cambia de forma durante las tormentas y subtormentas magnéticas.

En los puntos de convergencia de las líneas de fuerza del campo sobre los polos se forman también dos puntos neutros (A y B). En el campo no-perturbado del dipolo, estos puntos estarían exactamente sobre los polos magnéticos; en el caso del campo perturbado por el viento solar éstos se ven desplazados. En el interior de la magnetosfera, el campo mangético resulta de la suma de varias aportaciones, en forma simplificada:

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_T + \boldsymbol{H}_{CF} + \boldsymbol{H}_R + \boldsymbol{H}_{NS}$$

$\boldsymbol{H}_T$ es el campo interno de la Tierra, $\boldsymbol{H}_{CF}$ es debido a las corrientes que se forman en la superficie de la magnetosfera (*CF* son las iniciales de Chapman y Ferraro), $\boldsymbol{H}_R$ es el campo de las corrientes en forma de anillo (*R —ring—*) que se forman en la zona ecuatorial, y $\boldsymbol{H}_{NS}$ es el campo que se produce en la zona de la cola debido a la superficie neutra (*NS —neutral sheet—*). Dependiendo de la zona de la magnetosfera de que se trate, una u otra aportación será la más importante. Comparando esta situación con la del campo del dipolo, su intensidad, al disminuir con el cubo de la distancia a 10 R_t, es de unas 40 nT. Para la misma distancia en el campo deformado de la magnetosfera en la dirección hacia el Sol, la intensidad es prácticamente nula, mientras que en la dirección opuesta, en la que el campo se ve alargado, es considerablemente superior.

Un elemento importante en la estructura de la magnetosfera son las regiones de plasma en su interior. De ellas las más importantes son la plasmaesfera en torno a la Tierra y que gira con ella extendiéndose hasta unos 10 R_t con densidades de hasta 1.000 partículas por cm³ y la lámina de plasma que se extiende en la cola hasta distancias de 100 R_t. Para los modelos abiertos las partículas de la lámina de plasma acaban por integrarse en el viento solar. La existencia y movimiento del plasma en la magnetosfera crea una serie de campos eléctricos. Relacionados con ellos se pueden definir una serie de sistemas de corrientes, de las que las más importantes son las corrientes alineadas con el campo magnético, las relacionadas con la superficie neutra, las corrientes de anillo y las existentes en la magnetopausa. Las regiones de plasma y la distribución de estas corrientes son de gran importancia en la definición de la estructura de la magnetosfera.

16.6. Partículas en el campo magnético. Dinamo ionosférica

Los problemas relacionados con la interacción entre las partículas procedentes del exterior y el campo magnético pueden considerarse, en sus aspectos más fundamentales, estudiando el comportamiento de una partícula de masa m y carga eléctrica q en los campos magnético $\boldsymbol{B}$, eléctrico $\boldsymbol{E}$ y gravimétrico $\boldsymbol{g}$ de la Tierra. La ecuación del movimiento de una partícula puede escribirse en la forma:

$$m\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} = q\boldsymbol{E} + q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} + m\boldsymbol{g} \qquad [16.22]$$

En el caso del campo de la Tierra, la influencia del campo gravitatorio es muy pequeña, comparada con las otras dos. Para comprender un poco el tipo de movimientos que afectan una partícula, consideremos primero únicamente el efecto de un campo mangético homogéneo. La velocidad de la partícula se puede separar en dos componentes, uno normal, v_n, y otro, v_p, paralelo al campo magnético:

$$\boldsymbol{v} = v_n \boldsymbol{e}_n + v_p \boldsymbol{e}_p \qquad [16.23]$$

Bajo estas condiciones, la ecuación [16.22] queda en la forma:

$$\frac{\partial v_n}{\partial t} = \frac{q\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{m}} v_n \qquad [16.24]$$

$$\frac{\partial v_p}{\partial t} = 0 \qquad [16.25]$$

La primera de estas dos ecuaciones indica que el movimiento de la partícula es circular, en círculos normales a la dirección del campo magnético con una frecuencia angular:

$$\omega = \frac{q\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{m}} \qquad [16.26]$$

Si igualamos el valor de aceleración de la ecuación [16.26] con la aceleración centrípeta se obtiene para el radio de giro el valor:

$$r = \frac{\boldsymbol{m} v_n}{q\boldsymbol{B}} \qquad [16.27]$$

El componente de la velocidad constante v_p, hace que la trayectoria circular avance en la dirección paralela a las líneas de fuerza del campo magnético. Si el campo eléctrico $\boldsymbol{E}$ no es nulo y su dirección es normal a la del campo magnético $\boldsymbol{B}$, el movimiento de la partícula tiene un componente más, normal a las direcciones de $\boldsymbol{E}$ y $\boldsymbol{B}$. Este componente se llama velocidad de deriva v_D (Fig. 16.10).

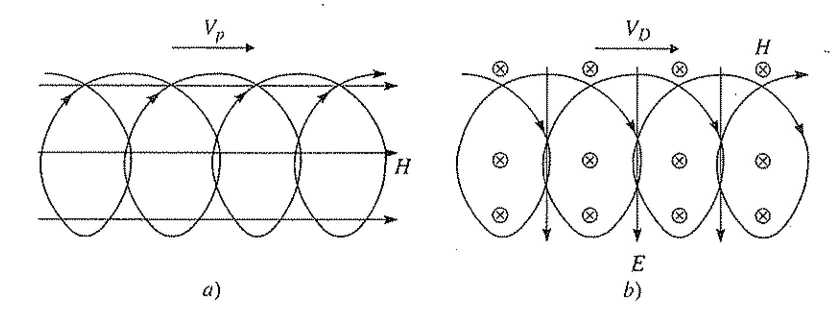


FIGURA 16.10. Movimientos de una partícula en: *a*) un campo magnético, y *b*) campos magnético y eléctrico.

Este movimiento hace desplazarse el centro de giro de la partícula con velocidad v_D en una dirección que es normal a $\boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{E}$.

Cuando los campos $\boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{E}$ no son constantes, sino que cambian tanto con las coordenadas del espacio como con el tiempo, la situación es más complicada. Uno de los fenómenos que se producen cuando el campo magnético aumenta en una dirección es que se forma un punto de reflexión, donde $v_{\parallel}$ se anula y v_p cambia de signo. Esta situación se da en el campo terrestre, cuando las partículas se acercan a las zonas polares, donde el campo magnético es más intenso.

16.6.1. *Dinamo ionosférica*

El movimiento de las partículas con carga eléctrica de la ionosfera en el campo magnético de la Tierra permite explicar el origen de las variaciones periódicas *Sq* y *L*. Este efecto es parecido al producido por una dinamo, en la que el campo interno representa el papel de imán fijo y las partículas de la ionosfera el de la parte rotatoria. Este modelo fue propuesto por B. Stewart, en 1882. En él se asignaba el movimiento de la ionosfera a las corrientes convectivas creadas por el calentamiento del Sol, en las capas de la alta atmósfera. Aunque todavía no se había descubierto la ionosfera, Stewart supuso que la conductividad en esa región de la atmósfera era lo suficientemente alta para crear el efecto de dinamo deseado, al moverse en el campo magnético de la Tierra. El desarrollo matemático de esta hipótesis fue obra de A. Schuster, en 1908, quien demostró que el campo responsable de las variaciones *Sq* es de origen externo. Según él, las corrientes eléctricas que lo producen pueden ser debidas a movimientos de tipo convectivo del aire en una capa conductora que situó por encima de los 100 km. Supuso además que la ionización y conductividad de la capa varía con el ángulo cenital del Sol, y que el conjunto de procesos combinados resulta en un periodo predominante de veinticuatro horas y otro menor de doce horas, tal como se observa en estas variaciones. Este análisis fue posteriormente perfeccionado por otros autores como Fritche, Walker, van Bemmelen y Chapman, que también lo aplicaron a las variaciones *L*. Actualmente se piensa que las corrientes eléctricas se producen por el movimiento de las partículas ionizadas, debido a la acción combinada de convección térmica, marea atmosférica, variación en la ionización y corrientes de deriva de los electrones libres.

16.7. Anillos de radiaciones y auroras

Los datos de observación de los primeros satélites (Explorer I, III y Pioner III, en 1958) pusieron de manifiesto, en 1959, la existencia de unos anillos o cinturones de partículas en órbitas ecuatoriales alrededor de la Tierra, que se conocen con el nombre de su descubridor, J. A. Van Allen. Las partículas de estos anillos se dividen en protones de alta energía (más de 30 MeV) y protones y electrones de baja energía (menos de 6 MeV). Estos anillos se dividen en dos zonas, una interna entre 1,5 y 2 R_t y otra externa entre 4 y 5 R_t. El anillo interno está formado por las partículas de más altas energías (figura 16.11). Los anillos de radiaciones están integrados en los modelos modernos de la magnetosfera y forman parte de la plasmaesfera.

Las partículas en estos anillos tienen un movimiento zonal (a lo largo de un meridiano magnético) entre dos puntos de reflexión (v_p), mientras van girando en torno a las líneas de fuerza del campo magnético ($v_{\parallel}$), al mismo tiempo que se van desplazando con un movimiento deriva (v_D) alrededor de la Tierra de este a oeste. Los periodos de estos movimientos son de 1 a 100 microsegundos para el giro de las partículas alrededor de las líneas de fuerza, de diez a treinta segundos para la oscilación entre los dos puntos de reflexión, y de diez minutos a veinticuatro horas para la revolución completa alrededor de la Tierra.

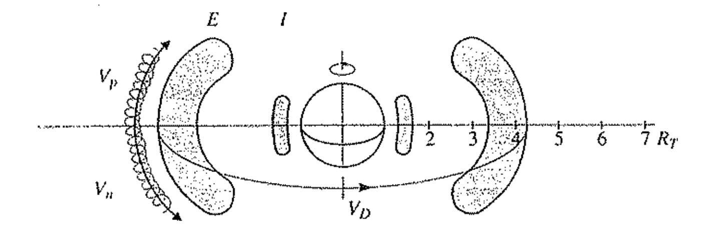


FIGURA 16.11. Anillos o cinturones de radiación de Van Allen.

Para el mecanismo de inyección de estas partículas se supone que las partículas de alta energía, bien provenientes de rayos cósmicos o de erupciones solares, chocan con las partículas de la atmósfera, produciendo un neutrón que luego se desintegra en un protón, electrón y neutrino, quedando el protón y el electrón capturados por el campo magnético.

16.7.1. *Auroras*

Las auroras, tanto boreales como australes, son fenómenos luminosos que se dan en la alta atmósfera, visibles en latitudes muy altas cerca de las regiones polares. Conocidos estos fenómenos desde muy antiguo, no han recibido una explicación adecuada hasta muy recientemente. El término «*aurora borealis*» data de 1620, y hasta 1950 su origen era explicado de muy diversa manera, desde la reflexión de los rayos del Sol en los cristales de hielo a las descargas eléctricas. Hoy sabemos que el origen de estos fenómenos luminosos se debe a la excitación de los átomos de los gases de la alta atmósfera, N_2, O y H, por partículas que penetran en ella con gran energía. Los átomos así bombardeados pasan a un estado excitado y vuelven al estado de equilibrio, produciendo una radiación luminosa. El fenómeno de las auroras es muy complejo, abarcando una variedad de fenómenos, de los que los más conocidos son los que se conocen como auroras luminosas.

El estudio de las auroras luminosas se divide en sus aspectos morfológicos y espectroscópicos. La morfología, o aspecto visible de las auroras, presenta una estructura complicada, con rasgos que a veces varían rápidamente en el tiempo. Su estudio ha avanzado desde que se generalizó, a partir de 1950, la cámara de cielo total que obtiene fotografías de horizonte a horizonte, y más modernamente los sistemas de televisión y equipos de espectrografía, tanto desde la superficie como desde satélites artificiales. Estas últimas observaciones muestran la apariencia de las auroras vistas desde su parte superior. La intensidad luminosa de las auroras se mide por una escala de I a IV, y la morfología, de una manera cualitativa, en distintos tipos, de los que algunas clasificaciones dan catorce formas distintas. Las auroras más corrientes son las de forma de arco, con dimensiones hasta de 1.000 km y producidas a alturas de unos 120 km. Otras tienen la forma radial o de bandas, etc., existiendo auroras difusas sin ninguna estructura discreta.

El espectro de las auroras es también bastante complejo. La apariencia roja y verde, bastante común en las auroras, es debida a emisiones de oxígeno de 6.300 Å y 5.557 Å, respectivamente, mientras que la violeta se debe a nitrógeno de 3.914 Å. La

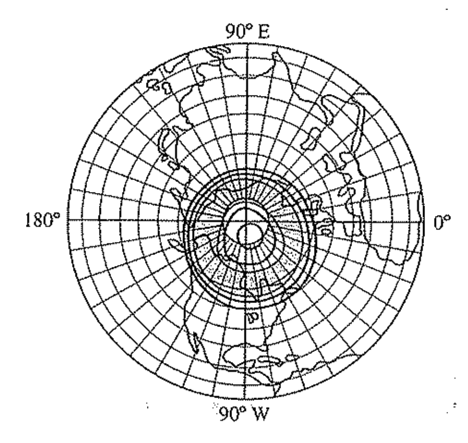


FIGURA 16.12. Región polar en la que es mayor la frecuencia de las auroras.

observación de las auroras está comprendida en una zona con centro aproximado en el polo magnético, y una banda con una anchura de unos 20° de latitud, con el máximo en las latitudes magnéticas entre 67° y 77° (Fig. 16.12). Las partículas responsables de las auroras luminosas son principalmente electrones con energías entre 1 y 10 keV.

Además de las auroras luminosas, existe también toda una serie de otros fenómenos limitados a las zonas polares que están asociados a mecanismos similares. Entre éstos están las llamadas auroras de radar, de rayos X, absorción de ondas de radio, emisión de frecuencias bajas, etc. Todos estos fenómenos están asociados con la actividad solar y la penetración de partículas a través de la magnetosfera.

16.8. Bibliografía

Una discusión muy general del campo magnético externo se encuentra en GARL 19. Un tratamiento más extenso y detallado puede hallarse en las obras generales de geomagnetismo ya citadas:

CHAPMAN, S., y BARTELS, J. (1951): V-XV y XXIII-XXV.
JACOBS, J. A. (1991): vol. 4.
MATSUSHITA, S., y CAMPBELL, W. H. (1967): III-VI.
En especial, los capítulos siguientes:
III.1: «Solar quiet and lunar daily variations». S. Matsushita.
III.3: «The neutral atmosphere and quiet ionosphere». T. E. van Zandt.
IV.2: «Aurora». B. Hultqvist.
IV.3: «Geomagnetic disturbances and storms». S. Matsushita.
V.3: «Magnetosphere and radiation belts». J. W. Kern.
MIGUEL, L. DE (1980): VI-VIII.
PARKINSON, W. D. (1983): 4.

De entre las obras especializadas con énfasis en los fenómenos de interacción entre el campo magnético y la actividad solar seleccionamos los siguientes:

AKASOFU, S. I., y CHAPMAN, S. (1972): *Solar-terrestrial physics*. Oxford U. Press.
HARGREAVES, J. K. (1979): *The upper atmosphere and solar-terrestrial relations*. Van Nostrand Reinhold, Nueva York.
KIVELSON, M. G., y RUSSELL, C. T. (eds.) (1995): *Introduction to space physics*. Cambridge University Press.
RATCLIFFE, J. A. (1972): *An introduction to the ionosphere and magnetosphere*. Cambridge U. Press.
RISHBET, H., y GARRIOT, O. K. (1969): *Introduction to ionospheric physics*. Academic Press, Nueva York.
WHITTEN, R. C., y POPPOFF, I. G. (1971): *Fundamentals of aeronomy*. Wyley and Sons, Nueva York.

Referencias a artículos de carácter general que pueden ser consultados se pueden encontrar en las obras citadas. Por su carácter general y estar escrito en castellano citamos aquí el de E. GALDON sobre la ionosfera:

GALDON, E. (1959): «Estudio de la ionosfera por sondeos de incidencia vertical». *Urania*, XLIV, 21-140.

CAPÍTULO 17

OBSERVACIÓN DEL CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE Y ANOMALÍAS

Vemos el dorso del tapiz en donde lo
desechado, en más medida siempre que lo
elegido, trama sus monstruosas formas,
patentiza sin nosotros su tosca inexistencia.

RAFAEL GUILLÉN, *La configuración de lo perdido.*

17.1. Medidas absolutas y relativas

Debido al carácter vectorial del campo geomagnético, su determinación implica la medida de su magnitud y dirección. Esto se puede hacer por observación del módulo del vector total de Campo F y de los ángulos de declinación D e inclinación I, o también por determinación de sus componentes X, Y y Z en la dirección de las coordenadas geográficas, N-S, E-W y vertical.

Como en el caso de las medidas gravimétricas, las medidas magnéticas pueden ser absolutas y relativas, aunque ahora la distinción no es tan clara. De una manera general, se puede decir que las medidas absolutas proporcionan el valor de la magnitud que se quiere medir en un instante dado. Las medidas relativas a su vez proporcionan las variaciones del campo, de un lugar a otro, o de un instante de tiempo a otro en el mismo lugar. En realidad, las medidas absolutas no son instantáneas, ya que el proceso de medida dura un cierto tiempo, y el valor obtenido representa un valor promedio durante el intervalo de medida.

El fundamento de las medidas del campo magnético se basaba, hasta hace relativamente poco, en la orientación o movimiento de un imán suspendido. Esta técnica se ha visto complementada con la aplicación de los magnetómetros modernos, cuyo funcionamiento se basa en fenómenos de resonancia magnética atómica o nuclear, y en las propiedades eléctricas y magnéticas de ciertos materiales, lo que permite obtener de forma sencilla valores más exactos del campo geomagnético.

Históricamente, las primeras medidas magnéticas son las de la declinación, realizadas con una aguja imanada que se remontan al siglo XV. Hacia 1540, Alonso de Santa Cruz y Joao de Castro realizaron numerosas determinaciones de la declinación durante sus viajes a América y las Indias Orientales. Las primeras medidas de la inclinación con aguja imanada de eje horizontal fueron realizadas por G. Hartmann, en 1544. Las medidas de las componentes de la intensidad del campo magnético terres-

tre son de época posterior. Las primeras son de la componente horizontal H y fueron realizadas por Humboldt y Gauss, hacia 1830. Para 1837 se describe ya el método de medidas absolutas de H, y la construcción de un variómetro para el mismo componente. Entre 1836 y 1840 se realiza, impulsado por Humboldt, Gauss y Weber, un programa de observaciones simultáneas en un número de observatorios magnéticos (Göttingen Magnetische Verein), al que se unieron, en 1839, los instalados en las colonias británicas (British Colonial Observatories), bajo la dirección de E. Sabine. En el mismo año, 1839, Lloyd introdujo la balanza magnética para medir las variaciones de la componente vertical Z. El registro fotográfico de las variaciones fue introducido por Brooke, en 1846, en Greenwich y se ha mantenido hasta nuestros días, en que se ha complementado por métodos modernos de registro digital.

17.2. Métodos clásicos de medidas absolutas y relativas

La determinación absoluta de las componentes D, H, Z ha servido hasta época muy reciente como única forma de la determinación del campo total F y sus componentes. Actualmente se utiliza de forma más extendida la determinación absoluta de F mediante métodos modernos, como veremos más adelante.

La observación de la declinación magnética D, en un lugar determinado, consiste en la determinación del acimut de una aguja imanada, que pueda oscilar libremente en un plano horizontal. Considerando que no existe torsión en el hilo de suspensión, la aguja se orientará en la dirección del meridiano magnético, formando un ángulo α con el origen 0 del limbo graduado situado en la plataforma horizontal. Retirando el imán, el origen 0 del aparato formará con una mira de referencia de acimut β conocido, un ángulo α'.

Según puede observarse en la figura 17.1, se deduce que:

$$\alpha' - \alpha = D + \beta \qquad [17.1]$$

donde α, α' y β son conocidos, por lo que puede deducirse el valor de la declinación D.

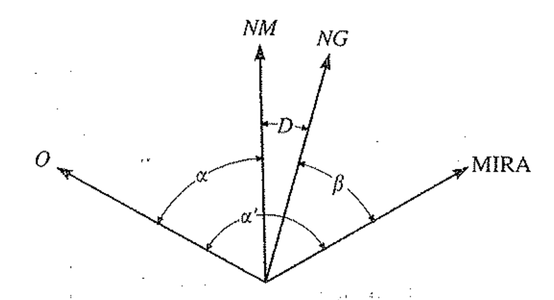


FIGURA 17.1. Determinación de la declinación magnética a partir de los ángulos observados en el plano horizontal.

Existen, no obstante, errores debidos a la tensión residual del hilo de suspensión que es necesario compensar. Para eliminar este efecto se realizan las medidas con dos imanes de momento magnético fuerte y débil. Por otra parte, como estas observaciones son muy lentas, es necesario corregirlas por la propia variación de la declinación durante el tiempo de ejecución de la medida.

Para la determinación del módulo de la componente horizontal H se utiliza un instrumento llamado teodolito magnético. Este instrumento consiste en un imán de momento magnético m suspendido horizontalmente por una fibra de cuarzo. El método en el que se basa es el de Gauss o determinación de mH y m/H, correspondientes al momento magnético del imán y la componente horizontal del campo magnético.

Inicialmente se suspende el imán, cuyo momento de inercia es J, en un plano horizontal, es decir, sometido a la acción de H. Si se desplaza el imán de su posición de equilibrio, comienza a oscilar alrededor del meridiano con un periodo T dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mH}} \qquad [17.2]$$

donde se desprecia la acción de la fibra, y la única fuerza actuando es la del campo magnético del imán. Midiendo el periodo T y conocido J obtenemos mH. Para el cálculo del cociente m/H se sustituye el imán suspendido por una aguja imanada, y el imán del momento m se utiliza como imán desviador, el cual se sitúa en el plano horizontal en dos posiciones que se denominan de Gauss y Lamont (Fig. 17.2) (J. von Lamont, 1805-1879).

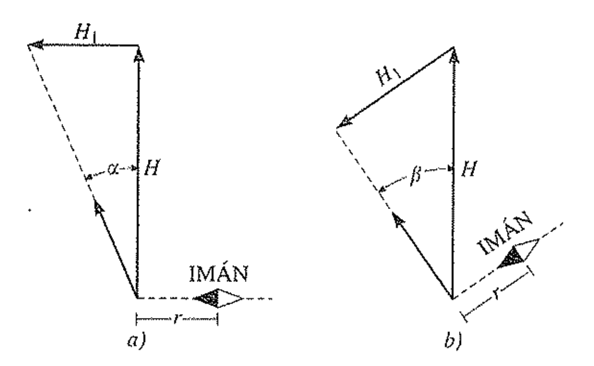


FIGURA 17.2. Posiciones en la determinación absoluta de la componente horizontal H: *a*) de Gauss, *b*) de Lamont.

Situando el imán de momento m perpendicular al campo H (posición de Gauss), la aguja imanada girará un ángulo α. Este ángulo dependerá de H_1, componente radial del campo creado por el imán y cuyo valor de acuerdo con [14.19] es:

$$H_1 = \frac{2Cm}{r^3} \qquad [17.3]$$

siendo r la distancia del imán a la aguja suspendida y $C = \mu_0/4\pi$. De la figura 17.2 se desprende que:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{H_1}{H} = \frac{2Cm}{Hr^3} \qquad [17.4]$$

Si se sitúa el imán de tal forma que permanezca normal a la aguja imanada en la posición de equilibrio (posición de Lamont) el ángulo girado cumplirá:

$$\text{sen}\,\beta = \frac{H_1}{H} = \frac{2Cm}{Hr^3} \qquad [17.5]$$

Con la observación de α y/o β se deduce el cociente m/H. A partir de esta medida y la de mH, se pueden obtener los valores de m y H. El valor de H obtenido de esta forma es su valor absoluto.

17.2.1. *Medidas relativas*

Uno de los instrumentos clásicos más usados para la determinación de la componente horizontal del campo es el magnetómetro QHM *(Quartz Horizontal Magnetometer)*, desarrollado por D. La Cour, en 1930. Consiste en un imán de momento m, suspendido de un hilo de cuarzo que puede oscilar en un plano horizontal. Todo el conjunto puede girar sobre un plano horizontal graduado. Si en una posición P_1 cualquiera de la base cercana al norte magnético, se libera el imán, éste no se orienta en la dirección del norte magnético, sino que debido a una torsión inicial β, forma un ángulo α_1, cumpliéndose entonces (Fig. 17.3):

$$mH\,\text{sen}\,\alpha_1 = \tau\beta \qquad [17.6]$$

siendo τ el coeficiente de torsión del hilo de suspensión.

Si aumentamos el giro del imán en 2π, éste no quedará en P_1, sino en una nueva posición P_2 cumpliéndose:

$$mH\,\text{sen}\,(\alpha_1 + a_1) = \tau(\beta + 2\pi) \qquad [17.7]$$

Si volvemos atrás con un giro de -4π se colocará en otra posición P_3 cumpliéndose, por tanto:

$$mH\,\text{sen}\,(\alpha_1 - a_2) = \tau(\beta - 2\pi) \qquad [17.8]$$

Sumando las expresiones [17.7] y [17.8] y sustituyendo el valor de β, deducido a partir de [17.6] resulta:

$$\text{tg}\,\alpha_1 = \frac{\text{sen}\,a_1 - \text{sen}\,a_2}{2 - \cos a_1 - \cos a_2} \qquad [17.9]$$

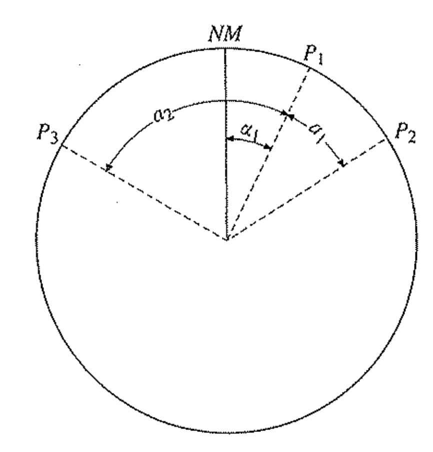


FIGURA 17.3. Medida relativa de H con un magnetómetro *QHM*.

Por otra parte, restando [17.7] y [17.8] obtenemos:

$$H = \frac{4\pi\tau}{m}\,[\text{sen}\,(\alpha_1 + a_1) - \text{sen}\,(\alpha_1 - a_2)]^{-1} \qquad [17.10]$$

Si el instrumento está bien ajustado de forma que β y α_1 son pequeños, entonces a_1 y a_2 diferirán poco de su valor medio ϕ y, por tanto:

$$H = \frac{2\pi\tau}{m\,\text{sen}\,\phi} \qquad [17.11]$$

Esta medida depende de los valores de m y τ que han de contrastarse en continuas calibraciones, ya que varían con el tiempo. Utilizando el mismo aparato se puede determinar D, aunque con mucha menor precisión que con el método descrito anteriormente.

En cuanto a la componente vertical Z, se determina de forma relativa con el aparato BMZ *(Magnetometer Zero Balance)*, basado en lo que se llama método de cero. El instrumento consiste en un imán móvil, que puede girar alrededor de un eje horizontal astatizado con su masa. El conjunto imán e hilo de suspensión puede girar en el plano horizontal, de forma que la aguja esté sometida a la componente vertical del campo magnético.

Cuando el imán móvil forma un cierto ángulo α con la horizontal, la ecuación de equilibrio es (Fig. 17.4):

$$mga\,\text{sen}\,\alpha + MH\cos t\,\text{sen}\,\alpha = Z\cos\alpha \qquad [17.12]$$

donde t es el acimut del eje magnético del imán con el norte magnético; m, la masa, y M, el momento magnético de dicho imán. Puede apreciarse que el ángulo α depende

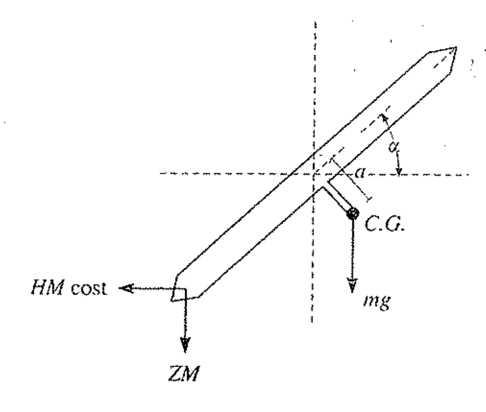


FIGURA 17.4. Composición de fuerzas en el plano vertical actuando sobre una balanza *BMZ*.

del valor del acimut *t*. Si mediante imanes auxiliares se elimina la componente vertical *Z*, podemos determinar su valor. Para ello se colocan imanes auxiliares de forma que α es cero, cumpliéndose entonces que:

$$Z_c + Z_t + Z_s = 0 \qquad [17.13]$$

donde Z_c es la componente vertical del campo geomagnético y Z_t, Z_s los campos producidos por los imanes auxiliares. Este instrumento, cuando se utiliza en prospección, mide las variaciones locales de la componente vertical del campo magnético *Z*, al moverse de una posición a otra.

Para medidas rápidas de trabajos de prospección, dentro de los instrumentos de metodología clásica, se usa también el magnetómetro de torsión. Este instrumento se basa en la determinación de un par de torsión ejercido por una fibra de cuarzo, que compensa el par debido al campo magnético terrestre en un imán suspendido. Variando la posición de giro del imán se puede medir con el mismo instrumento las componentes *H* y *Z*.

17.3. Métodos modernos de medida del campo magnético

Bajo el título de métodos modernos incluimos los que se basan bien en fenómenos de resonancia magnética atómica, o de saturación en núcleos de alta permeabilidad. Este tipo de instrumentación se ha desarrollado prácticamente en los últimos treinta años. El primer magnetómetro de protones fue desarrollado por M. E. Packard y R. H. Varian, en 1954. Una adaptación de este magnetómetro para medir las componentes del campo magnético se debe a L. Hurwitz y J. H. Nelson, en 1960. De la misma época, hacia 1958, data el desarrollo de los magnetómetros de bombeo óptico, entre otros por W. E. Bell, T. L. Skillman y P. L. Bender. El uso de la variación de la permeabilidad magnética de núcleos ferromagnéticos, como el mumetal, para medir pequeñas variaciones del campo magnético se remonta a 1936 por Aschenbrenner, G. W. Elmen y H. Antranikian y su aplicación a la prospección de minerales se generaliza a partir de 1949. Recientemente se ha desarrollado una nueva generación de magnetómetros denominados criogénicos por su funcionamiento a muy bajas temperaturas con los que se logran unas sensibilidades muy altas. A éstos pertenecen los SQUID *(Superconducting Quantum Interference Device)* basados en los fenómenos cuánticos asociados a la superconductividad.

Entre las ventajas que han proporcionado estos métodos está la precisión en las medidas con sensibilidades entre 0,1 y 0,01 nT para el magnetómetro de protones, de 0,001 nT en el de bombeo óptico y hasta 10^{-6} nT en el criogénico. Además se ha logrado una gran rapidez en las medidas que permite apreciar con precisión variaciones rápidas del campo magnético. Entre los distintos procedimientos actuales, daremos una descripción corta de los fundamentos en que se basan los tres tipos más importantes, magnetómetro de protones, de bombeo óptico y de núcleo saturado.

17.3.1. *Magnetómetro de protones*

Los instrumentos llamados magnetómetros de protones constituyen en la actualidad una de las formas más precisas de determinar la intensidad total del campo geomagnético. Este magnetómetro se basa en el fenómeno de precesión del espín de los protones de un material. En un líquido cualquiera rico en protones, por ejemplo, el agua, en presencia del campo geomagnético, que no es lo suficientemente intenso para orientarlos en su dirección, los espines de los protones están distribuidos al azar. Si se aplica un fuerte campo magnético polarizador, los protones se alinean en la dirección de este campo. Cuando de forma repentina cesa este campo intenso, los protones tienden a orientarse primero en la dirección del campo geomagnético, produciéndose un movimiento de precesión en torno a él por un breve tiempo, antes de distribuirse de nuevo al azar.

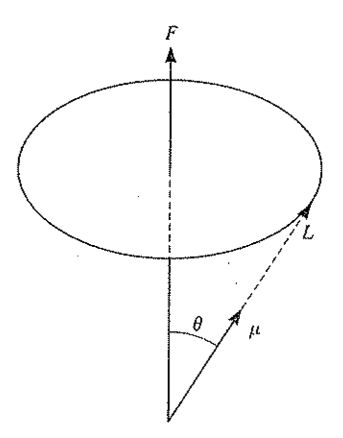


FIGURA 17.5. Movimiento de precesión de protones en torno al campo magnético terrestre.

Si $\boldsymbol{L}$ es el momento angular cinético del protón y $\boldsymbol{\mu}$ su momento magnético tal que forman un ángulo θ con la dirección del campo magnético externo $\boldsymbol{F}$, el protón estará sometido a un par dado por $\boldsymbol{\mu} \times \mathbf{F}$ y el momento angular cinético $\boldsymbol{L}$ adquiere un movimiento de precesión (Fig. 17.5):

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{F} \qquad [17.14]$$

Por otra parte, si ω_p es la velocidad angular de la precesión se tendrá:

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \omega_p \times \boldsymbol{L} \qquad [17.15]$$

de donde resulta:

$$\mu F \, sen\, \theta = \omega_p L \text{ sen } \theta \qquad [17.16]$$

$$\omega_p = \frac{\mu}{L} F = \gamma_p F \qquad [17.17]$$

La cantidad γ_p se la conoce como relación giromagnética del protón, y es una constante conocida por experimentación en el laboratorio. Un valor reciente de esta constante es $\gamma_p = 2{,}67513 \times 10^8\ T^{-1}\ s^{-1}$. Por tanto, para medir F se debe detectar la corriente inducida en la bobina de polarización por efecto de la precesión, y cuya frecuencia es idéntica a la de precesión de los protones ω_p. La duración de este fenómeno es tan sólo de unos cinco segundos después de cesar la polarización, por lo que se obtiene un valor prácticamente instantáneo. Las frecuencias obtenidas son de alrededor 2.000 Hz para un valor típico del campo total F. La relación entre el valor de la frecuencia $f = \omega_p/2\pi$ medida en Hz y la intensidad total del campo F en nanoteslas es:

$$F = 23{,}4874\, f$$

La frecuencia se determina durante los pocos segundos que dura el fenómeno, por lo que estos instrumentos no dan una medida continua de F, sino medidas a intervalos discretos. Debido al hecho de dar medidas absolutas de la intensidad total del campo y a su indepedencia con respecto a la orientación, estos instrumentos son muy utilizados, tanto para medidas en superficie como en aviones y satélites artificiales.

17.3.2. *Magnetómetro de bombeo óptico*

Este tipo de magnetómetro está basado en el efecto Zeeman, de forma análoga al funcionamiento de un maser, cuya frecuencia de autoexcitación es una función del campo geomagnético. Si un gas alcalino, por ejemplo, rubidio, se somete a la acción de un campo magnético, cada nivel de energía se subdivide en subniveles ligeramente

diferentes. Supongamos ahora que luz polarizada procedente de una lámpara de rubidio pasa a través de un contenedor con vapor de rubidio. Se produce una absorción de fotones que en el vapor excita los átomos del Rb^{87} a un nivel superior (Fig. 17.6). Los átomos excitados vuelven al estado inicial, pero, a causa de la luz polarizada, a un subnivel superior, donde son atrapados.

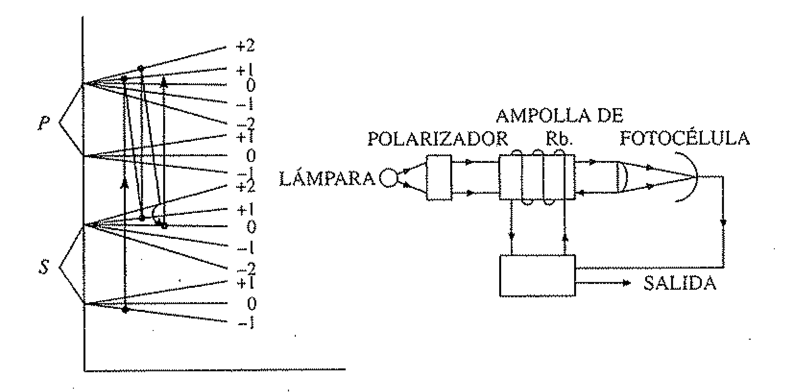


FIGURA 17.6. Esquema de un magnetómetro de bombeo óptico y diagrama de niveles de energía del átomo de Rb mostrando los saltos en los estados excitados de los átomos.

El paso de electrones de un nivel a otro se pone de manifiesto haciendo incidir sobre una célula fotoeléctrica la luz que atraviesa la ampolla. La absorción de energía se traduce en una disminución de la intensidad luminosa que recibe la célula. Al volver los átomos a su estado inicial, la ampolla se hace totalmente transparente y la corriente de salida de la célula es máxima. Esta corriente amplificada pasa por un arrollamiento alrededor de la ampolla de gas, creando un campo magnético variable capaz de redistribuir los electrones en su estado original, cuando la frecuencia sea idéntica a la de transición entre dos subniveles Zeeman. En este momento la ampolla se hace opaca, y la corriente de la célula es mínima. La frecuencia del sistema es del orden de 200 a 300 kHz, y depende de la diferencia entre los niveles de energía. Por tanto, la frecuencia estará finalmente relacionada con el campo magnético terrestre que actúa sobre él.

En este tipo de magnetómetros se obtienen medidas de la intensidad total del campo geomagnético con gran precisión, influyendo muy poco su orientación. Son además más sensibles que los magnetómetros de protones y se pueden emplear para la observación de las variaciones temporales del campo.

17.3.3. *Magnetómetros de núcleo saturado (Fluxgate)*

Con el desarrollo de la electrónica se han ido estudiando diversas aplicaciones de ésta a la determinación de las variaciones del campo magnético de la Tierra, para sustituir a los variógrafos clásicos. Uno de los tipos más empleados es el magnetómetro

de núcleo saturado. Este tipo de magnetómetros permite el registro simultáneo de los tres componentes geográficos del campo. Esencialmente, el sensor de un magnetómetro de saturación consiste en un núcleo de un material ferromagnético de alta permeabilidad magnética, rodeado por un arrollamiento receptor. El campo magnético terrestre a lo largo del eje del núcleo produce en éste un flujo magnético. Si se hace variar la permeabilidad del núcleo, variará su flujo y como consecuencia se inducirá un voltaje en el arrollamiento receptor que proporciona unas medidas del campo externo. El funcionamiento del magnetómetro está, por tanto, basado en la variación con el tiempo de la permeabilidad del núcleo. Para conseguir esta variación se han desarrollado diferentes tipos de sensores.

Uno de los tipos más utilizados es el llamado de Vacquier, que consiste en dos núcleos paralelos con arrollamientos primarios, encargados de variar la permeabilidad de los núcleos con el tiempo, de sentido contrario y conectados en serie. A los primarios se conecta la señal de un oscilador de una frecuencia de excitación determinada, que produce la saturación de los núcleos. Rodeando ambos núcleos hay un tercer arrollamiento secundario, que actúa como receptor, acoplado a un amplificador (Fig. 17.7). En ausencia de un campo magnético externo, los núcleos se comportan de forma que la señal de salida en el secundario es nula. Si existe un campo externo se produce un desfase entre las señales en ambos núcleos, con una corriente resultante en el secundario, que previa amplificación resulta en una señal proporcional a dicho campo. La mayoría de los magnetómetros posee además un sistema de retroalimentación negativa con un cuarto arrollamiento, que ajustado convenientemente, produce un nuevo campo con el que se consigue la anulación del campo externo. En estas condiciones, la corriente del cuarto arrollamiento proporciona una medida del campo externo que está actuando sobre el sensor.

Las medidas dependen de cómo se sitúen los núcleos, paralelos al campo total o en cualquiera de las tres direcciones geográficas, obteniéndose en cada caso los componentes correspondientes. Esta operación se realiza por medio de giróscopos o sensores en tres direcciones perpendiculares.

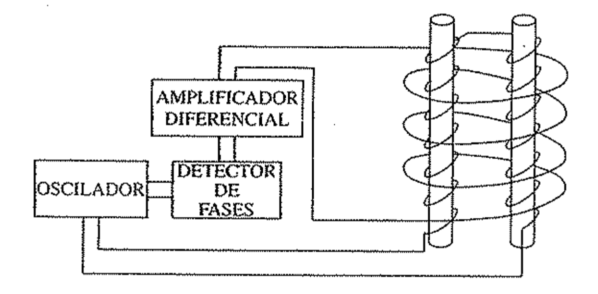


FIGURA 17.7. Esquema simplificado de un magnetómetro de núcleo saturado.

Los límites en la precisión de las medidas con estos instrumentos son debidos a errores en la orientación, cambios de temperatura, etc. Sin embargo, los magnetómetros de núcleo saturado son de gran utilidad para medir tanto las variaciones del campo geomagnético con el tiempo, como en el espacio, bien en superficie o en aviones.

17.3.4. *Magnetómetros criogénicos (SQUID)*

El desarrollo más reciente, iniciado hacia 1975, en la instrumentación magnética es el de los magnetómetros criogénicos basados en los fenómenos asociados a la superconductividad a temperaturas muy bajas y al efecto cuántico de túnel que llevan el nombre de SQUID *(Superconductive Quantum Interference Device)*. El fundamento del instrumento está en el comportamiento de un anillo superconductor enfriado por debajo de una cierta temperatura crítica y por el que se hace pasar una corriente eléctrica. El flujo magnético dentro del anillo está cuantificado en unidades de $h/2e$, siendo h la constante de Planck y e la carga del electrón. En presencia de un campo aplicado que varía de forma continua, el flujo magnético en el interior del anillo varía de forma discontinua en múltiplos de un cuanto de flujo. Un circuito controla la corriente que pasa por el anillo manteniéndola por debajo de su valor crítico. Un dispositivo permite detectar la corriente inducida por cada cambio cuántico en el flujo magnético. Esta corriente, que es retroalimentada para mantener en equilibrio el flujo, permite la medida del campo magnético aplicado. El magnetómetro, que utiliza helio líquido para mantener la baja temperatura de su funcionamiento, es un instrumento vectorial de una gran sensibilidad de hasta 10^{-6} nT. Su principal utilización es en las medidas de campos magnéticos muy débiles como es el caso en paleomagnetismo, sondeos magneto-telúricos y medidas geodinámicas (volcano-, sismo- y tecto-magnetismo).

17.3.5. *Observaciones magnéticas por satélites*

Muchos de los resultados recientes más importantes sobre la estructura del campo magnético terrestre han sido debidos a las observaciones obtenidas desde satélites artificiales. El primer satélite artificial, equipado con instrumentos para la medida del campo magnético fue el Sputnik 3, en 1958, que portaba un magnetómetro triaxial de núcleo saturado. El primero que llevaba un magnetómetro de protones fue el Vanguard 3, en 1959. En 1961, con el Explorer 10, se introduce el uso en los satélites de magnetómetros de bombeo óptico de rubidio, que, combinado con uno de núcleo saturado triaxial, permitió observaciones importantes de las variaciones tanto espaciales como temporales del campo magnético en el espacio exterior. Esta combinación se ha utilizado en muchos otros satélites, como los de las series COSMOS, POGO *(Polar Orbiting Geophysical Observatory)* y OGO *(Orbiting Geomagnetic Observatory)* en 1965. Más recientemente, en 1980, la serie de satélites MAGSAT *(Magnetic Satellites)* ha realizado medidas vectoriales del campo magnético a partir de órbitas de baja altitud. Las observaciones de estos satélites han servido para establecer con más precisión las características del campo geomagnético interno así como determinar la estructura de la magnetosfera, la influencia en ella de las radiaciones solares y la determinación de la estructura de la región de transición entre la magnetosfera y el medio interplanetario.

17.4. Anomalías magnéticas

Cualquiera que sea la forma de observación del campo geomagnético sobre la superficie de la Tierra, sus valores reflejan, además de las características del campo interno y externo, la influencia de las propiedades magnéticas de la parte más superficial de la corteza terrestre. Por tanto, de una manera análoga a como se definieron las anomalías de la gravedad se pueden ahora definir las anomalías magnéticas en la forma:

$$\Delta \boldsymbol{B} = \boldsymbol{B} - \boldsymbol{B}_0$$

donde $\boldsymbol{B}$ es la inducción del campo magnético observado en un punto, corregido por las variaciones del campo externo, y $\boldsymbol{B}_0$ la correspondiente al campo interno de la Tierra. Las anomalías $\Delta \boldsymbol{B}$ son una cantidad vectorial y se suelen usar sus componentes escalares en la dirección del campo total geomagnético en dicho punto ΔF, y de su proyección horizontal (dirección del meridiano magnético) ΔH, así como los componentes en las tres direcciones geográficas ΔX, ΔY, ΔZ (norte-sur, este-oeste y vertical). Estas anomalías son de gran importancia para detectar la presencia de minerales que posean propiedades magnéticas o para estudiar la estructura a nivel regional del basamento cristalino.

Cuando se realizan medidas de anomalías magnéticas, antes de su interpretación, deben hacerse una serie de correcciones. En primer lugar, las medidas se han de reducir a un tiempo único t_0, corrigiendo por las variaciones temporales. Esta corrección se realiza utilizando una estación base con registro continuo, o los registros de un observatorio cercano. Las variaciones del campo magnético terrestre con la altura o con la latitud no son muy importantes cuando se hacen medidas sobre extensiones pequeñas, como es el caso en prospección. Respecto a la altura, la intensidad del campo terrestre sólo varía en 0,03 nT/m en los polos y la mitad de este valor en el ecuador.

17.4.1. *Anomalías debidas a polos y dipolos enterrados*

Aunque se trate de un caso hipotético, la anomalía magnética más sencilla es la debida a un polo magnético enterrado a cierta profundidad. Este problema es semejante al de la anomalía gravimétrica producida por una esfera. El potencial de un polo magnético positivo de intensidad P, en el punto $x = 0$, a profundidad d, tomando la coordenada z positiva hacia abajo, y las coordenadas x e y positivas hacia el norte y este respectivamente, para puntos sobre una línea norte-sur, viene dado por:

$$\Phi_A = \frac{P}{r} = \frac{CP}{\sqrt{x^2 + (z-d)^2}} \qquad [17.18]$$

donde $C = \mu_0/4\pi$.

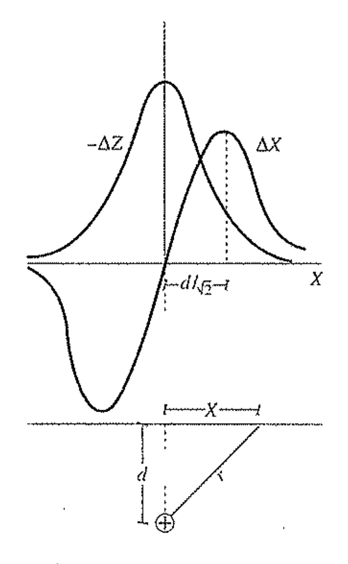


FIGURA 17.8. Componente vertical (ΔZ) y horizontal (ΔX) de las anomalías producidas por un monopolio magnético situado a una profundidad d.

Para $z = 0$, los componentes vertical Δz (positivo hacia abajo) y horizontal Δx (positivo hacia el norte) de la intensidad del campo son:

$$\Delta Z = -\frac{\partial \Phi_A}{\partial z} = \frac{-CPd}{(x^2 + d^2)^{3/2}} \qquad [17.19]$$

$$\Delta X = -\frac{\partial \Phi_A}{\partial x} = \frac{CPx}{(x^2 + d^2)^{3/2}} \qquad [17.20]$$

Las curvas para ΔZ y ΔX están representadas en la figura 17.8. El valor máximo de ΔZ es:

$$\Delta Z_{\text{máx}} = \frac{-CP}{d^2} \qquad [17.21]$$

y el valor de x en el que ΔZ vale la mitad de este valor es:

$$x = d\sqrt{2^{2/3} - 1} \qquad [17.22]$$

De estos dos valores se pueden determinar P y d. La profundidad d se puede obtener también a partir del valor de x en que ΔX es máximo:

$$x = \frac{d}{\sqrt{2}} \qquad [17.23]$$

El potencial de un dipolo magnético de momento magnético m con el polo positivo hacia arriba, enterrado a profundidad d bajo el origen de la coordenada x, para puntos sobre una línea que pase por encima de él en dirección norte-sur, tomando z positivo hacia abajo y el ángulo θ medido desde el polo positivo, viene dado por

$$\Phi_A = \frac{Cm \cos\theta}{r} = \frac{Cm(z-d)}{[x^2 + (z-d)^2]^{3/2}} \qquad [17.24]$$

Para $z = 0$, los componentes vertical y horizontal de la intensidad del campo son:

$$\Delta Z = -\frac{\partial \Phi_A}{\partial z} = \frac{Cm(2d^2 - x^2)}{(x^2 + d^2)^{5/2}} \qquad [17.25]$$

$$\Delta X = -\frac{\partial \Phi_A}{\partial x} = \frac{3Cmxd}{(x^2 + d^2)^{5/2}} \qquad [17.26]$$

Las curvas de ΔZ y ΔX están representadas en la figura 17.9. El componente vertical ΔZ tiene el máximo sobre el dipolo, mientras que el horizontal es nulo en dicho punto. La profundidad a la que está enterrado el dipolo puede deducirse del valor de x, para el que ΔZ es la mitad de su valor máximo, en el que cambia de signo, o también de los valores de x donde se encuentran los máximos de ΔX.

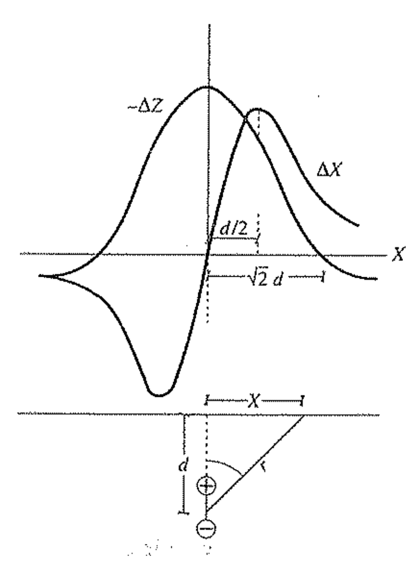


FIGURA 17.9. Componente vertical (ΔZ) y horizontal (ΔX) de la anomalías producidas por un dipolo magnético situado a una profundidad d.

El máximo de ΔZ viene dado por

$$\Delta Z_{\text{máx}} = \frac{-2Cm}{d^3} \qquad [17.27]$$

y el punto en que la curva de ΔZ cambia de signo:

$$x = \sqrt{2}d \qquad [17.28]$$

El valor de x para el que ΔX es máximo y del que también se puede calcular d es:

$$x = \frac{d}{2} \qquad [17.29]$$

Si la polaridad del polo o dipolo magnético causante de la anomalía es tal que produce un campo en el mismo sentido que el de la Tierra, las anomalías son positivas y en el caso contrario negativas. En el hemisferio norte, las anomalías positivas son producidas por polos negativos, o dipolos con el polo negativo hacia arriba y al contrario en el hemisferio sur.

Una formulación más general para el potencial de un dipolo enterrado con una orientación arbitraria, definida por los cosenos directores (ν_1, ν_2, ν_3), utilizando la notación de subíndices (Apéndice 1) es:

$$\Phi_A = -Cm\nu_i \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{1}{r}\right) \qquad [17.30]$$

donde r es la distancia del centro del dipolo al punto en que se mide el potencial. Los componentes de intensidad del campo o anomalías en la dirección de los ejes geográficos x_i vienen dadas por:

$$(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z) = \Delta B_i = Cm \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\nu_j \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{1}{r}\right)\right] \qquad [17.31]$$

Debido a que las anomalías son pequeñas, en relación con el valor del campo magnético de la Tierra se suele utilizar, como ya se ha mencionado, la componente de éstas en la dirección del campo geomagnético o anomalía de campo total ΔF, y la horizontal en la dirección del meridiano magnético ΔH. Éstas se pueden obtener a partir de los componentes en la dirección de las coordenadas geográficas ΔX, ΔY, ΔZ y los ángulos de declinación D, e inclinación I en la forma:

$$\Delta H = \Delta X \cos D + \Delta Y \operatorname{sen} D \qquad [17.32]$$

$$\Delta F = \Delta H \cos I + \Delta Z \operatorname{sen} I \qquad [17.33]$$

17.4.2. *Líneas infinitas de polos y dipolos magnéticos*

Cuando una dimensión horizontal de la estructura que produce la anomalía magnética es muy grande con respecto a la otra, aquélla se puede considerar como infinita y el problema se reduce a sólo dos dimensiones. En el análisis de dos dimensiones, los casos análogos a los presentados anteriormente son los de líneas infinitas horizontales de polos y dipolos magnéticos. En ambos casos se ha de usar el potencial logarítmico que para la línea de polos es:

$$\Phi_A = C'P' \ln\left(\frac{1}{r}\right) \qquad [17.34]$$

donde P' es la densidad lineal de polos y $C' = \mu_0/2\pi$. Para una línea de dipolos verticales, el potencial viene dado por

$$\Phi_A = -C'm' \frac{\partial}{\partial z}\left(\ln \frac{1}{r}\right) = \frac{-C'm'(z-d)}{x^2+(z-d)^2} \qquad [17.35]$$

donde m' es la densidad lineal de momento magnético. En este último caso, para $z = 0$, los valores para los componentes ΔZ (vertical) y ΔX (transversal a la línea de dipolos) son:

$$\Delta Z = Cm' \frac{x^2-d^2}{(x^2+d^2)^2} \qquad [17.36]$$

$$\Delta X = \frac{-2Cm'xd}{(x^2+d^2)^2} \qquad [17.37]$$

A partir de estos valores, teniendo en cuenta la orientación de la línea de dipolos y los ángulos D e I del campo terrestre en el lugar donde se realizan las medidas, se pueden calcular las anomalías ΔH y ΔF.

17.5. Anomalías debidas a cuerpos magnetizados

Las anomalías magnéticas están, en general, producidas por cuerpos magnetizados, debido a la influencia del campo magnético terrestre. La intensidad de magnetización o imanación magnética específica $\boldsymbol{M}$ es igual al momento magnético inducido por unidad de volumen, y viene dada por el producto del campo terrestre e inductor $\boldsymbol{H}_0$ y la susceptibilidad específica χ:

$$\boldsymbol{M} = \chi \boldsymbol{H}_0 \qquad [17.38]$$

Debido a que las susceptibilidades de los materiales para o diamagnéticos son muy pequeñas, en las rocas de la corteza terrestre el efecto más importante es el debido a los minerales ferromagnéticos diseminados en ellas, en mayor o menor proporción. Como en estos minerales puede darse una imanación remanente $\boldsymbol{M}_R$ que puede corresponder a un campo geomagnético distinto del actual, los vectores $\boldsymbol{M}$ y $\boldsymbol{H}_0$ (campo terrestre actual) no tienen la misma dirección y pueden tener polaridades opuestas. En la imanación de un cuerpo hay que tener en cuenta también el campo desimanador que se produce en su interior y que tiene sentido contrario al campo inductor. Por esta razón se suele utilizar el concepto de susceptibilidad aparente χ_a, que viene dada por la proporción entre la imanación total de una roca y el campo terrestre inductor actual. Esta cantidad χ_a será en general un tensor de segundo rango, y puede ser negativa, si la roca ha recibido una fuerte imanación remanente, en una época en que el campo terrestre tenía la polaridad invertida con respecto a la situación actual. La importancia de este fenómeno se verá en el capítulo 18, al hablar del paleomagnetismo.

Consideremos un volumen V de susceptibilidad χ, siendo la del medio exterior nula, y magnetizado por el campo geomagnético actual $\boldsymbol{H}_0$. Los componentes del campo anómalo en un punto son, de acuerdo con [17.31]:

$$\Delta B_i = C \frac{\partial}{\partial x_i} \int_V \chi H_0 \nu_j \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{1}{r}\right) dV \qquad [17.39]$$

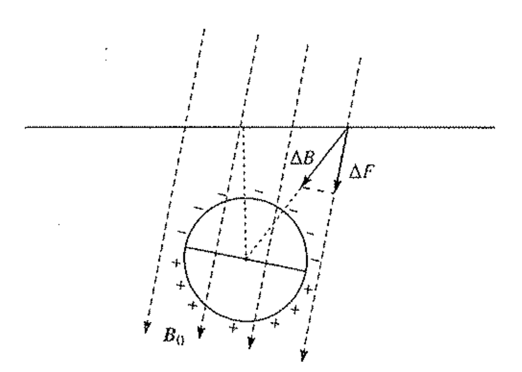


FIGURA 17.10. Imanación de una esfera producida por el campo terrestre B_0.

Para una esfera, el campo se reduce al de un dipolo de momento magnético $\chi F_0 V/\mu_0$, orientado en la dirección de $\boldsymbol{B}_0$. Si se tiene en cuenta el campo desimanador el momento es $3VF_0[\chi/(3+\chi)]/\mu_0$. Para una esfera enterrada a profundidad d el potencial anómalo en la superficie, a lo largo de un meridiano magnético se puede calcular a partir de la ecuación [17.30] donde $(\nu_1, \nu_2, \nu_3) = (\cos I, 0, \operatorname{sen} I)$, resultando:

$$\Phi_A = \frac{F_0 \chi V}{4\pi}\left\{\cos I \frac{\partial}{\partial x}\{[x^2+(z-d)^2]^{-1/2}\} + \operatorname{sen} I \frac{\partial}{\partial z}\{[x^2+(z-d)^2]^{-1/2}\}\right\} \qquad [17.40]$$

De esta expresión se pueden deducir los componentes ΔX y ΔZ derivando de acuerdo con la ecuación [17.31]. La anomalía de campo ΔF se obtiene aplicando la fórmula [17.33].

Para cuerpos magnetizados de una dimensión horizontal mucho mayor que la otra, el problema se resuelve en dos dimensiones. Un cuerpo alargado que además tenga la dimensión vertical muy grande, como puede ser un dique muy profundo, se puede aproximar por una línea infinita de polos magnéticos. Un cuerpo cuya forma se asemeje a un cilindro horizontal muy largo o un dique poco profundo, se puede aproximar por una línea infinita de dipolos.

17.6. Interpretación de anomalías magnéticas

De forma análoga a las anomalías gravimétricas, las magnéticas son también un instrumento eficaz para estudiar el interior de la Tierra. Sin embargo, las fuentes magnéticas responsables de las anomalías sólo pueden estar cerca de la superficie. Esto es debido a que la temperatura de Curie, por encima de la cual los materiales pierden sus propiedades magnéticas, se alcanza a profundidades menores de 100 km. Las anomalías magnéticas, por tanto, sólo dan información sobre estructuras y materiales de la corteza.

Por su extensión, las anomalías magnéticas, como las gravimétricas, se pueden dividir en locales y regionales. Las primeras sirven de base a los métodos de prospección magnética de minerales. Estas anomalías están muy localizadas y pueden tener valores muy altos entre 100 y 1.000 nT. Las anomalías regionales están producidas por la magnetización del zócalo cristalino y nos descubren su estructura, presencia de fallas, etc.

La gran diferencia en los valores de la susceptibilidad magnética entre los minerales ferromagnéticos, entre 0,07 a 6 y los paramagnéticos, del orden de 10^{-6}, hace que la proporción de los primeros sea la que determina las características magnéticas de una roca. En especial, juega un papel muy importante en este aspecto, debido a su abundancia, la proporción de magnetita presente en las rocas cristalinas.

Tanto en las observaciones de anomalías locales como regionales, los levantamientos de mapas magnéticos se realizan bien por observaciones en la superficie terrestre, o desde el aire mediante el empleo de aviones y helicópteros. El uso de uno u otro método depende fundamentalmente del coste, la extensión y topografía del área a estudiar. En las observaciones de superficie se utiliza además de la componente de campo total ΔF la vertical ΔZ y, aunque muy raras veces, también la horizontal ΔH. En las observaciones desde el aire, generalmente se usa el campo total ΔF. En estas observaciones el magnetómetro no suele instalarse sobre el mismo avión, por las perturbaciones que se generan y que pueden enmascarar las medidas, por lo que va remolcado a una cierta distancia. La rapidez de las observaciones desde el aire tiene en cambio la desventaja de que, debido a la altura, son de menor resolución para detectar anomalías locales. Las anomalías resultantes son indicaciones regionales de la estructura del basamento cristalino que a veces se denomina zócalo magnético.

Como ejemplo de mapa aeromagnético de anomalías se muestra el de la parte pe-

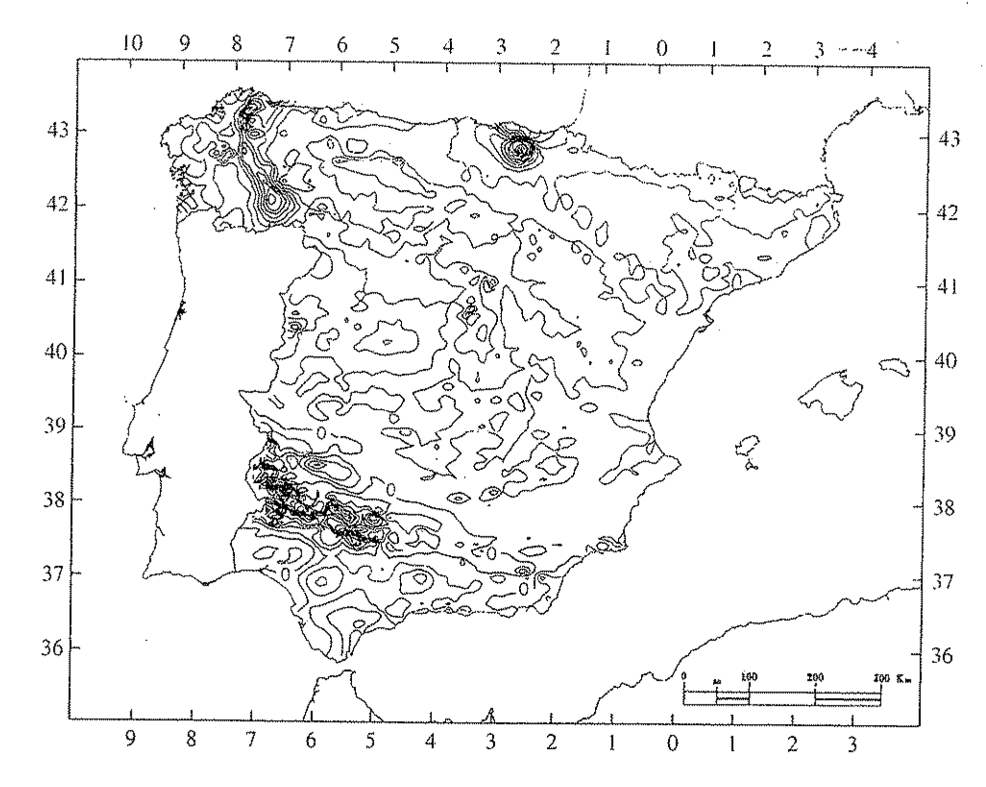


FIGURA 17.11. Mapa aeromagnético de anomalías de la parte peninsular de España (Instituto Geográfico Nacional).

ninsular de España en la figura 17.11. Las zonas de mayores anomalías están en las zonas de Vizcaya, Galicia y entre Badajoz y Huelva en el SW de la península. Las amplitudes máximas de las anomalías son de +240 cerca de Bilbao y de – 80 nT en el macizo de Ossa Morena en el SW de la Península. Aunque la interpretación de los mapas regionales aeromagnéticos, en términos de las estructuras del basamento cristalino, no es tan directa como la de las anomalías gravimétricas, sin embargo, aportan una información muy importante sobre la complejidad tectónica de una región.

17.7. Bibliografía

Los fundamentos de la instrumentación magnética se encuentran en los capítulos de los textos generales GARL 16 y COUL 26, y de una manera más extensa en:

CHAPMAN, S., y BARTELS, J. (1951) I, 1-2.
MATSUSHITA y CAMPBELL (1967) I-2: *Instruments and Geomagnetic Station*, por L. R. Alldredge.

Algunos artículos sobre instrumentación magnética moderna son los siguientes:

HURWITZ, L., y NELSON, J. H. (1960): «Proton vector magnetometer». *J. Geophys. Res.*, 65, 1759-1765.
PACKARD, M. E., y VARIAN, R. H. (1954): «Free nuclear induction in the earth's magnetic field». *Phys. Rev.*, 93, 941.
PRIMDAHL, F. (1979): «The fluxgate magnetometer». *J. Phys. Earth Sci. Inst.*, 12.

Sobre las anomalías magnéticas y su aplicación a la prospeccion se pueden consultar los capítulos pertinentes de los textos generales de prospección geofísica DOBR 13-16, NETTL 8-12, GRANT 7, 11-12 y TELF 3. Un tratamiento más extenso se puede encontrar en:

NETTLETON, L. L. (1976): *Gravity and Magnetics in oil exploration.* McGraw Hill, Nueva York.
LOGACHEV, A. A., y ZAJAROV, V. P. (1978): *Exploración magnética.* Reverte, Barcelona.

La terca piedra estéril,
concentrada en su luto,
frenética mudez o grito inmóvil,
expresa duramente,
llega a decir su duelo
a fuerza de silencio atesorado.

DÁMASO ALONSO, *Voz del árbol.*

18.1. Introducción

Uno de los fenómenos que más ha contribuido al conocimiento de las variaciones del campo magnético terrestre con el tiempo, y a la vez ha servido para revolucionar nuestras ideas sobre la tectónica global, es el del magnetismo remanente de las rocas. Este fenómeno se debe a la propiedad de ciertas rocas de adquirir una magnetización producida por la acción de un campo externo, que permanece estable aunque desaparezca o cambie dicho campo. En general, la magnetización remanente es adquirida durante la formación de la roca y proporciona información sobre el campo magnético terrestre en aquella época. En concreto, las lavas adquieren una magnetización remanente al enfriarse, que permanece estable a no ser que vuelvan a ser calentadas. Esta imanación refleja las características del campo terrestre de la época en la que se formaron las coladas de lava. Se puede considerar éste, por tanto, como un magnetismo fósil. La primera indicación de que la imanación remanente de las rocas está en relación con el campo magnético terrestre del pasado es debida a los estudios de Melloni y Folgerheiter a fines del siglo pasado sobre lavas de volcanes italianos. Los estudios modernos de paleomagnetismo se inician con los trabajos sobre las lavas históricas del Etna por R. Chevallier, en 1925. A partir de 1940, Könisberg, E. Thelier y T. Nagata dieron un gran impulso al paleomagnetismo. Estos trabajos fueron posibles gracias a las teorías sobre el magnetismo remanente de L. Néel y los métodos estadísticos desarrollados por R. A. Fisher hacia los años cincuenta.

Las propiedades magnéticas de la materia dependen del comportamiento de las partículas con carga eléctrica en movimiento en su estructura atómica, es decir, de la órbita y spin de los electrones. Éstos llevan asociado un momento magnético cuyo resultante es el momento magnético total del átomo. A nivel macroscópico se puede hablar de la imanación o magnetización específica M, o momento magnético por uni-

dad de volumen. Las propiedades magnéticas de un material vienen caracterizadas no sólo por el valor de $\boldsymbol{M}$, sino por la forma en que éste depende del campo magnético externo:

$$\boldsymbol{M} = \chi \boldsymbol{H} \quad [18.1]$$

donde χ es la susceptibilidad magnética. En general χ es un tensor de segundo rango y sólo en el caso de isotropía es un escalar. La inducción magnética en el interior del cuerpo vendrá dada por:

$$\boldsymbol{B} = \mu_0(\boldsymbol{H} + \boldsymbol{M}) = \mu_0(1 + \chi)\boldsymbol{H} \quad [18.2]$$

Si χ es pequeña y negativa, el material es diamagnético. El material, cuyo momento magnético resultante es nulo, adquiere una imanación inducida pequeña y en sentido opuesto y el campo en su interior es menor que en el exterior. Si χ es positiva y pequeña, el material es paramagnético y en presencia de un campo externo adquiere una pequeña imanación en el mismo sentido que el campo inductor. Este comportamiento, que corresponde a la mayoría de los materiales, es consecuencia de la precesión de Larmor del movimiento orbital de los electrones de las capas más externas de los átomos. Cada electrón puede considerarse como un dipolo magnético que se orienta en la dirección de las líneas de fuerza del campo inductor.

En ciertos materiales denominados ferromagnéticos, el campo inducido en el material por un campo externo puede ser muy grande, debido a la interacción entre los momentos magnéticos asociados al spin de los electrones no apareados de sus átomos, cuya interacción práctica es muy intensa. En estos materiales, la imanación aumenta al aumentar el campo externo hasta un valor M_s que corresponde a la imanación de saturación. Al disminuir el campo externo H, M disminuye, pero no se anula totalmente al anularse el campo inductor. A la magnetización M_R que permanece al anularse el campo externo se la denomina imanación remanente (Fig. 18.1).

Las interacciones que existen entre los momentos magnéticos en estas sustancias son muy intensas, y ello hace posible que a temperaturas relativamente elevadas, pero por debajo de una temperatura crítica, llamada temperatura de Curie (T_c), se dé un paralelismo entre los momentos magnéticos vecinos, necesario para explicar el elevado valor de la imanación que presentan incluso en ausencia de un campo externo (imanación espontánea).

Estas interacciones fueron explicadas por Weiss, en 1907, que supuso la existencia de un campo molecular, de canje o campo de Weiss H_w. Este campo H_w representa la interacción de un portador de momento magnético con sus vecinos. Weiss consideró que este campo es proporcional a la imanación:

$$H_w = \lambda M$$

siendo λ la corriente de campo molecular. A la acción orientadora se opone la agitación térmica y, así, toda sustancia ferromagnética tiene una temperatura crítica, denominada punto de Curie T_c, por encima de la cual desaparece el ordenamiento de los momentos. Esta temperatura marca la transición entre la fase ferromagnética y la fase paramagnética, y viene dada por:

$$T_c = \frac{\mu_B H_w}{k}$$

donde μ_B es el momento magnético del electrón y k la constante de Boltzmann.

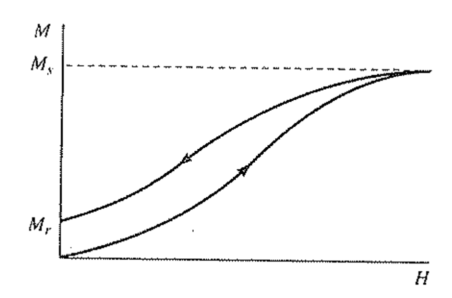


FIGURA 18.1. Curva de histéresis de la magnetización debida a un campo externo.

Los materiales ferromagnéticos se dividen de acuerdo con la dirección de los momentos magnéticos intrínsecos de los electrones, en *ferromagnéticos*, todos los momentos en una misma dirección y sentido; *ferrimagnéticos*, una dirección predominante y algunos opuestos, y *antiferromagnéticos*, en los que los momentos están divididos en dos grupos con sentidos opuestos; si su dirección es totalmente paralela, el momento magnético resultante es nulo.

18.2. Minerales magnéticos en las rocas

Las propiedades ferromagnéticas de las rocas se deben a los minerales ferromagnéticos dispersos en ellas, siendo el resto de la roca de propiedades diamagnéticas. Citaremos a continuación los más importantes con sus características más significativas, así como aquellos otros que se obtienen a partir de ellos como combinación.

18.2.1. *Óxidos de hierro*

Magnetita es el óxido ferroso férrico (Fe_3O_4) y cristaliza en el sistema cúbico. A la temperatura de 118 °K se produce un cambio de fase, cristalizando en el ortorómbico, proceso que está acompañado por un cambio en sus propiedades magnéticas. Este mineral es el principal constituyente magnético de las rocas ígneas. Su temperatura de Curie es de 578 °C.

Hematites, óxido férrico (Fe_2O_3) es un material fundamentalmente antiferromagnético, aunque debido a impurezas en la red cristalina los momentos magnéticos no

son completamente antiparalelos presentando lo que se denomina un ferromagnetismo no compensado o parásito. Este mineral cristaliza en el sistema romboédrico y su temperatura de Curie es de 675 °C. Las propiedades magnéticas de algunas rocas sedimentarias, como son los sedimentos rojos, se deben fundamentalmente a la presencia de hematites.

18.2.2. *Óxidos de titanio-ferroso-férrico*

A este grupo pertenecen minerales compuestos por TiO_2 (rutilo), FeO (wustita) y Fe_2O_3 (hematites) en diferentes proporciones.

Su composición puede escribirse en la forma $XTiO_2$, $YFeO$, ZFe_2O_3, cumpliéndose que $X + Y + Z = 1$. Si consideramos un triángulo equilátero, en el que la altura es la unidad, la composición de un mineral determinado viene representada por un punto del triángulo, en el que las distancias a cada lado son X, Y, Z. Cada punto del triángulo corresponde a una composición distinta, aunque no quiere decir que ésta exista realmente (Fig. 18.2).

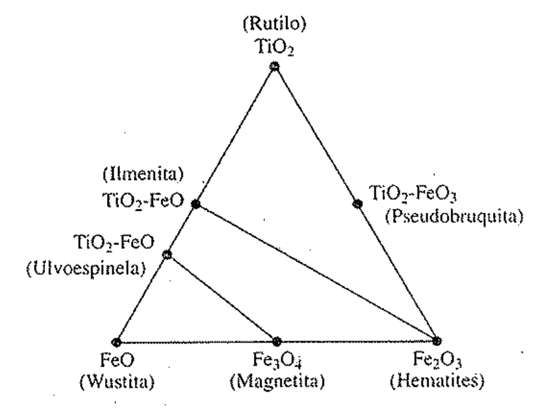


FIGURA 18.2. Diagrama de composición de los minerales ferromagnéticos de la familia de los óxidos de hierro y titanio.

Por ejemplo, el mineral cuya composición corresponde al punto central del lado FeO-Fe_2O_3 es la magnetita. De idéntica forma, el punto medio del segmento TiO_2-FeO representa la ilmenita, que es un mineral que cristaliza en el sistema romboédrico y que se comporta como paramagnético a la temperatura ordinaria. El punto situado a los 2/3 del segmento TiO_2-FeO representa un mineral denominado ulvoespinela, que cristaliza en el sistema cúbico y que posee propiedades paramagnéticas.

Los minerales denominados titanomagnetitas y titanohematites forman dos series. La primera está representada por puntos sobre la recta que une los minerales ulvoespinela y magnetita, y los de la segunda sobre la que une la ilmenita y la hematites.

Las capas basálticas de la corteza oceánica, responsables de las anomalías magnéticas en las dorsales, deben sus propiedades magnéticas a la presencia de titanomagnetita. Existen finalmente otras variedades, pero, generalmente, no juegan un papel importante en el magnetismo remanente de las rocas.

Otra serie de minerales es la de la titanomaghemita. Con este nombre se denomina a los óxidos de hierro titanio que cristalizan en el sistema cúbico con estructura espinelo inversa y que por su composición química están comprendidas entre las series magnetita-ulvoespinelo y la hematita-ilmenita.

18.3. Mecanismos de magnetismo remanente

Las propiedades magnéticas de las rocas dependen de los minerales ferromagnéticos que se encuentran dispersos en una mezcla muy fina, con el resto de los materiales que forman la roca que tienen propiedades diamagnéticas o paramagnéticas. La roca así constituida por una matriz de material dia o paramagnético y una dispersión de material ferromagnético presenta en su conjunto propiedades ferromagnéticas. Desde el punto de vista del paleomagnetismo, interesa el magnetismo remanente, adquirido por la roca en la época de su formación que mantiene sus características, aunque cambie el campo inductor. Para que este magnetismo pueda dar información importante sobre el campo magnético de la Tierra en el pasado, debe ser estable y conservar la imanación de cuando se formó la roca. Su dirección debe ser la del campo inductor y debe conocerse el tiempo en que adquirió esta imanación.

De los distintos mecanismos de adquisición de magnetismo, dos son de particular importancia por su aplicación al paleomagnetismo: el magnetismo remanente térmico, aplicable a las rocas ígneas, y el magnetismo remanente deposicional, de aplicación en las rocas sedimentarias.

18.3.1. *Relajación magnética y superparamagnética*

En ausencia de un campo inductor, un material magnético formado por partículas de un solo dominio magnético, cuya imanación resultante sea M_0, experimenta con el tiempo una pérdida debida a la activación térmica. Esta variación es de la forma:

$$M = M_0 \exp(-t/\tau) \qquad [18.4]$$

donde τ es una constante o tiempo de relajación, dado por:

$$\tau = \frac{1}{C} \exp\,(KV/kT) \qquad [18.5]$$

En esta ecuación C es un factor frecuencial que corresponde a la probabilidad de obtener una inversión de polaridad, debida a la agitación térmica y es del orden 10^8 s^{-1}; k es la constante de Boltzmann; K, la energía de anisotropía magnética por unidad de volumen ($\simeq 10^3$ J/m^3 para la magnetita), y V, el volumen de la partícula. El producto

KV representa la barrera de potencial que es necesario sobrepasar por agitación térmica.

Un aspecto importante de la ecuación [18.5] es que τ varía fuertemente con V/T, de forma que pequeñas variaciones de V y T producen variaciones grandes de τ. Así para $C = 10^8$ s^{-1} y $KV = 18$ kT, se deduce un $\tau = 1$ s, mientras que para $KV = 57{,}7$ kT, el valor de τ es de 4×10^9 años. La ecuación [18.5] expresa una relación entre el tiempo de relajación τ y el volumen y temperatura, que es crucial para el entendimiento de los procesos de magnetización termorremanente y química.

A temperatura ambiente, los granos pequeños se comportan de forma inestable debido a la agitación térmica y alcanzan rápidamente la posición de equilibrio si actúa un pequeño campo magnético. Al momento magnético adquirido se le denomina magnetización de equilibrio. En esta situación no todos los dominios se encuentran alineados con el campo. Si el campo cesa, la remanencia adquirida por los granos desaparece rápidamente. A este comportamiento magnético se le llama «superparamagnetismo», por la analogía que presenta con el comportamiento paramagnético. Para granos de mayor tamaño, la magnetización resulta ser más estable y éstos presentan un momento magnético bloqueado.

Un hecho importante es la fuerte dependencia que presenta el tiempo de relajación τ con el cociente V/T. Un aumento de un factor de dos en este cociente origina un aumento en el tiempo de relajación de 10^8, lo que hace que la transición entre el estado superparamagnético y el de «momento bloqueado» sea muy brusca. En la práctica, la separación entre estos dos estados se define mediante los conceptos de «temperatura de bloqueo» y de «volumen crítico». Para un material determinado existe un «volumen crítico» (que depende de la temperatura) que separa los granos en dos clases. Los de volumen menor que el crítico tienen tiempos de relajación pequeños (10 a 60 minutos) y alcanzan pronto la situación de equilibrio orientándose en la dirección del campo externo. Los que tienen volúmenes por encima del crítico permanecen bloqueados. Análogamente, se define la «temperatura de bloqueo» T_b, para un grano determinado, como la temperatura a la cual el tiempo de relajación es pequeño. Para temperaturas superiores a T_b, el grano se encuentra en estado superparamagnético y a temperaturas inferiores presenta un momento bloqueado. Estos conceptos de «temperatura de bloqueo» y «volumen crítico» son básicos para la comprensión de los procesos de imanación remanente térmica y química.

18.3.2. *Magnetización termorremanente*

Se llama magnetización termorremanente (TRM) a la adquirida por una roca durante su enfriamiento desde la temperatura de Curie hasta la temperatura ambiente en presencia de un campo magnético. Este tipo de remanencia magnética es la que presentan las rocas ígneas alrededor de los 1.000 °C. Durante el enfriamiento, al sobrepasar la temperatura de Curie, aparece la imanación espontánea. Los granos de materiales ferromagnéticos se encuentran en una situación superparamagnética y se alcanza la imanación de equilibrio aunque el campo externo sea débil como el de la Tierra. Si la temperatura disminuye, sobrepasando las temperaturas de bloqueo de los diferentes granos, el tiempo de relajación de los granos aumenta muy rápidamente y la imanación adquirida se bloquea. Los granos pasan a un estado de «momento bloqueado» y posteriores cambios en la dirección del campo externo, que ocurren a temperaturas por debajo de T_b, no producen cambios en la magnetización de los granos.

Si tenemos en cuenta la ecuación [18.4] para un grano de un material determinado se obtiene

$$T_1 \ln C \tau_1 = T_2 \ln C \tau_2 \qquad [18.6]$$

Si el tiempo de relajación de un grano es de 10^3 segundos (tiempo de una experiencia de laboratorio) a una temperatura de 530 °C (temperatura de bloqueo) después de su enfriamiento hasta la temperatura ambiente, el tiempo de relajación aumenta hasta ser de 10^{17} años. Incluso granos que presentan temperaturas de bloqueo de 330 °C tienen tiempos de relajación de 10^9 años después de enfriarse a temperatura ambiente. La magnetización termorremanente es, por lo tanto, estable en una escala geológica de tiempos. Este hecho es una de las bases de los estudios paleomagnéticos.

Consideremos una muestra de mineral conteniendo partículas de hematites de distinto tamaño de grano. Si a dicha muestra se la somete a un calentamiento por encima de la temperatura de Curie T_c (675 °C), y posteriormente, a un enfriamiento en presencia del campo magnético terrestre (50.000 nT), ésta adquiere una magnetización remanente de 10^{-2}-10^{-6} Am^{-1}, dependiendo de la concentración en la muestra.

Para cristales multidominios, el mecanismo es distinto. Los cristales están divididos en dominios magnéticos, cada uno con un momento magnético en distinta dirección y separados por barreras también llamadas paredes de Bloch. El momento magnético resultante es la suma del de todos los dominios. Un campo magnético externo tiende a correr las barreras entre los dominios, de forma que el dominio mayor esté en su misma dirección. A temperatura ambiente, el campo externo necesario para esto ha de ser muy alto (para la magnetita por encima de 0,1 T). Sin embargo, si se calienta el material a una temperatura por encima de la de bloqueo, pero por debajo de la de Curie, campos externos no muy grandes pueden lograr este efecto. De esta forma se logra en cristales multidominios una imanación remanente estable.

18.3.3. *Magnetización remanente química*

La magnetización remanente química se produce cuando una roca, en presencia de un campo magnético, experimenta alteraciones químicas que afectan a sus minerales magnéticos. Estas alteraciones pueden ser debidas a modificaciones diagenéticas, oxidación, formación autogenética de un nuevo mineral, etc.

La teoría anteriormente expuesta para granos monodominios puede explicar este tipo de magnetización remanente que se produce durante el proceso de nucleación de un nuevo mineral. En los primeros estadios de formación los granos del nuevo mineral magnético son pequeños, por lo que su tiempo de relajación es muy pequeño y el material se encuentra en una situación paramagnética. En presencia de un campo magnético externo, la imanación espontánea alcanza pronto la imanación de equili-

brio. Los granos siguen desarrollándose y superan el volumen crítico, con lo que aumenta rápidamente su tiempo de relajación. La magnetización se bloquea y los cambios del campo externo ya no afectan al material. De forma análoga a la termorremanencia, se puede demostrar que la remanencia es estable en una escala geológica de tiempos. La magnetización remanente química es probablemente el origen de la remanencia que presentan las rocas que han sufrido imporantes transformaciones químicas.

18.3.4. *Magnetización remanente deposicional y post-deposicional*

El otro tipo importante de rocas que pueden adquirir una magnetización remanente son las rocas sedimentarias. En algunas de estas rocas se encuentran minerales ferromagnéticos finamente pulverizados. Los granos de estos minerales, al depositarse por sedimentación en el mar en presencia de un campo magnético, se orientan estadísticamente en la dirección de éste, adquiriendo así la roca sedimentaria que se forma una magnetización en la dirección del campo inductor.

La remanencia magnética adquirida por alineamiento de los granos durante la sedimentación se denomina magnetización deposicional (MRD), mientras que la que se adquiere después de la deposición y antes de la consolidación, debida a la rotación de los granos magnéticos se le llama magnetización remanente post-deposicional (MRpD).

El mecanismo puede explicarse de forma sencilla, considerando granos esféricos de material ferromagnético que corresponden a un dipolo magnético de momento $\boldsymbol{m}$ que se depositan en un medio líquido (agua) de profundidad h. Sea ρ la masa de cada grano; ν, el coeficiente de amortiguamiento del agua con respecto a su caída, y λ, con respecto a la rotación (Fig. 18.3).

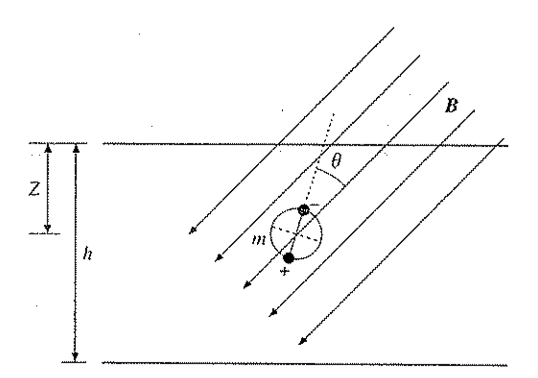


FIGURA 18.3. Orientación de un grano esférico magnetizado durante su caída en una capa líquida, en presencia del campo magnético $\boldsymbol{B}$.

La ecuación diferencial de la caída del grano es:

$$\rho\ddot{z} = \rho g - \nu\dot{z} \qquad [18.7]$$

La de rotación del grano sobre sí mismo es:

$$I\ddot{\theta} = mB \operatorname{sen} \theta + \lambda\dot{\theta} \qquad [18.8.]$$

donde I es el momento de inercia del grano, y θ el ángulo entre el eje del dipolo y la dirección del campo inductor $\boldsymbol{B}$. Si suponemos que el grano cae con velocidad constante, la ecuación [18.7] puede escribirse:

$$dt = \frac{\nu}{\rho g} dz \qquad [18.9]$$

y su solución es:

$$t = \frac{\nu}{\rho g} z \qquad [18.10]$$

Suponiendo que para $t = 0$, $z = 0$, el tiempo que tarda en llegar al fondo a profundidad h es:

$$t = \frac{\nu}{\rho g} h \qquad [18.11]$$

De forma análoga, si en la ecuación [18.8] consideramos la velocidad constante, la ecuación quedará:

$$-\frac{Bm}{\lambda} dt = \frac{d\theta}{\operatorname{sen} \theta} \qquad [18.12]$$

cuya solución es:

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} e^{-\frac{mB}{\lambda} t} \qquad [18.13]$$

donde θ_0 es el valor del ángulo θ para $t = 0$ y $z = 0$. El valor del ángulo θ, con que se deposita el grano en el fondo (profundidad h) se obtiene sustituyendo en la ecuación [18.13] el valor de t obtenido en [18.11]:

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} e^{-\frac{mBh}{\lambda\rho g}} \qquad [18.14]$$

Cuando $\theta = 0$, el grano está orientado en la dirección del campo magnético inductor. Esta situación se da, cualquiera que sea el ángulo inicial θ_0, si el exponente es grande, lo que se logra si el campo B es intenso, o la profundidad h muy grande. También favorece el que la viscosidad ν, o el momento de cada grano, sean grandes, o por el con-

trario que la masa de los granos y el amortiguamiento al giro sean pequeñas. Cualquier combinación de estos factores, que favorezca un exponente grande, permitirá el que la caída del grano sea más lenta y dé tiempo a que el grano se oriente en la dirección del campo inductor.

Una vez que los granos de mineral ferromagnético se depositan y se consolida la roca, sus momentos magnéticos quedan orientados en la dirección del campo inductor. Al perder su libertad de reorientarse, la roca queda así con una magnetización estable remanente, que no cambiará aunque cambie la dirección del campo inductor. Este mecanismo explica la imanación remanente de las rocas sedimentarias. Como la forma de los granos no es esférica, pueden introducirse errores a veces notables en el ángulo de inclinación del magnetismo total de la roca. Después de la deposición hay un periodo durante el cual debido a la poca compactación de la roca, los granos tienen todavía cierta libertad de movimiento y pueden orientarse en la dirección del campo terrestre. La imanación adquirida de esta forma se denomina imanación post-deposicional.

18.4. Polos virtuales paleomagnéticos

Ya se ha visto cómo algunos tipos de rocas pueden adquirir una magnetización estable en la dirección del campo inductor en la época de su formación, ya sea de rocas ígneas por enfriamiento a partir de lavas, o por deposición de rocas sedimentarias u otros mecanismos. Para rocas en la superficie de la Tierra, el campo inductor es el geomagnético. Si suponemos que este campo es esencialmente el de un dipolo centrado, es fácil determinar su orientación. Uno de los resultados más importantes del estudio de la imanación de rocas antiguas es que el campo inductor no corresponde siempre a la orientación actual del dipolo terrestre.

Se llaman *polos virtuales paleomagnéticos* a la orientación de los polos del dipolo responsable de la magnetización de una roca determinada. Supongamos una muestra de una roca tomada en un punto A, cuyas coordenadas son ϕ_A, λ_A, formada en la época t_A que ha adquirido una magnetización en la dirección del vector $\boldsymbol{M}$, con ángulos de inclinación I^* y declinación D^* (figura 18.4).

Por la relación de la ecuación [14.22] entre el ángulo θ y el de inclinación I:

$$\text{cotg } \theta^* = \frac{1}{2} \text{ tg } I^* \qquad [18.15]$$

donde el ángulo θ^* es el ángulo entre el radio vector al punto A y el polo del dipolo responsable de la magnetización de la muestra. Si se toma en el punto A un ángulo D^* con la dirección norte y sobre el círculo máximo en esa dirección un arco θ^*, el punto P^* definido de esta forma es el polo virtual paleomagnético, que corresponde a la magnetización de la roca A, en el tiempo t_A (Fig. 18.4).

Las medidas de estos polos virtuales han de tratarse estadísticamente, ya que tanto en los valores de θ^* y D^*, como en la determinación de la edad t_A de la roca, se pueden introducir errores. El problema de establecer con exactitud la edad de las rocas sólo se ha podido resolver con el desarrollo de los métodos radiométricos de datación (Cap. 21).

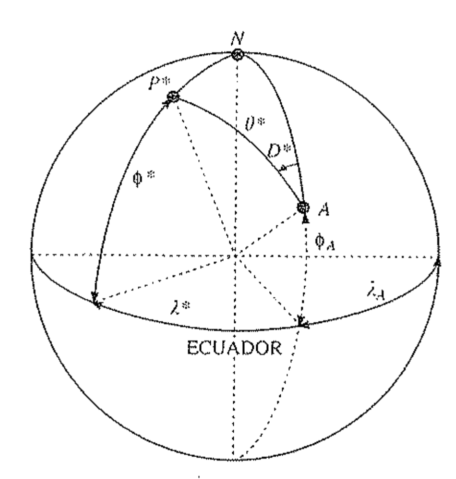


FIGURA 18.4. Posición del polo virtual paleomagnético correspondiente a una roca magnetizada en el punto A.

Las coordenadas ϕ^* y λ^* del polo virtual P^* se pueden obtener resolviendo el triángulo esférico P^*NA:

$$\text{sen } \phi^* = \cos \theta^* \text{ sen } \phi_A + \text{sen } \theta^* \cos \phi_A \cos D^* \qquad [18.16]$$

$$\text{sen } (\lambda^* - \lambda_A) = \text{sen } D^* \text{ sen } \theta^* / \cos \phi^* \qquad [18.17]$$

En teoría, si el campo magnético terrestre ha mantenido a lo largo de las épocas geológicas su carácter dipolar y los continentes no han variado su posición, para una época determinada todas las rocas deben dar polos virtuales en la misma posición. La variación de estos polos con el tiempo representaría la *migración de los polos magnéticos*. Sin embargo, el mismo efecto se lograría manteniendo los polos fijos y haciendo migrar los continentes. Ya veremos más adelante cómo los datos deducidos de los polos virtuales han sido los más definitivos para establecer la deriva de los continentes.

Los datos paleomagnéticos no sólo permiten determinar la posición de los polos, sino también la magnitud del momento magnético del dipolo correspondiente. Como ya se se dijo, la magnetización es proporcional a la intensidad del campo inductor; por tanto, sus módulos están relacionados por:

$$M = \chi H \qquad [18.18]$$

Para materiales con magnetización remanente térmica, si se calienta la muestra por encima del punto de Curie y se enfría en presencia del campo geomagnético actual H_0, adquiere una nueva magnetización:

$$M' = \chi H_0 \qquad [18.19]$$

En principio, la susceptibilidad aparente χ debe ser la misma en las dos ecuaciones, por lo que se puede despejar H:

$$H = \frac{M}{M'} H_0 \qquad [18.20]$$

en función del campo actual H_0 y de las imanaciones actual y fósil observadas. Esta relación sólo es válida si el valor de χ no varía en el periodo de calentamiento y enfriamiento. Esto no es muy exacto y, en general, las medidas de la intensidad del campo no son tan fiables como las de orientación del dipolo.

18.5. Migración de los polos y de los continentes

Los resultados de las determinaciones de polos virtuales geomagnéticos para distintas épocas, deducidos de rocas de distintos continentes, han llevado a descubrimientos de gran importancia para la historia de la evolución de la Tierra. Prescindiendo, de momento, de la polaridad de estos polos, los resultados pueden resumirse de la siguiente manera:

Si se consideran los polos virtuales, deducidos de rocas relativamente modernas (del Cuaternario hasta el presente), el resultado es que como valor medio para todos los datos, el campo geomagnético es relativamente estable y coincide con un dipolo centrado en la dirección del eje de rotación de la Tierra. Esto puede verse en la figura 18.5, donde se han representado polos virtuales geomagnéticos de rocas hasta veinte millones de años. En la figura hay una cierta dispersión, pero el valor medio coincide con el eje actual de rotación de la Tierra. Algunos autores establecen para los polos del Cuaternario un cierto movimiento de giro del polo magnético con respecto al de rotación, con una amplitud de unos 20° y un periodo de 10^4 a 10^6 años. Esto representaría un movimiento de precesión del eje del dipolo con respecto al eje de rotación.

Los análisis de muestras de rocas antiguas de una misma época tomadas de diversas regiones de un mismo continente proporcionan, como resultado, una agrupación de todos los polos virtuales, lo que indica el carácter dipolar del campo. Sin embargo, esta agrupación no coincide con la del eje actual de la Tierra. Por ejemplo, para muestras del periodo Pérmico (280 ma) tomadas en todo el continente Euroasiático desde Francia a Siberia, los polos virtuales están agrupados en torno a un punto al sur de la península de Kanchatka. Para rocas de periodos cada vez más modernos de un mismo continente, los polos virtuales siguen una trayectoria desde una posición más alejada hasta el polo actual de la Tierra (Fig. 18.6).

Si se toman muestras de otros continentes, por ejemplo, América del Norte, para el periodo Pérmico, los polos están agrupados en torno a un punto situado al NW de China, con la misma latitud, pero separado en longitud del polo determinado por las rocas de Eurasia del mismo periodo en 65°. Si tomamos rocas de otros periodos, vemos cómo forman una trayectoria distinta que la seguida por los polos deducidos de las rocas de Eurasia (figura 18.7). Si el campo es dipolar, para una época ha de existir un único polo geomagnético y la divergencia es debida a que los continentes no ocupan ahora la misma posición relativa que en periodos geológicos pasados. En el caso de Europa y América del Norte, las divergencias en los polos anteriores al periodo Jurásico se pueden eliminar si se mueven estos dos continentes cerrando el océano Atlántico. De esta forma, los datos del paleomagnetismo permiten reconstruir la posición de los continentes en el pasado. Estos resultados se aplican tanto a los conti-

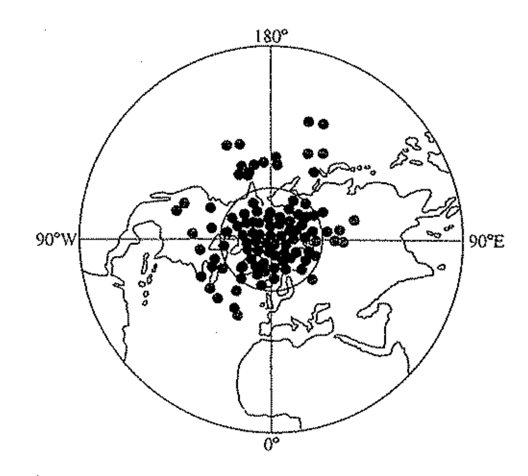


FIGURA 18.5. Distribución de polos virtuales paleomagnéticos desde el cuaternario al presente, en el hemisferio norte.

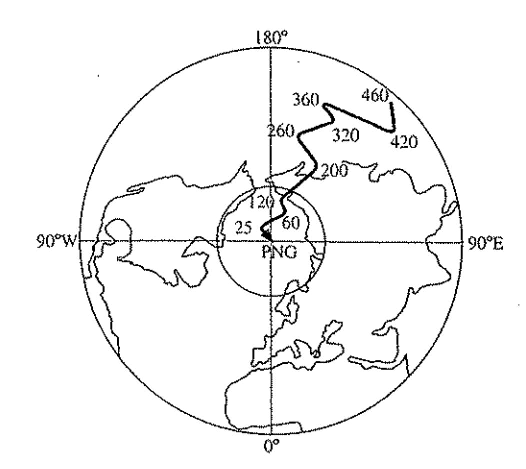


FIGURA 18.6. Posición de los polos virtuales paleomagnéticos correspondientes a rocas de Eurasia desde el Cámbrico hasta el presente. Esta trayectoria se denomina deriva polar aparente. Los valores representan la edad en millones de años.

nentes del hemisferio norte, Norteamérica y Eurasia, como los del sur, África, América del Sur, Australia, India y Antártida, como veremos en detalle en el capítulo 22.

La diferencia en los polos virtuales de distintas épocas no sólo ha servido para establecer la migración y cambio de situación relativa entre continentes, sino también la de movimientos de pequeños bloques aislados, como pueden ser el movimiento de Japón con respecto a la costa asiática, el de la península Ibérica con respecto a Europa y la rotación de Córcega y Cerdeña.

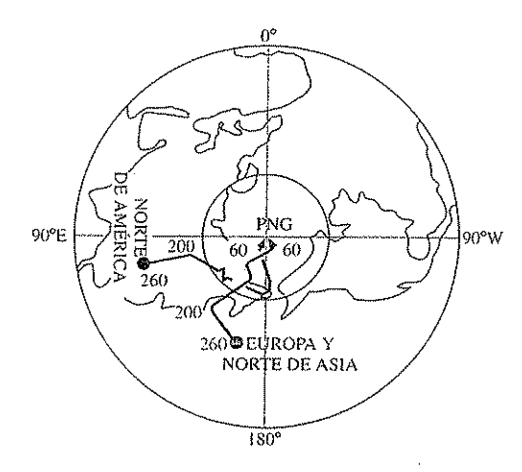


FIGURA 18.7. Comparación de la trayectoria de los polos virtuales paleomagnéticos determinados con rocas de América del Norte y Eurasia. Los valores representan la edad en millones de años.

18.6. Inversiones del campo magnético

En 1905, B. Brunhes, estudiando el magnetismo remanente de lavas en la región cercana a Clermont-Ferrand, detectó que algunas coladas tenían la polaridad invertida con respecto al campo actual terrestre y a las lavas de otras coladas. En ambos casos, la dirección de imanación coincidía, aproximadamente, con la del campo actual. Estas lavas pertenecen al cuaternario superior, con edades entre setecientos mil y dos millones quinientos mil años. Otros autores, entre los que conviene destacar a Matuyama, que en 1929 estudió lavas de los volcanes de Japón, constataron que no se trataba de un fenómeno local, sino a escala mundial. Se estableció, por tanto, que dependiendo de las épocas, las rocas presentan polaridades normales (en la dirección del campo actual) o inversas (en la dirección opuesta). Ese cambio de polaridad de unas épocas a otras no puede explicarse por un fenómeno de autoinversión en la roca misma. Este fenómeno no es imposible, aunque sí muy excepcional y además improbable que se dé para todas las rocas de una misma época a nivel global. La conclusión, por tanto, sólo puede ser que el campo magnético terrestre ha sufrido inversiones de polaridad en el transcurso del tiempo.

Estas inversiones de polaridad se han detectado también en las muestras de sedi-

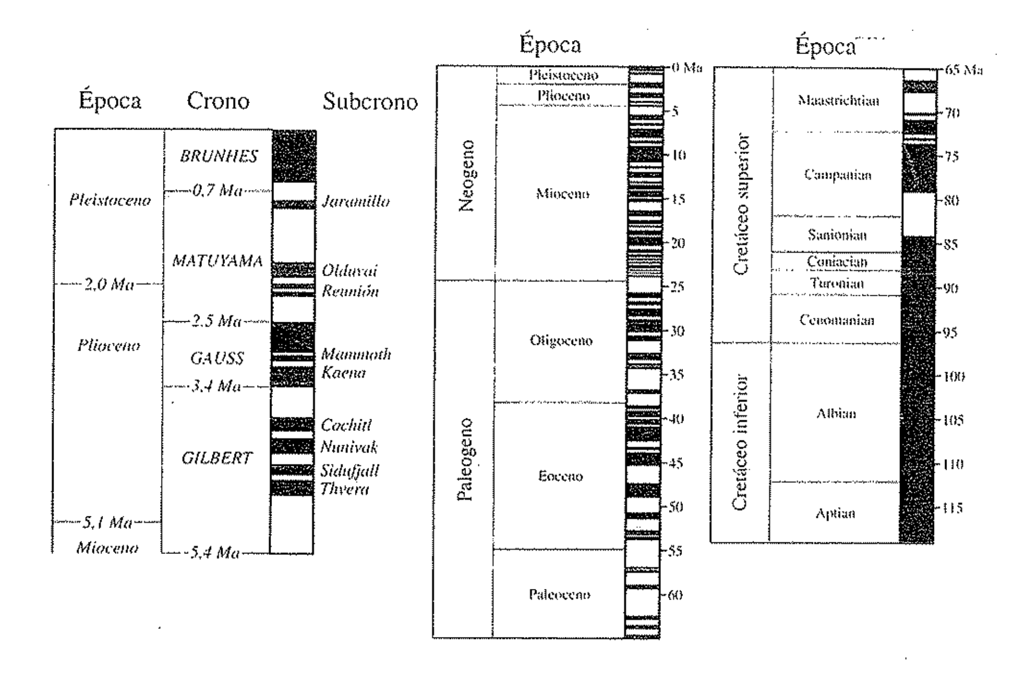


FIGURA 18.8. Épocas de polaridad normal (negro) e invertida (blanco) del campo geomagnético: *a*) reciente hasta 5,5 m.a.; *b*) hasta el Cretáceo inferior.

mentos marinos obtenidas en sondeos y en secciones sedimentarias en tierra. La polaridad magnética de estos sondeos es altamente coincidente con las épocas de polaridad normal e inversa, obtenida del estudio de lavas, lo que ha confirmado el carácter global de las inversiones. La correlación de los datos deducidos tanto de lavas como de sedimentos marinos ha dado como resultado el establecer una cronología de las épocas en que el campo magnético terrestre es normal o inverso. Para los últimos cuatro millones de años se han establecido cuatro épocas que se denominan de Brunhes (normal), Matuyama (inversa), Gauss (normal), Gilbert (inversa). Sin embargo, en cada una de estas épocas hay periodos más o menos cortos denominados sucesos, en los que la polaridad tiene el signo opuesto a la correspondiente de la época. Esto complica la situación multiplicando el número de inversiones. Modernamente se ha introducido la terminología de supercrono, crono y subcrono para periodo, época y evento. La figura 18.8 muestra las inversiones de polaridad del campo magnético terrestre en los últimos cinco millones de años con las épocas (cronos) de Brunhes, Matuyama, Gauss y Gilbert junto con algunos eventos (subcronos) como Jaramillo, Gilsa y Olduvai.

Otro tipo de observaciones que ha permitido extender la historia de las inversiones del campo magnético hasta épocas geológicas muy antiguas es el de las anomalías magnéticas observadas a ambos lados de las dorsales oceánicas. Estas anomalías se

presentan en forma de franjas paralelas a ambos lados de dichas dorsales, con valores alternantes positivos y negativos, y se han interpretado como debidas a franjas de material con magnetización alternativamente normal (positivas) e inversa (negativas). El mecanismo de la formación de estas franjas de material se explicará con más detalle en el capítulo 22, al explicar las zonas de extensión del suelo oceánico. Brevemente podemos citar aquí que el material del manto surge en el eje de las dorsales y se va separando de éste al surgir nuevo material. En el momento de depositarse y enfriarse, el material adquiere la imanación con la polaridad correspondiente a esa época. Al continuar el proceso de extensión del suelo oceánico, se van sucediendo franjas paralelas de material de polaridad alternante. Estas observaciones han permitido extender la escala de inversiones hasta épocas geológicas muy antiguas. Debido a que las dataciones, al aumentar la edad de las rocas, son cada vez menos exactas, la escala de inversiones lo es también.

Las características más notables de las inversiones en épocas geológicas antiguas son las siguientes. Hasta el Cretáceo Superior (hace ciento sesenta millones de años) se aprecia una serie de inversiones aproximadamente cada cuatro o cinco millones de años. En el Cretáceo Medio se da un periodo largo de polaridad normal y otro en el Pérmico Superior con más de sesenta millones de años de duración de polaridad inversa. Un esquema simplificado de algunas de estas inversiones está representado en la figura 18.8.

18.7. Bibliografía

La parte introductoria sobre los diversos tipos de magnetismo de las rocas pueden encontrarse en cualquier libro especializado de magnetismo, como, por ejemplo:

CULLITY, B. D. (1962): *Introduction to Magnetic Materials.* Addison-Wesley, Reading (U. K.).

En relación con los aspectos generales de mecanismos de adquisición de magnetismo remanente, pueden citarse los capítulos de los textos generales COUL 27, STA 6, GARL 21, mientras que una profundización en dichos mecanismos puede encontrarse en PARKINSON (1983), 3.

NAGATA, T. (1964): *Rock Magnetism.* Maruzen Co., Tokio, 350 pp.
STACEY, F. D., y BANERJEE, S. K. (1983): «The physical principles of Rock Magnetism». *Developments in Solid Earth Geophysics,* vol. 5.

En cuanto a los aspectos generales del Paleomagnetismo, pueden citarse las siguientes obras:

BUTLER, R. F. (1992): *Paleomagnetism: Magnetic domains to geological terraines.* Blackwell, Boston.
IRVING, E. (1964): *Paleomagnetism.* J. Wiley and Sons, Nueva York.
COLLINSON, D. W.; CREER, K. M., y RUNCORN, S. K. (eds.): (1967): *Methods in Paleomagnetism.* Elsevier, Amsterdan.
MCELHINNY, M. W. (1973): *Paleomagnetism and plate tectonics.* Cambridge Univ. Press.
TARLING, D. H. (1971): *Principles and applications of Palaeomagnetism.* Chapman and Hall, Londres.

STRANGWAY, D. W. (1970): *History of the Earth magnetic field.* MacGraw-Hill, Nueva York.
VOO, R. VAN DER (1993): *Paleomagnetism of the Atlantic, Tethys and Iapetus ocean.* Cambridge University Press.

Una obra en español sobre este tema es la del profesor VALENCIO, de la Universidad de Buenos Aires:

VALENCIO, D. A. (1980): *El magnetismo de las rocas.* Editorial Universitaria de Buenos Aires.

Como al partir del sol la sombra crece
y en cayendo su rayo, se levanta
la negra oscuridad que el mundo cubre
de do viene el temor que nos espanta.

GARCILASO DE LA VEGA, *Égloga primera.*

19.1. Resistividad y conductividad de las rocas

El estudio de la resistividad eléctrica ρ, o su inversa, la conductividad σ de los materiales de la Tierra constituye un capítulo importante, tanto para investigar su interior como por su aplicación a la prospección de recursos minerales. Estas cantidades intervienen en la ley de Ohm, que relaciona la densidad de corriente eléctrica $\boldsymbol{J}$ con el campo eléctrico $\boldsymbol{E}$. En general, las propiedades conductoras de un material varían con la dirección y, por tanto, ρ y σ son tensores de segundo rango, expresándose la ley de Ohm en la forma:

$$J_i = \sigma_{ij} E_j \qquad [19.1]$$

En el caso de isotropía, σ es un escalar y sólo para materiales homogéneos será constante. La resistividad de un material está definida como la resistencia que opone al paso de una corriente eléctrica por unidad de área y de longitud, y viene medida, en unidades SI, por ohmio-metro (Ωm), y la conductividad por su inversa, en siemens por metro (S/m) (antes esta unidad recibía el nombre de mho/metro). Los valores de la resistividad de los materiales de la Tierra varían en unos márgenes mucho mayores que otras propiedades, como la densidad o la velocidad de las ondas sísmicas. En el caso de la velocidad, la variación no pasa de un orden de magnitud, mientras que la resistividad se extiende a más de diez. Como valores extremos de la resistividad se pueden tomar el del cobre metálico 10^{-8} Ωm y el del azufre puro 10^{16} Ωm. La mayoría de las rocas tienen valores entre 1 y 10^6 Ωm, y se pueden considerar entre medio y poco conductoras. Entre las mejores conductoras se encuentran las margas y las arcillas, con valores entre 10 y 100 Ωm, mientras que las rocas ígneas y metamórficas tienen valores entre 10^3 y 10^5 Ωm. Algunos minerales puros son mejores conductores que las rocas, como, por ejemplo, la pirita, cuya resistividad es 10^{-3} Ωm.

La resistividad de las rocas varía de forma notable con la adición de agua con un contenido de sales en disolución. Este fenómeno es muy común, dado que la mayoría de las rocas son lo suficientemente porosas para contener una cierta proporción de agua. La variación de la resistividad en este caso puede llegar a varios órdenes de magnitud, dependiendo del contenido de agua. La conducción de la corriente eléctrica en una roca con un cierto contenido de agua no es del tipo electrónico u óhmico, como en los conductores normales, sino del tipo electrolítico. Este tipo de conducción está determinado por el flujo de iones en el fluido y su movilidad. Como el agua que se encuentra ocupando los poros de las rocas tiene disuelto un cierto contenido de sales, este factor influye en la resistividad, en general, disminuyendo su valor. Para el agua con un contenido de sales, como la del mar, la resistividad es de, aproximadamente, 0,2 Ωm; si se aumenta la concentración salina a un 20 por 100, la resistividad disminuye en un factor de 10^{-2}. En la práctica, al medir la resistividad de las rocas se está midiendo la resistividad efectiva, en la que intervienen, entre otros factores, la presencia de agua y sales en la muestra.

Otro factor importante que afecta la conductividad eléctrica de las rocas y minerales es la temperatura. En general, está admitido que para temperaturas bajas ($T < 600$ °C) la conductividad está controlada por un mecanismo de impurezas, en el que los electrones son excitados a la banda de conducción. Para temperaturas mayores, el mecanismo cambia al llamado de semiconducción intrínseca y, finalmente, cuando se superan los 1.200 °C, aproximadamente, la conducción es predominantemente producida por la movilidad de los defectos en la red de cristales iónicos, o semiconducción iónica. La presencia de estos mecanismos hace que la conductividad aumente progresivamente con la temperatura. En el interior de la Tierra, el primer mecanismo resultaría en valores muy bajos para el material del manto, por lo que se supone que en él son predominantes los otros dos. Conocida la distribución de la conductividad a partir de las variaciones del campo geomagnético y los mecanismos predominantes de conducción, es posible deducir de ella la distribución de temperaturas.

En la superficie, la variación de la resistividad en los distintos tipos de rocas y minerales y con su contenido de agua y arcillas, constituye el fundamento de los métodos de prospección eléctrica. Estos métodos se basan en la medida de la resistencia que opone un cierto volumen de roca al paso de una corriente eléctrica. Estas corrientes son introducidas artificialmente por electrodos situados en la superficie, o inducidas de forma natural por las variaciones rápidas del campo magnético, o por descargas eléctricas en la atmósfera.

Mientras que las propiedades eléctricas de la parte más superficial de la Tierra se pueden medir directamente por medio de corrientes, bien continuas o alternas provocadas artificialmente, para estudiar las condiciones a grandes profundidades en la corteza y el manto es necesario recurrir a las corrientes inducidas por las perturbaciones del campo magnético.

19.2. Inducción eléctrica en la Tierra

En el capítulo 16 se ha visto cómo en el campo magnético externo se producen variaciones y perturbaciones, cuyos exponentes principales son las variaciones diurnas, *Sq*, y las tormentas magnéticas, *D*. Si consideramos el material de la Tierra como un conductor, estas fluctuaciones del campo electromagnético inducirán en ella corrientes eléctricas. Una de las primeras indicaciones sobre la existencia de estas corrientes en la Tierra se debe a M. Faraday (1791-1867), aunque su comprobación experimental no era entonces todavía posible debido a la falta de sensibilidad en la instrumentación. Las primeras observaciones y estudios sistemáticos se deben a W. H. Barlow, en 1847, y, algo más tarde, a J. Lamont y G. B. Airy, que instalaron las primeras líneas eléctricas con este propósito en Mónaco (1859) y Greenwich (1862), respectivamente. En España, las observaciones de las corrientes telúricas se iniciaron en el Observatorio del Ebro, en 1910.

La fuente principal de estas corrientes está en las perturbaciones del campo magnético externo que, a su vez, están asociadas a las corrientes eléctricas en la ionosfera, por lo que se puede considerar las corrientes telúricas como inducidas por las ionosféricas. Ya se ha visto anteriormente cómo al considerar las corrientes eléctricas responsables de las variaciones del campo magnético externo hay que incluir el efecto de las corrientes inducidas en la Tierra; ahora se considerarán estas corrientes como fuente de información sobre la resistividad o conductividad en el interior de la Tierra.

19.2.1. *Inducción en una Tierra plana*

El mecanismo de inducción en la Tierra puede considerarse como el producido por ondas electromagnéticas que se propagan entre la ionosfera y la superficie. Una manera sencilla de tratar este problema es hacer la aproximación de una Tierra plana, y considerar la fuente del campo suficientemente alejada, de forma que el frente de ondas es plano y éstas se propagan en la dirección vertical. La relación entre el campo magnético y eléctrico viene dada por las ecuaciones de Maxwell, que ya se vieron en el capítulo 14 (véanse ecuaciones [14.5] a [14.13], en las que se incluye también la ley de Ohm). Sustituyendo [14.9], [14.10] y [14.11] en [14.5] y [14.6] y tomando μ, ε y σ constantes, se obtiene:

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} \qquad [19.2]$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \sigma \boldsymbol{E} + \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \qquad [19.3]$$

Si se toma el rotacional en las ecuaciones [14.5] y [14.6], usando la relación $\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{H} = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{H}) - \nabla^2 \boldsymbol{H}$, (Al. 27) y sustituyendo el valor de las rotaciones de $\boldsymbol{E}$ y $\boldsymbol{H}$ de [19.2] y [19.3] en las ecuaciones resultantes, se obtiene:

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \mu\sigma \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} \qquad [19.4]$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{H} = \mu\sigma \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial t^2} \qquad [19.5]$$

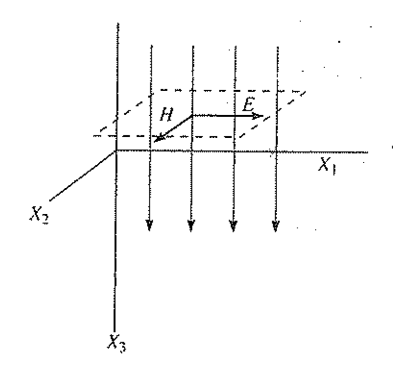


FIGURA 19.1. Inducción electromagnética en el caso simplificado de una Tierra plana producida por una onda de incidencia vertical.

Para simplificar el problema se considera el campo electromagnético contenido en el plano horizontal (x_1, x_2) (Fig. 19.1), de forma que $\boldsymbol{H}$ sólo tiene componente en la dirección de x_2 y $\boldsymbol{E}$ en la de x_1. Si tanto $\boldsymbol{H}$ como $\boldsymbol{E}$ sólo varían en la dirección vertical ($x_3 = z$, positivo hacia el interior de la Tierra) y tienen dependencia armónica del tiempo:

$$\boldsymbol{E} = (E(z), 0, 0)e^{-i\omega t} \quad [19.6]$$

$$\boldsymbol{H} = (0, H(z), 0)e^{-i\omega t} \quad [19.7]$$

Para $\boldsymbol{E}$, sustituyendo en la ecuación [19.4] se obtiene:

$$\frac{d^2E}{dz^2} = (-i\omega\mu\sigma - \omega^2\varepsilon\mu)E \quad [19.8]$$

Si el medio es un buen conductor ($\sigma \gg \omega\varepsilon$), la parte imaginaria es la más importante y la ecuación se reduce a:

$$\frac{d^2E}{dz^2} + i\omega\mu\sigma E = 0 \quad [19.9]$$

Tomando soluciones de la forma $E = Ee^{mz}$ al sustituir en la ecuación [19.9] se obtiene:

$$m = (i-1)\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = (i-1)\alpha \quad [19.10]$$

Las soluciones completas para E y de forma análoga para H son:

$$E(z, t) = Ee^{-\alpha z}\cos(\alpha z - \omega t + \eta) \quad [19.11]$$

$$H(z, t) = He^{-\alpha z}\cos(\alpha z - \omega t + \zeta) \quad [19.12]$$

Estas dos expresiones representan ondas electromagnéticas que se propagan en la dirección positiva de z, atenuándose en la misma dirección. Como la atenuación depende de σ y ω, para un buen conductor y para frecuencias altas, el campo está contenido solamente en una región cercana a la superficie. Este efecto se conoce con el nombre de «efecto superficial». La distancia de penetración dentro del medio en la que la amplitud del campo disminuye en un factor de $1/e$, es decir, en un 37 por 100 viene dada por:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} \quad [19.13]$$

La penetración depende inversamente del valor de la conductividad, o directamente de la resistividad e inversamente de la frecuencia. Por tanto, para un medio de conductividad moderada, si se quiere llegar a grandes profundidades, hay que emplear señales de frecuencias muy bajas. Como ejemplo de orden de magnitud del poder de penetración, en un medio de resistividad 10 Ωm para una señal de frecuencia 10 Hz, la amplitud disminuye aproximadamente en un factor de 0,1 en un metro. Esto indica que, para lograr penetrar en el interior de la Tierra, se necesitan señales electromagnéticas de frecuencia muy baja, lo que no es fácil de obtener.

19.2.2. *Inducción en una Tierra esférica*

El problema de la inducción eléctrica en una Tierra esférica se suele plantear en términos de potenciales. Aquí se presentarán solamente las ideas más fundamentales de este planteamiento. Como ya se vio anteriormente, el campo magnético $\boldsymbol{H}$ se puede deducir de un potencial vectorial $\boldsymbol{A}$, cuya divergencia es nula (ecuación [14.12]). Sustituyendo $\boldsymbol{H}$ en función de $\boldsymbol{A}$ en la ecuación [14.5] se obtiene:

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu\frac{\partial}{\partial t}\nabla \times \boldsymbol{A} \quad [19.14]$$

En consecuencia, como $\boldsymbol{E}$ también tiene divergencia nula, se puede expresar también en función del potencial $\boldsymbol{A}$ en la forma:

$$\boldsymbol{E} = -\mu\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} \quad [19.15]$$

donde se ha prescindido del potencial escalar arbitrario que puede aparecer en esta ecuación. Sustituyendo $\boldsymbol{H}$ y $\boldsymbol{E}$ en función de $\boldsymbol{A}$ en la ecuación [19.3], para un medio conductor se obtiene finalmente:

$$\nabla^2\boldsymbol{A} = \mu\sigma\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} \quad [19.16]$$

Para un medio isótropo, la corriente eléctrica $\boldsymbol{J}$ está en la misma dirección del vector $\boldsymbol{A}$. Si las corrientes están confinadas en conchas esféricas, es decir, no tienen componente radial, el vector $\boldsymbol{A}$ se puede representar en la forma:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{r} \times \nabla\Phi \qquad [19.17]$$

donde $\boldsymbol{r}$ es el vector posición desde el centro de la Tierra y Φ una función escalar que también es solución de la ecuación análoga a la [19.16]:

$$\nabla^2\Phi = \mu\sigma\frac{\partial\Phi}{\partial t} \qquad [19.18]$$

Para el caso de dependencia armónica del tiempo se obtiene una ecuación como la [19.9]:

$$\nabla^2\Phi + i\mu\sigma\omega\Phi = 0 \qquad [19.19]$$

El problema en coordenadas esféricas $\Phi(r, \theta, \lambda)$ se resuelve por el método de separación de variables $\Phi = R(r)\, Y(\theta)\, Z(\lambda)$. Las soluciones resultantes al expresar el Laplaciano en estas coordenadas se pueden expresar para R en forma de las funciones modificadas de Bessel y para Y y Z en armónicos esféricos (Apéndice 3):

$$\Phi = \frac{C}{\sqrt{r}}\, I_{n+\frac{1}{2}}(kr)\, S_n^m(\theta, \lambda) \qquad [19.20]$$

donde $k^2 = i\mu\sigma\omega$ y según Apéndice 3:

$$S_n^m(\theta, \lambda) = P_n^m(\cos\theta)e^{\pm im\lambda} \qquad [19.21]$$

En esta solución, σ es constante para toda la Tierra, lo que en general no se cumple. Fuera de la corteza, donde la inhomogeneidad lateral es muy acentuada, se puede considerar que la conductividad varía sólo con el radio. Consecuentemente, se puede dividir la Tierra en regiones esféricas con distintos valores constantes de σ, o suponer una función sencilla de r con la profundidad, por ejemplo, $\sigma = \sigma_0(r/r_0)^{-\lambda}$. Para explicar el valor de las corrientes eléctricas inducidas en la Tierra se debe suponer que la conductividad en el interior aumenta considerablemente con respecto a los valores de las rocas de la superficie.

19.3. Método magneto-telúrico

Un método de gran utilidad para el estudio de las variaciones de la conductividad en el interior de la Tierra en profundidad, o de una región a otra, es el conocido con el nombre de método magneto-telúrico, desarrollado por L. Cagniard y Tijonov, en 1953. Este método consiste en la observación simultánea de las variaciones de los componentes horizontales y perpendiculares entre sí, de los campos eléctricos y magnéticos para una misma frecuencia, en la superficie de la Tierra. A partir de estos valores, se puede obtener el valor de la conductividad o resistividad aparente, que corresponde a una frecuencia determinada. Este valor representa un valor medio para la región donde se realizan las observaciones, tomado sobre una profundidad que corresponde a la de penetración del campo inductor. Como ya se vio que la penetración depende inversamente de la frecuencia, se alcanzarán mayores profundidades utilizando frecuencias más bajas.

Para un medio conductor, la ecuación [19.3] se puede simplificar en:

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \sigma\boldsymbol{E} \qquad [19.22]$$

Para el caso particular utilizado anteriormente para la Tierra plana (19.6 y 19.7), el único componente de esta ecuación es:

$$\frac{\partial H}{\partial z} = \sigma E \qquad [19.23]$$

Sustituyendo en esta ecuación, para H la expresión [19.12] se obtiene:

$$E = \frac{2\alpha}{\sigma} He^{-\alpha z} \cos\left(\omega t - \alpha z + \frac{\pi}{4}\right) \qquad [19.24]$$

De esta ecuación se puede despejar el cuadrado del cociente de las amplitudes E y H:

$$\left|\frac{H}{E}\right|^2 = \frac{\sigma^2}{2\alpha^2} = \frac{\sigma}{\omega\mu} \qquad [19.25]$$

A partir de esta expresión se obtiene finalmente para la conductividad o la resistividad:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\omega\mu}\left|\frac{E}{H}\right|^2 \qquad [19.26]$$

donde H y E están metidos en dos direcciones perpendiculares. Los valores de σ y ρ obtenidos de esta forma corresponden a un valor medio para la región entre la superficie y la profundidad de penetración para la frecuencia de cada señal. Para frecuencias altas se obtienen valores que corresponden a la superficie y para frecuencias bajas, a profundidades mayores.

Un ejemplo de una curva de resistividad aparente con el periodo, obtenida de un sondeo magneto-telúrico, está representado en la figura 19.2. En la misma figura se muestra un modelo de distribución de resistividad con la profundidad que corresponde a dicha curva. El modelo muestra un aumento de la resistividad hasta los 5 km, y a partir de esta profundidad la resistividad empieza a disminuir. En esta curva se detecta, para periodos cerca de los mil segundos correspondientes a la profundidad en el manto, un aumento de la conductividad.

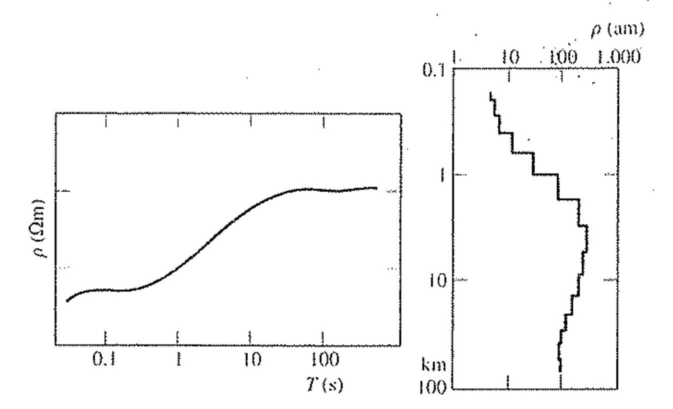


FIGURA 19.2. Curva de resistividad aparente con el periodo en un sondeo magnetotelúrico y modelo de distribución de resistividad con la profundidad correspondiente.

19.4. Conductividad en el interior de la Tierra

Como ya se ha dicho anteriormente, el rango de los valores de la resistividad de las rocas es muy grande, oscilando para las más comunes entre 0,1 y 10^4 Ωm. Dos factores afectan la resistividad de las rocas, la presencia de agua en las rocas de la superficie y la temperatura para los materiales que se encuentran a mayor profundidad. Para dar una idea de cómo afecta la temperatura a los valores de la conductividad, tenemos que el olivino, a una presión constante de 3.000 MPa para una temperatura de 100 °C, tiene una conductividad de 10^{-5} S/m, mientras que para 1.000 °C la conductividad aumenta hasta casi 1 S/m. En este cambio hay que notar un aumento rápido entre 700 y 800 °C, que corresponde a un cambio brusco de la estructura atómica de este mineral. En general se puede afirmar que la conductividad de un material aumenta con su temperatura. Aplicado al interior de la Tierra resulta en un aumento de la conductividad en el manto con la profundidad.

Uno de los primeros modelos para la distribución de la conductividad eléctrica en el interior de la Tierra se debe a B. N. Lahiri y A. T. Price, en 1939. Este modelo supone que σ aumenta con la profundidad como una potencia negativa de r. Para una profundidad de 400 km, σ vale 5×10^{-3} S/m, y para 1.300 km, aproximadamente, 10^3 S/m. Basándose en la atenuación de la amplitud de las componentes armónicas de la variación secular geomagnética, L. L. McDonald dedujo, en 1957, una distribución de la conductividad eléctrica en todo el manto. En esta distribución, la conductividad aumenta rápidamente en los primeros 1.500 km y luego más lentamente (véase Fig. 19.3).

En la parte más superficial de la corteza terrestre se observa una región de alta conductividad debida en gran parte a la presencia de la capa de agua. Por debajo de esta capa, la conductividad disminuye hasta unos 10^{-3} S/m, para aumentar rápidamente hasta una profundidad de unos 1.000 km. A esta profundidad los valores oscilan entre 1 y 10 S/m. A partir de los 1.000 km, algunos autores, como McDonald, proponen un aumento lento de la conductividad hasta la frontera con el núcleo. Sin embargo, debido a la dificultad del estudio de señales de muy baja frecuencia, los valores obtenidos para profundidades por debajo de los 1.000 km son muy problemáticos. Recordemos que la variación *Sq* tiene periodo de un día y las tormentas magnéticas una duración de dos a tres días, siendo éstas las variaciones del campo magnético de periodo más largo. Algunos autores, como Runcorn, en 1955, han propuesto la utilización de saltos en la variación secular para obtener información de la conductividad del manto a mayores profundidades. Sin embargo, los resultados no son todavía muy fiables. Para poder estudiar con suficiente precisión la distribución de la conductividad en todo el manto, se necesitarían unas variaciones del campo magnético con suficiente energía y un periodo del orden de unos veinticinco años.

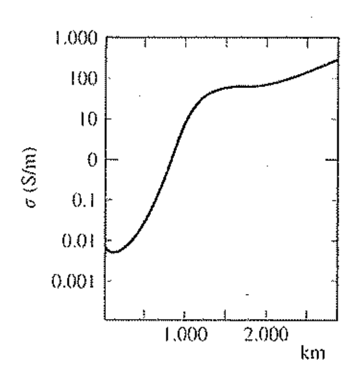


FIGURA 19.3. Distribución de la conductividad en el manto (basado en Lahiri, Price y McDonald).

La conductividad en el núcleo es un tema aún más hipotético. Teniendo en cuenta su composición fundamentalmente de hierro a altas presiones y temperaturas, un valor admitido se sitúa entre 10^5 a 10^6 S/m. Esto resulta compatible con las condiciones impuestas por el mecanismo de la dinamo del núcleo que explica el origen del campo magnético interno de la Tierra.

Las variaciones laterales en la conductividad del manto superior son también difíciles de observar. Para variaciones de periodo muy corto, la influencia de las capas superficiales es predominante donde la heterogeneidad es muy grande. Variaciones asignables a las condiciones por debajo de la corteza se han observado en algunas partes, como el norte de Alemania y en España.

Otro método para estudiar las variaciones laterales de la conductividad es el que usa los vectores de Parkinson, llamados también vectores de inducción. Este método consiste en expresar la componente vertical de las variaciones del campo magnético de la Tierra, como una función lineal de la componente horizontal H y la declinación D para un mismo periodo:

$$Z = AH + BD \qquad [19.27]$$

Los parámetros A y B son números complejos. A partir de la parte real de estos números se puede definir la amplitud M y el ángulo θ:

$$M = (A_R^2 + B_R^2)^{\frac{1}{2}} \quad [19.28]$$

$$\theta = \mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{B_R}{A_R}\right) \quad [19.29]$$

M se refiere al cociente entre el campo horizontal y vertical y θ al acimut, medido desde el norte magnético, de la variación horizontal que se correlaciona mejor con la del campo vertical. En cierto modo se puede decir que θ indica la dirección desde el punto de observación a la fuente de las variaciones del campo magnético. En la figura 19.4 se representan valores de θ y M representados en forma vectorial para la región del sur de España.

Un área de estudio de gran interés es el de la relación entre la distribución lateral de la conductividad en las zonas tectónicamente activas y las direcciones de los accidentes tectónicos. Todavía los indicios no son muy concluyentes, pero se ha podido detectar un aumento de la conductividad en las zonas de rift, que puede estar en relación con el aumento de temperatura a escasa profundidad. Otras correlaciones de aumentos en la conductividad pueden estar causadas por la presencia de material mejor conductor en ciertas áreas relacionadas con diversos procesos tectónicos, tales como cabalgamientos y fracturas.

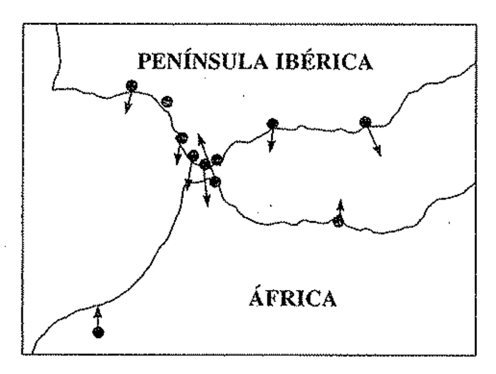


FIGURA 19.4. Vectores de Parkinson en el sur de España y norte de Marruecos (según Catalán).

19.5. Métodos de prospección eléctrica

Aunque los primeros intentos de aplicación de los métodos eléctricos a la prospección se iniciaron a principios de siglo, su generalización se debe principalmente a los trabajos de F. C. Schlumberger a partir de 1912. Modernamente, estos métodos se han extendido y diversificado grandemente. En general, éstos se pueden dividir, bien por el origen de los campos eléctricos empleados, en naturales y artificiales, o por el tipo de corriente continua y alterna, estos últimos a veces llamados métodos electromagnéticos. En todos los métodos, el resultado es la obtención de una curva de la distribución de la resistividad con la profundidad, o la detección de la presencia de una masa de resistividad anómala. Aunque el desarrollo de los métodos eléctricos de prospección exige un tratamiento más extenso, aquí éste se reducirá a la exposición breve de los fundamentos del método de resistividad por corriente continua, comúnmente llamado de sondeo eléctrico vertical. No se discutirán los métodos electromagnéticos, aunque ya se ha hablado del método magneto-telúrico que se aplica también en prospección.

Las medidas de la resistividad superficial constituyen la base de los métodos de prospección eléctrica de corriente continua. Estos métodos consisten, fundamentalmente, en introducir una corriente eléctrica continua de intensidad conocida entre dos electrodos, y medir la diferencia de potencial entre otros dos. Para resolver este problema consideremos el flujo de corriente continua en un medio homogéneo de conductividad σ y resistividad ρ. Si $\boldsymbol{J}$ es la densidad de corriente a través de un elemento de superficie dS y la intensidad del campo eléctrico es $\boldsymbol{E}$, ésta, al tratarse de corrientes continuas, se puede expresar como el gradiente de un potencial eléctrico escalar V y, por tanto:

$$\boldsymbol{J} = -\sigma \nabla V \quad [19.30]$$

Como la divergencia de $\boldsymbol{J}$ es nula, para regiones en las que no hay fuentes de corrientes, V satisface la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 V = 0 \quad [19.31]$$

Supongamos una fuente puntual de corriente a una distancia r. El potencial V sólo depende de r y, resolviendo la ecuación de Laplace para este caso particular, se obtiene para toda la región, con excepción de la fuente misma:

$$V = \frac{A}{r} \quad [19.32]$$

donde A es una constante.

Si la corriente total que cruza una superficie esférica de radio r que rodea la fuente es I, en función de J viene dada por:

$$I = 4\pi r^2 J \quad [19.33]$$

Sustituyendo J en función del potencial V, dado en la ecuación [19.32] y despejando el valor de A, se obtiene:

$$A = \frac{I}{4\pi\sigma} = \frac{I\rho}{4\pi} \quad [19.34]$$

Sustituyendo este valor en la ecuación [19.32] se obtiene para el potencial V a una distancia r de la fuente la expresión:

$$V = \frac{I\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{r}\right) \quad [19.35]$$

En el caso en que la fuente está situada sobre la superficie de un semiespacio de resistividad homogénea ρ, como la conductividad del vacío es cero, la corriente total I sólo cruza una semiesfera y, por tanto:

$$I = 2\pi r^2 J \qquad [19.36]$$

El valor del potencial V en un punto a distancia r de la fuente es en este caso:

$$V = \frac{I\rho}{2\pi}\left(\frac{1}{r}\right) \qquad [19.37]$$

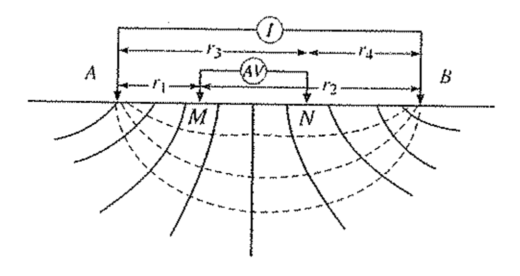


FIGURA 19.5. Esquema de los dispositivos de las medidas de corriente y potencial en el método de prospección eléctrica.

La configuración más sencilla, para los electrodos utilizados en las medidas de la resistividad superficial, es la representada en la figura 19.5, donde se han representado las líneas de corriente entre los electrodos A y B y las de igual potencial eléctrico. La Tierra se supone como un semiespacio de resistividad homogénea ρ, en cuya superficie están situados los electrodos A y B, que introducen una corriente I y los electrodos M y N, entre los que la diferencia de potencial es ΔV. Las distancias entre el electrodo M y los electrodos A y B son r_1 y r_2 y del electrodo N, r_3 y r_4. Por tanto, el potencial en el punto M, debido a la corriente introducida por los electrodos A y B, teniendo en cuenta que la corriente es en ambos casos I, pero de distinto signo, es:

$$V_M = \frac{I\rho}{2\pi}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \qquad [19.38]$$

Para el punto N el potencial es:

$$V_N = \frac{I\rho}{2\pi}\left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4}\right) \qquad [19.39]$$

La diferencia de potencial entre los puntos M y N es:

$$\Delta V = V_M - V_N = \frac{I\rho}{2\pi}\left\{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) - \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4}\right)\right\} \qquad [19.40]$$

Si en esta expresión despejamos la resistividad ρ, se obtiene:

$$\rho_a = 2\pi \frac{\Delta V}{I}\left\{\frac{1}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) - \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4}\right)}\right\} \qquad [19.41]$$

Los valores de I y ΔV se miden directamente y, de acuerdo con esta expresión, se obtiene el valor de la resistividad ρ_a. Esta resistividad se llama aparente, ya que el material de la superficie no es homogéneo y ρ_a representa un valor efectivo de la resistividad en la región cercana a la superficie por la que pasa la corriente.

La distribución de los electrodos varía para los distintos métodos. La más simple es la llamada de Wenner, donde los electrodos están todos a la misma distancia unos de otros, por lo que $r_1 = r_4 = a$ y $r_2 = r_3 = 2a$. Sustituyendo estos valores en la ecuación [19.41] se obtiene:

$$\rho_a = 2\pi a \frac{\Delta V}{I} \qquad [19.42]$$

La distribución más utilizada, sin embargo, es la del método o configuración de Schlumberger (Fig. 19.6*b*), en la que los electrodos de potencial (M y N) están separados por una pequeña distancia constante a, y los de corriente (A y B) por una distancia mucho mayor r, desde el centro de la configuración. En este caso $r_1 = r_3 = r + a/2$ y $r_2 = r_4 = r - a/2$. Si $r \gg a$ y, en general, se toma r unas diez veces a, la expresión para ρ_a en este caso viene dada por:

$$\rho_a = \frac{\pi r^2}{a}\frac{\Delta V}{I} \qquad [19.43]$$

FIGURA 19.6. Distribución de los electrodos en las configuraciones de: *a*) Wenner, y *b*) Schlumberger.

Si movemos la configuración de electrodos, manteniendo fijas las distancias entre ellos, se obtiene la variación de la resistividad aparente a lo largo de una línea o de una superficie, utilizando una malla de puntos (calicata eléctrica). En cada medida, el

valor de ρ_a se asigna al punto central de la configuración de los electrodos. Para medir la distribución de la resistividad con la profundidad, se aumenta para cada medida la distancia entre los electrodos manteniendo fijo el centro. En el caso del método de Schlumberger, la distancia a entre los electrodos del potencial se mantiene fija, mientras se va aumentando r. La curva resultante de los valores de ρ_a con r puede interpretarse en términos de la variación de la resistividad con la profundidad. En efecto, al separar los electrodos, la corriente pasa por una zona cada vez más profunda, por lo que la resistividad que le afecta corresponde cada vez a la que existe a mayor profundidad. Supongamos que tenemos una capa de material de resistividad ρ_1 y espesor H sobre un medio de resistividad ρ_2, donde $\rho_1 > \rho_2$. La curva de la resistividad aparente, medida en la superficie en función de la distancia de separación de los electrodos de la corriente A y B, es la representada en la figura 19.7, donde $S = 2r$ para el método de Schlumberger.

Para distancias cortas entre electrodos, la corriente pasa sólo por la capa y la resistividad aparente corresponde al valor de ρ_1. A medida que aumenta la distancia, parte de la corriente pasa por el medio de resistividad ρ_2, por lo que empieza a disminuir el valor de la resistividad aparente. Finalmente, si la distancia ($S \gg H$) es muy grande comparada con la profundidad a que se encuentra el medio de resistividad ρ_2, la resistividad aparente ρ_a es prácticamente igual a esta última. Como se ha dicho anteriormente que la resistividad de las rocas varía de manera notable con la presencia de agua, el ejemplo presentado podría representar de una manera muy simplificada el caso de una capa acuífera con algún contenido de sales a profundidad H. Debido a esta propiedad, el método de prospección eléctrica se utiliza con frecuencia para la búsqueda de agua.

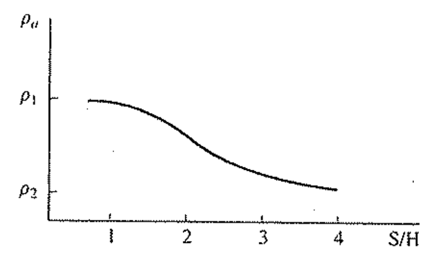


FIGURA 19.7. Curva de resistividad aparente para una capa de espesor H y resistividad ρ_1 sobre un medio de resistividad ρ_2.

19.6. Bibliografía

Los fundamentos de la inducción electromagnética en la Tierra están representados con mayor o menos extensión en los textos generales GARL 20, STAC 5, COUL 29 y 32, OFFI 9. Referencias más extensas y monografías sobre este tema son:

BANKS, R. J. (1972): «The overall conductivity distribution of the earth». *J. Geomagn. Geoelectr.*, 24, 337-351.

CAGNIARD, L. (1956): «Electricité tellurique». En S. FLÜGGE (ed.): *Handbuch der Physik*, Springer Verlag, Berlín.

PARKHOMENKO, E. I. (1967): *Electrical properties of the rocks.* Plenum Press, Nueva York.

RIKITAKE, T. (1966): *Electromagnetism and the earth's interior.* Elsevier, Amsterdam.

ROKITYANSKY, I. I. (1982): *Geoelectromagnetic investigation of the earth's crust and mantle.* Springer Verlag, Berlín.

WAIT, J. R. (1982): *Geo-electromagnetism.* Academic Press, Nueva York.

Los métodos eléctricos de prospección pueden encontrarse desarrollados en los libros generales de Geofísica aplicada como TELF 5-9, GRANT 13-18, y en las monografías:

IAKUBOVSKII, I. V., y LIAJOV, L. L. (1980): *Exploración eléctrica* (trad. española). Ed. Reverte, Barcelona.

KELLER, G. V., y FRISCHKNECHT, F. C. (1966): *Electrical methods in Geophysical prospecting.* Pergamon Press, Nueva York.

KUNETZ, G. (1966): *Principles of direct current resistivity prospecting.* Gebrüder Borntraeger, Berlín.

En castellano, además de la traducción ya mencionada, conviene destacar las dos obras del profesor ORELLANA:

ORELLANA, E. (1982): *Prospección geoeléctrica en corriente continua* (2.ª ed.). Paraninfo, Madrid.

— (1974): *Prospección geoeléctrica por campos variables.* Paraninfo, Madrid.

Tierra ardiendo en su milagro
que ni se funde ni nos funde
que no devora ni es devorado
quetzal de fuego emblanquecido
que cría y nutre pueblos mágicos.

GABRIELA MISTRAL, *Sol del trópico.*

20.1. Equilibrio adiabático gravitacional

Es bien conocido que en las minas la temperatura aumenta con la profundidad en una proporción aproximada de 1 °C por cada 30 m. Este hecho y la experiencia de los volcanes, cuyas erupciones arrojan a la superficie rocas fundidas, ha llamado la atención, desde la antigüedad, sobre la existencia de fuentes de calor en el interior de la Tierra. Una de las primeras explicaciones de estos fenómenos es la incluida en la obra de A. Kircher, en 1664, con su sistema de conductos de fuego. La explicación de la producción de calor por elementos radiactivos en el problema del flujo geotérmico se debe en primer lugar a lord Rayleigh, en 1906, y a A. Holmes, en 1915. Aunque se conocían con anterioridad medidas del gradiente de temperaturas, hasta 1939 no se hicieron medidas fiables del flujo de calor; entre las primeras se encuentran las de E. M. Anderson, A. E. Benfield y F. Birch. El desarrollo moderno de estos estudios recibió un fuerte impulso con las técnicas de medidas en el fondo del mar iniciadas hacia 1950.

El enfoque más sencillo al problema de la distribución de temperaturas en el interior de la Tierra es el de considerarla como producida solamente por el efecto gravitacional bajo condiciones adiabáticas. Una partícula en el interior de la Tierra cuando se desplaza en dirección vertical sufre un cambio de presión que puede expresarse en la forma:

$$dp = \rho g \, dz \qquad [20.1]$$

donde se toma z positivo hacia abajo y g es la atracción gravitacional al nivel z.

Al mismo tiempo que varía la presión, varía también su temperatura. Si este cambio de temperatura es tal que no hay flujo de calor, la situación se llama de equilibrio adiabático gravitacional.

Las dos leyes fundamentales de la Termodinámica vienen representadas por:

$$\delta Q = dU + p\, dV \qquad [20.2]$$

$$\delta Q = T\, dS \qquad [20.3]$$

donde Q es la cantidad de calor; U, la energía interna del sistema; S, la entropía; p, la presión; T, la temperatura, y V, el volumen. Expresando la primera ecuación en variables específicas o por unidad de masa representadas por las mismas letras en minúsculas, se obtiene:

$$\delta q = du + p\, dv \qquad [20.4]$$

Utilizando la segunda ley, teniendo en cuenta que ds es un diferencial exacto, δq se puede expresar en la forma:

$$\delta q = T\, ds = T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p dT + T\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T dp \qquad [20.5]$$

Pero C_p, el calor específico a presión constante, viene dado por:

$$C_p = \left(\frac{\delta q}{\delta T}\right)_p = T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p \qquad [20.6]$$

Sustituyendo C_p en la ecuación [20.5], nos queda:

$$\delta q = C_p\, dT + \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T T\, dp \qquad [20.7]$$

Utilizando el potencial termodinámico Φ o función de Gibbs, para variables por unidad de masa:

$$\Phi = u - Ts + pv$$

y

$$d\Phi = v\, dp - s\, dT \qquad [20.8]$$

Como $d\Phi$ es un diferencial exacto, se verifica, por el teorema de las derivadas parciales cruzadas:

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \qquad [20.9]$$

Teniendo en cuenta que el coeficiente de expansión térmica a presión constante α_p viene dado por:

$$\alpha_p = \frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \qquad [20.10]$$

si se sustituye [20.10] en [20.9] y en [20.7] y se hace $\delta q = 0$, se obtiene:

$$C_p dT - Tv\alpha_p dp = 0 \qquad [20.11]$$

Despejando dp en [20.11] y sustituyendo en la ecuación [20.1], finalmente se obtiene (teniendo en cuenta que $vp = 1$):

$$\frac{dT}{dz} = \frac{g\alpha_p T}{C_p} \qquad [20.12]$$

Como g, α_p, T y C_p son positivos, la temperatura aumentará con la profundidad bajo la sola acción de la gravedad. A este gradiente se le llama gradiente adiabático gravitacional.

Si se toman valores típicos para la tierra como $\alpha_p = 2 \times 10^{-5}$ K^{-1} y $C_p = 1{,}3$ kJ kg^{-1} K^{-1}, para una profundidad de unos 200 km, si $T = 1.600$ °K, el gradiente de temperatura resultante es de sólo 0,25 °K km^{-1}. Este es un valor bastante pequeño, sobre todo si se compara con el gradiente observado en la superficie de 30 °K km^{-1}, lo que indica que el gradiente de temperatura actual en el interior de la Tierra está muy por encima del adiabático. Es necesario, por tanto, tomar en consideración la producción de calor tanto en la corteza como en el manto.

20.2. Conducción de calor

La transmisión de calor de un cuerpo a otro, o dentro de un cuerpo de una región a otra con distinta temperatura, se puede hacer de tres formas, por conducción, radiación y convección. En el caso de la conducción, el flujo de calor se realiza por excitación de la vibración de los átomos en la red cristalina o transmisión de fonones. El flujo de calor resultante es proporcional al gradiente de temperatura en su misma dirección y en sentido opuesto:

$$\dot{q} = -K\nabla T \qquad [20.13]$$

En esta expresión $\dot{q}$ es el flujo de calor por unidad de tiempo y por unidad de superficie, y K, el coeficiente de conductividad térmica. El flujo de calor $\dot{q}$ se expresa en W/m^2 (SI) y cal/cm^2 s (cgs), y K en W/m °K (SI) y cal/cm s °C (cgs). Las unidades más usadas en geotermia son submúltiplos de éstas, mW/m^2 (SI) y μcal/cm^2 (cgs), y su relación es:

$$1\ \mu\text{cal/cm}^2\ \text{s} = 41{,}87\ \text{mW/m}^2$$

Valores típicos de K para rocas de la superficie son 3 W/m K, ó 7 μcal/cm s °C.

Si se considera un volumen V, limitado por una superficie cerrada Σ, la cantidad total de calor por unidad de tiempo $\dot{Q}$ que cruza la superficie Σ viene dado por (Fig. 20.1):

$$\dot{Q} = \int_\Sigma \dot{q} \cdot \boldsymbol{n}\, d\Sigma \qquad [20.14]$$

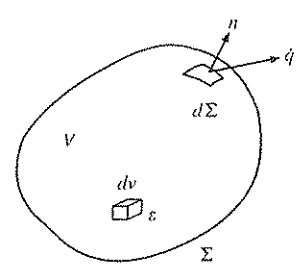


FIGURA 20.1. Flujo a través de la superficie Σ que encierra a un volumen V que contiene fuentes de calor ε por unidad de volumen.

Si en el interior de V hay fuentes de calor, siendo ε la cantidad de calor generado por unidad de volumen y tiempo, la conservación de energía requiere que el calor que atraviesa la superficie Σ sea igual al generado en V, menos el calor disipado por enfriamiento:

$$\int_\Sigma \dot{q} \cdot \boldsymbol{n}\, d\Sigma = \int_V \left[\varepsilon - \rho C_v \frac{\partial T}{\partial t}\right] dV \qquad [20.15]$$

C_v es el calor específico a volumen constante, y ρ, la densidad. Aplicando el teorema de Gauss a la integral de superficie, y sustituyendo después $\dot{q}$ en función del gradiente de temperatura [20.13], nos queda:

$$\int_V -\nabla \cdot (K\nabla T) dV = \int_V \left(\varepsilon - \rho C_v \frac{\partial T}{\partial t}\right) dV \qquad [20.16]$$

y en forma diferencial:

$$\nabla \cdot (K\nabla T) + \varepsilon = \rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} \qquad [20.17]$$

En el caso de que K sea constante:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T + \frac{\varepsilon}{\rho C_v} \qquad [20.18]$$

donde $\kappa = \dfrac{K}{\rho C_v}$ es la difusividad térmica. Si no hay fuentes de calor, la ecuación toma la forma más conocida de la ecuación de difusión:

$$\kappa \nabla^2 T = \frac{\partial T}{\partial t} \qquad [20.19]$$

La solución de esta ecuación es una distribución de temperaturas que disminuye exponencialmente con el tiempo. Las fuentes de calor en la Tierra se deben principalmente a fenómenos de desintegración atómica, en los que las partículas emitidas por los átomos radiactivos entran en colisión con los átomos vecinos y transforman su energía cinética en calor, al excitar la vibración de la red cristalina. Como ejemplo de esta producción de calor, un gramo de uranio 238 genera una energía de $9{,}4 \times 10^{-8}$ W, y uno de potasio 40 de $2{,}8 \times 10^{-8}$ W. Para una roca como el granito, con una proporción de U^{238} de 2 ppm, la producción de calor es, aproximadamente, $1{,}3 \times 10^{-3}$ mW/m^3.

20.3. Flujo periódico unidimensional

La aplicación más sencilla de la ecuación de difusión térmica es la del caso de flujo en una sola dimensión, con variación periódica de la temperatura con el tiempo. Este caso podría representar la difusión de calor hacia el interior de la Tierra, producido por calentamiento solar de su superficie, cuya periodicidad es principalmente de un día o de un año.

Si z es la dirección de la vertical, positiva hacia abajo, la ecuación de difusión sin fuentes de calor es:

$$\kappa \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \qquad [20.20]$$

La solución por separación de variables: (apéndice 3):

$$T(z, t) = Z(z)\theta(t) \qquad [20.21]$$

nos queda en la forma:

$$Z = A\, e^{-\alpha z} + B\, e^{\alpha z} \qquad [20.22]$$

$$\theta = C\, e^{\kappa \alpha^2 t} \qquad [20.23]$$

Donde α^2 es la constante de separación de variables. La condición de contorno para $z = 0$ es:

$$z = 0 \quad : \quad T = T_0 e^{i\omega t} \qquad [20.24]$$

Sustituyendo y haciendo uso de la identidad $i = \frac{1}{2}(1+i)^2$ se obtiene para la constante α el valor:

$$\alpha = (1+i)\sqrt{\frac{\omega}{2\kappa}} \qquad [20.25]$$

Sustituyendo en [20.22] resulta para la función Z la forma siguiente, en la que se ha supuesto que esta función no puede aumentar exponencialmente con la profundidad ($B = 0$):

$$Z = A\, e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\kappa}}z - i\sqrt{\frac{\omega}{2\kappa}}z} \qquad [20.26]$$

La solución total para T es:

$$T = T_0 e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\kappa}}z + i\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2\kappa}}z + \omega t\right)} \qquad [20.27]$$

Esta solución representa una onda periódica de frecuencia angular ω, que se propaga en la dirección positiva de z, y cuya amplitud disminuye exponencialmente con la profundidad. La velocidad de propagación y la longitud de onda de la variación periódica vienen dadas por:

$$v = \sqrt{2\kappa\omega} \qquad [20.28]$$

$$\lambda = \pi\sqrt{\frac{8\kappa}{\omega}} \qquad [20.29]$$

Para $z = \lambda$, la onda se atenuará en $e^{-2\pi} \simeq 0{,}002$. Para valores típicos en la Tierra, $K = 3$ Wm^{-1} K^{-1}, $\rho = 5{,}5$ g/cm^3 y $C_v = 1$ kJ kg^{-1} K^{-1}, resultan en un valor para $\kappa \simeq 4 \times 10^{-6}$ m^2 s^{-1}. Para el ciclo diario, $\omega \simeq 10^{-5}$ s^{-1}, la longitud de onda es $\lambda = 5{,}6$ m, y para el anual, $\lambda = 32$ m. Es decir, los cambios de temperatura en la superficie de la Tierra debidos a los ciclos solares se atenúan muy rápidamente en su interior. Para que la penetración llegue a un kilómetro, el ciclo debería tener un período de unos 10^4 años. Esto indica que la Tierra es muy mala conductora de calor. La velocidad de propagación depende directamente de ω, por lo que se propagarán más rápidamente ondas de frecuencia alta, pero al mismo tiempo estas ondas se atenúan antes. Lo mismo se puede decir de la propagación del calor producido en el núcleo de la Tierra hacia el exterior. Si queremos que llegue a la superficie una milésima parte de la temperatura en la superficie del núcleo, ponemos $\lambda = 2.900$ km, con lo que obtenemos que el periodo correspondiente es 10^{12} años, lo que indica que en 10^9 años, aproximadamente, la edad de la Tierra, muy poco calor puede haberse propagado solamente por conducción de profundidades de más de 1.000 km.

20.4. Soluciones estacionarias unidimensionales

Para el mismo modelo sencillo de una Tierra plana, en la que el flujo de calor se produce sólo en la dirección vertical (z positivo hacia abajo), podemos estudiar ahora el caso en que existe producción de calor, para soluciones estacionarias. En estas condiciones, la ecuación [20.18] queda en la forma:

$$\frac{d^2T}{dz^2} + \frac{\varepsilon}{K} = 0 \qquad [20.30]$$

Integrando se obtiene:

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{\varepsilon}{K}z + C \qquad [20.31]$$

$$T = -\frac{\varepsilon}{2K}z^2 + Cz + D \qquad [20.32]$$

Considerando las condiciones de contorno para la superficie $z = 0$, en la que el flujo y la temperatura son conocidas (Fig. 20.2):

$$T = T_0 \qquad [20.33]$$

$$\dot{q} = -K\left.\frac{dT}{dz}\right|_{z=0} = -\dot{q}_0 \qquad [20.34]$$

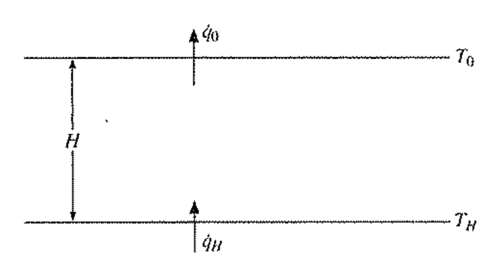


FIGURA 20.2. Flujo de calor en la superficie a temperatura T_0 y desde el manto para una corteza de espesor H.

Sustituyendo y evaluando las constantes C y D resulta la expresión:

$$T = -\frac{\varepsilon}{2K}z^2 + \frac{\dot{q}_0}{K}z + T_0 \qquad [20.35]$$

Con esta ecuación, si se supone que la corteza terrestre tiene un espesor H, pode-

mos calcular la temperatura en la base de la corteza T_H. Sustituyendo en la ecuación [20.35], se obtiene:

$$T_H = T_0 + \left(\dot{q}_0 - \frac{\varepsilon H}{2}\right)\frac{H}{K} \qquad [20.36]$$

El gradiente de temperaturas en la superficie se puede calcular en función de $\dot{q}_0$:

$$-\left.\frac{dT}{dz}\right|_{z=0} = \frac{\dot{q}_0}{K} \qquad [20.37]$$

Tomando como valores típicos $\dot{q}_0$ = 60 mW m^{-2} y K = 3 Wm^{-1} K^{-1}, se obtiene para el gradiente de temperatura 20 °K km^{-1}. Si se supone que no hay fuentes de calor en la corteza, $\varepsilon = 0$ y $\dot{q}_0$ constante para toda ella, el valor de la temperatura en la base de la corteza, si H = 30 km, será:

$$T_H = T_0 + 600\ \text{°K} \qquad [20.38]$$

En este caso todo el flujo de calor viene del manto. Si se supone que todo el calor se genera en la corteza, $\dot{q}_0 = 0$ para $z = H$:

$$-\left.\frac{dT}{dz}\right|_{z=H} = \frac{\varepsilon}{K}H - \frac{\dot{q}_0}{K} = 0 \qquad [20.39]$$

$$\varepsilon = \frac{\dot{q}_0}{H} \qquad [20.40]$$

La temperatura a la profundidad H será:

$$T_H = T_0 + \frac{\dot{q}_0 H}{2K} \qquad [20.41]$$

y para los valores dados anteriormente:

$$T_H = T_0 + 300\ \text{°K} \qquad [20.42]$$

Es decir, la mitad del valor obtenido cuando todo el calor era generado en el manto. Este sencillo ejercicio demuestra la importancia de conocer la distribución de fuentes de calor a la hora de calcular la distribución de temperaturas en el interior de la Tierra.

20.5. Conducción de calor en una Tierra esférica

Un caso más adaptado a la situación real es el de la conducción del calor para la Tierra esférica en la que se supone que, tanto la conductividad K como las fuentes de

calor ε, dependen sólo del radio. La ecuación [20.18] se puede escribir ahora en la forma:

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(Kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \varepsilon(r,t) \qquad [20.43]$$

y desarrollando:

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial r}\frac{\partial K}{\partial r} + K\left(\frac{2}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}\right) + \varepsilon(r,t) \qquad [20.44]$$

Para resolver esta ecuación se han de especificar las funciones $\varepsilon(r, t)$ y $K(r)$. Una manera de obtener soluciones es considerar la Tierra dividida en regiones esféricas dentro de las cuales K y ε son constantes. En general, la dependencia del tiempo de ε se toma como exponencial $\varepsilon = \varepsilon_0 e^{-\lambda t}$. Esto equivale a considerar el calor como producido por una fuente radiactiva, en la que λ es la constante de desintegración del elemento radiactivo.

Una solución más sencilla se puede obtener tomando la conductividad K constante para todo el interior de la Tierra y la cantidad de calor producida por unidad de volumen también constante:

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} = K\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \varepsilon_0 e^{-\lambda t} \qquad [20.45]$$

Las condiciones de contorno que deben imponerse para resolver la ecuación [20.44] o [20.45] son, en general, las siguientes. Para el tiempo actual, el flujo de calor y la temperatura deben coincidir con los valores observados y la temperatura para el centro de la Tierra debe ser finita. Las soluciones se suelen determinar de forma numérica en la forma de $T(r)$ para diversos estadios de la historia de la Tierra.

Si tenemos $\varepsilon = 0$, la ecuación se reduce a la misma expresión que la ecuación [20.20], una vez hecha la sustitución de $u = rT$, con lo que las soluciones para T en el caso de dependencia armónica del tiempo son semejantes a [20.27]. Soluciones más generales se pueden obtener utilizando el teorema de la integral de Fourier, en cuyo caso éstas suelen expresarse en la forma de funciones de error.

Para el caso estacionario, cuando la producción de calor y la conductividad son constantes, la ecuación [20.45] se reduce a:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right) = -\frac{\varepsilon}{K} \qquad [20.46]$$

Integrando dos veces esta ecuación, se obtiene:

$$T = \frac{r^2\varepsilon}{6K} - \frac{A}{r} + B \qquad [20.47]$$

Imponiendo la condición de $T = T_0$ en la superficie ($r = a$) y finita en el centro ($r = 0$), se obtiene finalmente:

$$T = T_0 + \frac{\varepsilon}{6K}(a^2 - r^2) \qquad [20.48]$$

Esta ecuación permite calcular, en este caso simplificado, la temperatura en el interior de la Tierra.

20.5.1. *Conducción, radiación y excitación*

En la conducción térmica, el transporte de calor se realiza por las vibraciones de la red cristalina de los minerales que forman el material de la Tierra, debido a la interacción de átomos vecinos en dicha red. Este mecanismo de propagación de calor, válido para los materiales de la superficie, se ve muy afectado por el aumento de presión y temperatura en el interior de la Tierra. El aumento de presión tiende a aumentar la conductividad, pero, a su vez, ésta se ve disminuida por el aumento de temperatura. Se estima que para profundidades de unos 200 km, la conductividad térmica alcanza un mínimo, aumentando a partir de dicha profundidad.

A temperaturas muy altas, la conductividad térmica de muchos materiales (no metales) aumenta rápidamente de forma proporcional a T^3. Para explicar este fenómeno se supone que la transferencia de calor se produce, entonces, por un mecanismo de radiación, es decir, en forma de ondas electromagnéticas. Esta radiación se produce también a bajas temperaturas, aunque con longitudes de ondas grandes, por lo que son absorbidas rápidamente. Sin embargo, para temperaturas altas, su longitud de onda es muy corta y puede propagarse a mayores distancias, contribuyendo apreciablemente al mecanismo de transmisión de calor. Para el manto de la Tierra donde

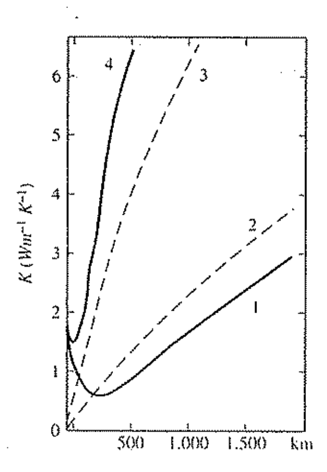


FIGURA 20.3. Distribución con la profundidad del coeficiente de conductividad térmica: 1) conducción (fonon); 2) radiación; 3) excitación; 4) total (según Lubimova).

las temperaturas se encuentran entre 1.000 y 3.000 °C, este mecanismo es muy importante a partir de cierta profundidad. Introducir este efecto en las ecuaciones, sin embargo, complica su forma, pues K debe considerarse como función de la temperatura y, por tanto, de la profundidad.

A temperaturas más altas entra en operación otro mecanismo conocido como conducción por excitación. Este mecanismo se produce por la propagación de estados excitados de los átomos, y su aportación a la conductividad tiene la forma de un exponencial negativo de la energía de excitación dividida por la temperatura. La aportación de estos dos mecanismos al valor de la conductividad térmica del manto terrestre viene dada de acuerdo con Luminova en la figura 20.3. Los mecanismos de radiación y excitación son prácticamente nulos a profundidades menores de 100 km, debido a que las temperaturas son todavía bajas, pero aumentan rápidamente y superan pronto los de conducción.

20.6. Convección

Una forma distinta y muy eficiente de transporte de calor en materiales capaces de flujo es la convección. En ella, el calor es transportado por la masa de un fluido, que se mueve por gravedad debido a las diferencias de densidad producidas por un gradiente de temperatura. Los casos más comunes de convección son los que se dan en la atmósfera y en los océanos. Dentro del núcleo externo de la Tierra, donde el material es fluido, se supone también la existencia de este fenómeno que produce corrientes de material conductor, necesarias en el proceso de generación del campo magnético terrestre. Dentro del manto es posible que también existan corrientes de convección, a pesar de la naturaleza sólida del material, que para velocidades muy bajas puede comportarse como un fluido viscoso.

El caso más sencillo de convección es el que se produce en una capa de un fluido calentada por su superficie inferior. Para establecer la ecuación del movimiento en un fluido a partir de la ecuación general [8.3] de un medio continuo, la relación entre esfuerzos y deformaciones es:

$$\tau_{ij} = p\delta_{ij} + C_{ijkl}\frac{\partial e_{kl}}{\partial t} \qquad [20.49]$$

donde p es la presión y C_{ijkl} el tensor de viscosidad. Así como en un medio elástico los esfuerzos son proporcionales a las deformaciones [8.5], en un fluido viscoso son proporcionales a sus derivadas con respecto al tiempo. Poniendo las derivadas de las deformaciones e_{ij} en función de las velocidades v_i y sustituyendo en la ecuación [8.3], se obtiene para un fluido incompresible isótropo de viscosidad η la ecuación de Navier-Stokes:

$$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{\partial \boldsymbol{v}}{dt} + (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{F}}{\rho} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\boldsymbol{v}$$

$$\frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j\frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \frac{F_i}{\rho} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} \qquad [20.50]$$

Donde p es la presión; F, las fuerzas actuando por unidad de masa, y $\nu = \eta/\rho$, la viscosidad cinética. Si las únicas fuerzas actuando son las de gravedad, $\boldsymbol{F} = (0, 0, g)$. El efecto de los cambios de temperatura, sobre elementos de volumen constante, consiste en aumentar o disminuir su densidad. Si α es el coeficiente de expansión térmica, este efecto incide sobre la densidad en la forma $\rho = \rho_0(1 - \alpha T)$.

Si consideramos que el movimiento tiene sólo componente vertical (z, positivo hacia abajo), poniendo $v = v_3$, para velocidades pequeñas y considerando sólo los cambios de densidad debidos a la temperatura, la ecuación [20.50] se reduce a:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{-1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - g\alpha T \qquad [20.51]$$

La solución de esta ecuación representa el valor de la componente vertical de la velocidad en el moviento de convección, para una distribución de temperaturas T. Esta distribución se puede establecer a partir de la ecuación de conducción [20.18], que ahora se expresa en la forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla T = \kappa \nabla^2 T + \frac{\varepsilon}{\rho C_v} \qquad [20.52]$$

y para una distribución de temperaturas sólo función de z y movimiento vertical:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\varepsilon}{\rho C_v} - v\frac{\partial T}{\partial z} \qquad [20.53]$$

En esta ecuación, el último término representa el transporte de calor producido por el fluido en movimiento. De una manera simplificada, el movimiento de convección forma una corriente ascendente o «pluma» de fluido que al calentarse ha disminuido la densidad, desde la superficie inferior de mayor temperatura a la superior. El enfriamiento del fluido en la superficie superior hace que descienda al aumentar su densidad y se complete el movimiento circulatorio (Fig. 20.4). Los parámetros que intervienen en las dos ecuaciones [20.51] y [20.53] se suelen agrupar en una constante adimensional que se conoce como el número de Rayleigh:

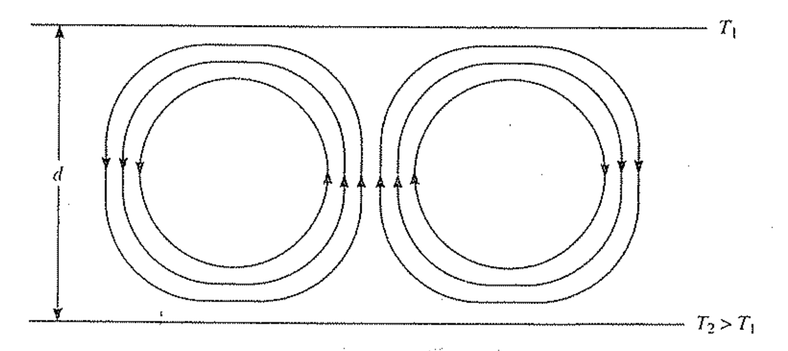


FIGURA 20.4. Esquema de una célula de convección en un líquido de espesor d, producida por la diferencia de temperatura entre ambas superficies.

$$R = \frac{g\alpha\beta d^4}{\kappa\nu} \qquad [20.54]$$

donde β es el gradiente de temperatura en exceso del gradiente adiabático, y d, el espesor de la capa de fluido donde se produce el movimiento convectivo. Para un caso particular de fluido con determinadas propiedades, el movimiento convectivo se da cuando el valor del gradiente de temperatura es tal que el valor de R supera un valor crítico. Rayleigh, en sus trabajos pioneros sobre convección, en 1916, consideró el problema de una capa de fluido con dos superficies libres y demostró que ese valor crítico es $R = 658$. Para el caso de un fluido entre dos superficies fijas conductoras, el valor crítico de R, según Jeffreys, es de 1.709,5. Para el caso del movimiento convectivo en el interior de la Tierra, las soluciones de las ecuaciones de la convección son complicadas, fuera de casos de geometría muy sencilla. La introducción de fuentes de calor y de la viscosidad dependiente de la temperatura complica más el problema. En cuanto a su extensión, la convección puede extenderse a todo el manto, o estar sólo reducida al manto superior (700 km). Una posición intermedia distingue dos sistemas desacoplados de corrientes de convección en el manto, uno en la parte superior (700 km), y otro en la parte inferior, hasta el núcleo. Las dificultades para establecer modelos de convección térmica que se ajusten a las condiciones del manto terrestre son grandes, como ya hacía ver L. Knoppof, en 1964. Muchos modelos han sido propuestos por diversos autores, entre otros, D. McKenzie, J. G. Sclater, W. R. Peltier, E. R. Oxburg y D. L. Turcotte, en los que se incluyen análisis teóricos, simulaciones numéricas y experimentos a escala reducida en el laboratorio.

El problema de las corrientes de convección en el manto es de gran importancia en la teoría de la tectónica de placas, ya que éstas aportan uno de los mecanismos para el transporte de la litosfera. Los resultados teóricos de los modelos propuestos se deben ajustar a la velocidad del movimiento horizontal de las placas (1-6 cm/año) y a la distribución de las zonas de extensión y subducción. Algunos autores identifican estas dos regiones con la posición de las plumas ascendentes y descendentes del movimiento convectivo. La penetración profunda (700 km) de la litosfera más fría en las zonas de subducción sí parece que debe afectar el patrón de las células convectivas y localizar en ellas la parte descendente de las corrientes. Sin embargo, no parece que esto sea necesario en las zonas de extensión, como las dorsales oceánicas, que son fenómenos muy superficiales y localizados. Las plumas ascendentes pueden estar extendidas sobre regiones mucho más amplias, sobre todo si las corrientes abarcan todo el manto.

La existencia de corrientes de convección en el material del núcleo externo es, como ya se vio, uno de los mecanismos propuestos para la generación del campo magnético terrestre. La forma y extensión de estas corrientes son hipotéticas, su velocidad se supone del orden del 10^{-2} cm/s, están afectadas por la fuerza de Coriolis y exigen para su mantenimiento la existencia de un gradiente de temperaturas en el interior del núcleo.

20.7. Medidas de flujo térmico

Las medidas de flujo térmico en la superficie de la Tierra son de gran interés para la detección de fuentes de energía geotérmica, y son indicadoras de zonas de procesos tectónicos activos. Estas medidas implican básicamente la determinación de tres parámetros, el gradiente de temperatura con la profundidad, la conductividad térmica y las fuentes de calor, generalmente de origen radiactivo. El gradiente de temperatura con la profundidad se determina midiendo temperaturas a lo largo de un sondeo. Generalmente los sondeos utilizados son de profundidad mayor de 50 m, para evitar las variaciones de temperaturas producidas por el calentamiento solar. Aunque los pozos para prospección de petróleo tienen un diámetro de 10 a 15 cm, los más indicados para la medida del gradiente de temperatura deben ser de menor diámetro, unos 5 cm. Como al hacer el sondeo se altera el equilibrio térmico, es conveniente esperar un tiempo para hacer las medidas. La medición se hace preferentemente con termistores, basados en semiconductores de materiales cerámicos y óxidos metálicos (níquel, cobalto, magnesio o hierro) en los que la resistencia eléctrica depende exponencialmente de la temperatura. La resistencia a una temperatura T, $R(T)$ viene dada por:

$$R(T) = R(T_0)\exp\left\{\gamma\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right)\right\} \qquad [20.55]$$

donde $R(T_0)$ es la resistencia a una temperatura de referencia T_0 y γ una constante que depende del material del termistor. Para medir el gradiente térmico en la Tierra, la resolución de estos aparatos debe ser mayor de una centésima de grado, ya que en la superficie el gradiente térmico es de 1 °C por cada 30 cm o 0,03 °C por metro. Una situación muy favorable para la medida del gradiente de temperatura se da en los fondos marinos y de lagos profundos, en los que la estabilidad térmica es muy grande.

De acuerdo con la ecuación [20.13], para obtener medidas del flujo térmico a partir del gradiente de temperaturas es necesario conocer el coeficiente de conductividad térmica de las rocas, donde se ha medido el gradiente de temperatura. Para hacer esto se toman muestras de las rocas, que luego se analizan en el laboratorio. Las medidas del coeficiente de conductividad térmica se realizan midiendo el gradiente de temperaturas a través de la roca, producido por un flujo de calor que es conocido. Este flujo de calor se suele determinar por el gradiente de temperatura, en unos cilindros de cobre a ambos lados de la muestra. Cuando se establece un flujo constante de calor a través del aparato podemos escribir la relación:

$$K_c\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_c = K_R\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_R \qquad [20.56]$$

De donde podemos obtener el valor de K_R, conductividad de la muestra, ya que los gradientes de temperaturas en el cobre y en la roca son medidos y se conoce la conductividad del cobre K_c.

Los resultados de las medidas de flujo térmico han dado como resultado un valor medio para toda la Tierra de 80 mW/m² (1,5 μcal/s cm²). Esto resulta en un flujo total de 4×10^{13} W para toda la superficie de la Tierra, lo que equivale en un año a una energía $7{,}5 \times 10^{20}$ J. Por encima de este valor medio se considera el flujo como anómalo, siendo los valores máximos observados del orden de 200-500 mW/m² (6,8 μcal/s cm²) (Fig. 20.5).

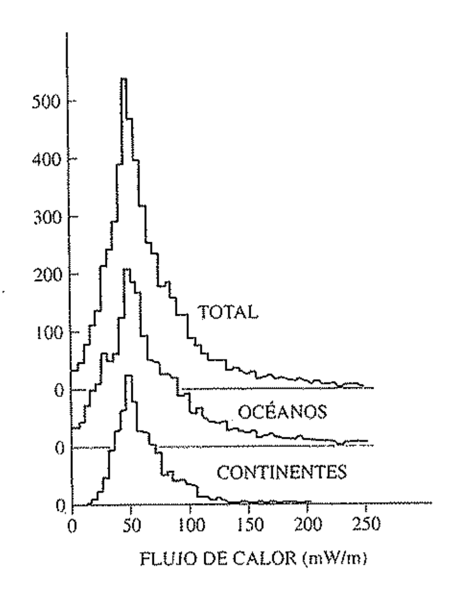


FIGURA 20.5. Histogramas de las observaciones de flujo térmico en continentes, océanos y total (según Jessop, Hobart y Sclatter).

Un gran número de observaciones de flujo térmico se han llevado a cabo en los océanos, obteniéndose que la diferencia entre estas medidas y en zonas terrestres no es muy grande. Las regiones de más importancia desde el punto de vista tectónico en los océanos son las cordilleras o dorsales y las fosas oceánicas. En las primeras se han encontrado valores anómalos de flujo térmico de 200 a 300 mW/m², concentrados en una región de no más de 100 km de anchura a partir del eje de la dorsal. En las fosas oceánicas se dan, en la parte próxima al continente, valores anómalos bajos de flujo térmico de unos 16 mW/m². En las demás regiones de las cuencas oceánicas, los valores observados se ajustan a la media para toda la Tierra. En las mediciones terrestres, los valores que corresponden a zonas orogénicas tienden a tener valores por encima de la media, y los de zonas muy estables un poco por debajo de dicho valor.

Una de las primeras recopilaciones de datos de flujo térmico a escala global fue la presentada por W. H. K. Lee, en 1963. Un mapa más reciente con los valores promedio de flujo térmico para toda la superficie de la Tierra viene dado en la figura 20.6. Las características más generales de este mapa son el que los valores más altos de flujo térmico se hallan situados sobre las dorsales oceánicas y sistemas orogénicos recientes, mientras los más bajos corresponden a las zonas de escudos continentales y

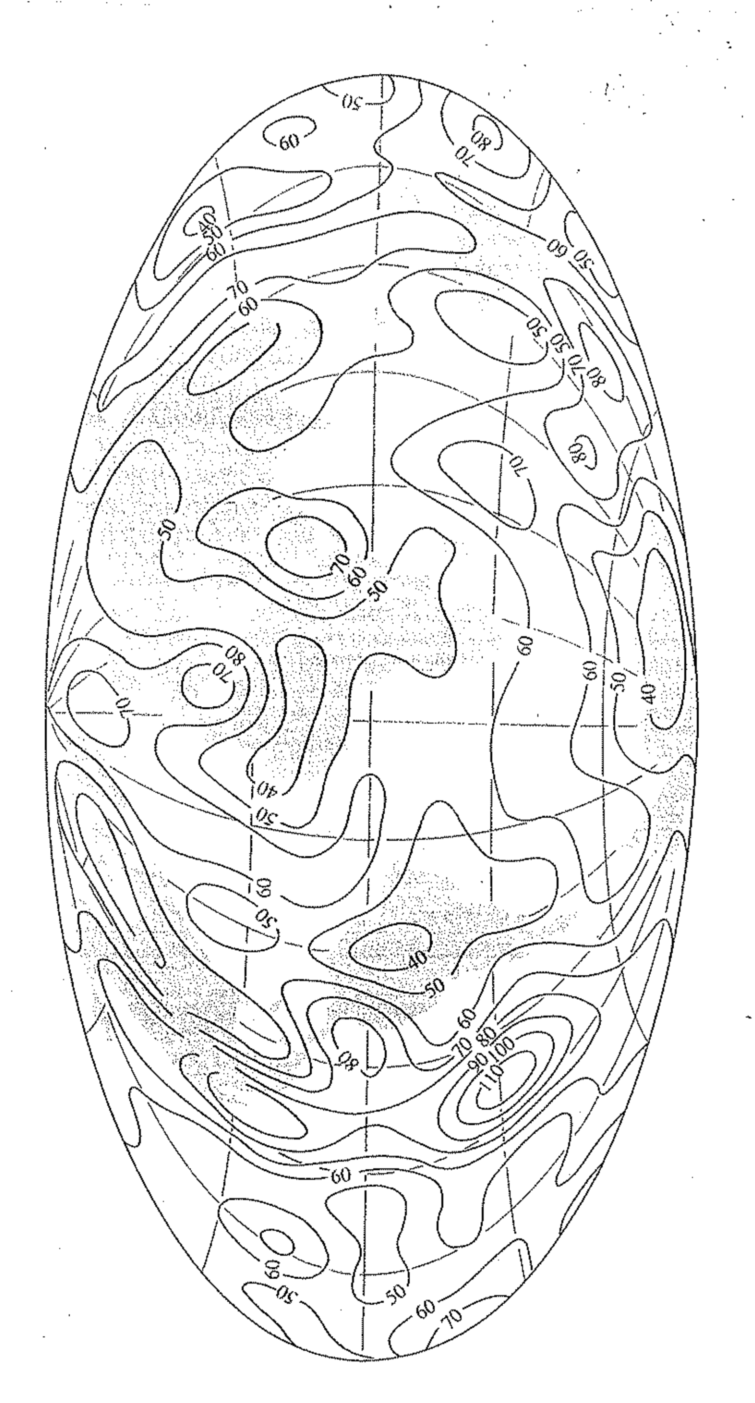


FIGURA 20.6. Distribución de los valores observados de flujo geotérmico en mW/m^2 (según Chapman y Pollack).

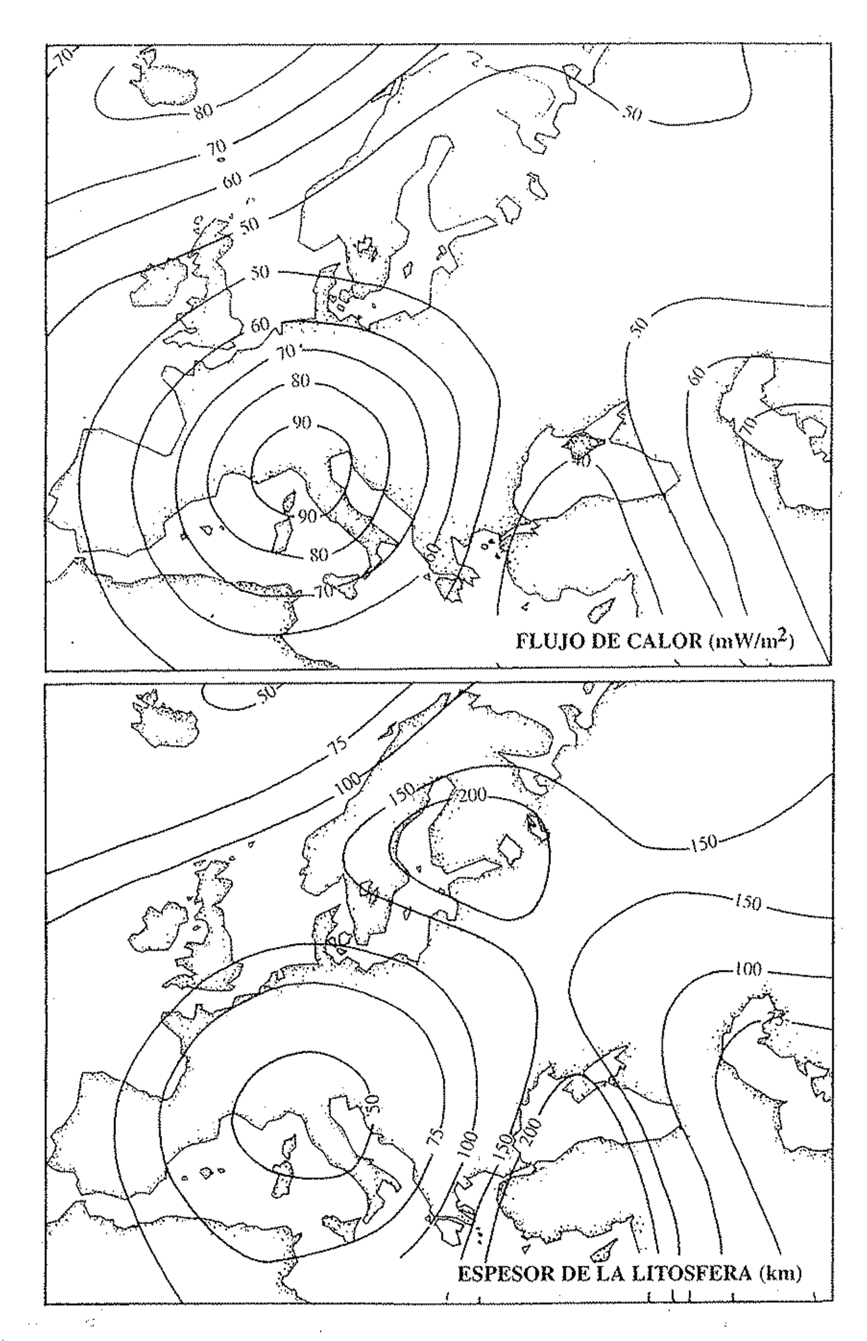


FIGURA 20.7. Valores del flujo geotérmico y espesores de la litosfera en Europa (según Chapman, Pollack y Cermak).

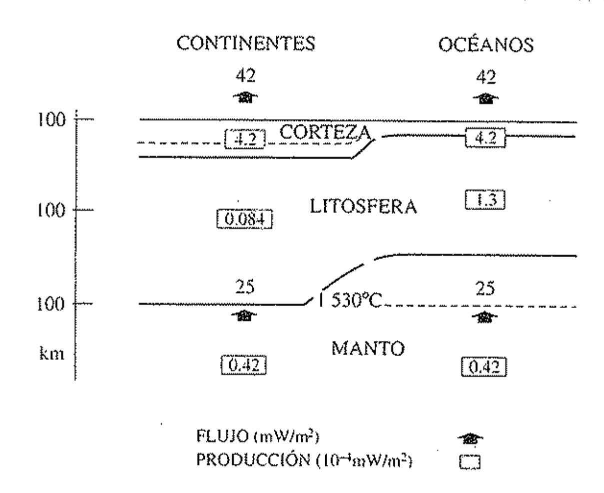


FIGURA 20.8. Producción de calor y flujo térmico en el manto y corteza en zonas continentales y oceánicas (basado en el modelo de Ringwood).

las de corteza oceánica más antigua. A escala global se puede, por tanto, establecer una primera correlación entre el flujo térmico y la edad de la corteza, correspondiendo un mayor flujo a las regiones de tectónica más reciente. Esta correlación se aprecia más claramente en la corteza oceánica del Atlántico, en la que el flujo disminuye con la distancia a la dorsal y con la edad. Si se admite que el material de la astenosfera se encuentra en estado de semifusión, en las zonas donde el flujo es mayor, las temperaturas más altas se encuentran más cerca de la superficie y, por tanto, la fusión se produce a menor profundidad. La consecuencia es que en estas zonas la litosfera debe ser más delgada. De esta forma se pueden deducir valores aproximados para el espesor de la litosfera, a partir de los del flujo térmico. Las zonas donde el flujo es del orden de 30 a 50 mW/m^2 corresponden a espesores de la litosfera por encima de 150 km, mientras que en aquellos en los que el flujo es superior a 100 mW/m^2, el espesor es menor de 50 km. En la figura 20.7 se presentan los mapas del flujo térmico en Europa y el de los espesores de la litosfera derivados de él. Las zonas más antiguas y estables, como el escudo Báltico, tienen espesores grandes, mientras que el menor se centra sobre la zona alpina. El mapa, debido a su suavizado, no muestra estructuras relativamente pequeñas, como la del graben del Rin, donde la litosfera es delgada.

Ya se ha mencionado que el valor medio del flujo térmico de los océanos es prácticamente el mismo que en los continentes. Este resultado contrasta con el mayor espesor y concentración de material radiactivo (el granito tiene una proporción de 2 ppm de U^{238}) en la corteza continental. Para explicar esta situación se ha propuesto originalmente por Bullard, en 1952, un modelo en el que se distinguen dos componentes en el flujo térmico en la superficie. Uno derivado del material de la corteza, que varía de un sitio a otro según la concentración de elementos radiactivos en las rocas, y otro de origen más profundo. La uniformidad de flujo en continentes y océanos

se explica por la migración de material radiactivo del manto superior a la corteza en los continentes, mientras en los océanos el manto superior mantiene una mayor riqueza de este material. La diferencia de estructura entre continentes y océanos no se limita por tanto a la corteza, sino que debe extenderse a profundidades mayores. Un modelo simplificado, basado en uno de Ringwood, para el flujo térmico y producción de calor en regiones continentales y oceánicas (Fig. 20.8) supone que, mientras en el material de la parte inferior de la litosfera de los continentes la producción de calor es de $0{,}084 \times 10^{-4}$ mW/m^3, en la de los océanos llega hasta $1{,}3 \times 10^{-4}$ mW/m^3. Esta diferencia compensa la producción de calor en la corteza en ambas regiones de forma que el flujo resultante en la superficie es el mismo.

20.8. Bibliografía

Los fundamentos de flujo geotérmico se encuentran con mayor o menor extensión en los textos generales COUL 40, STAC 9, GARL 24, OFFI y una interesante discusión en JEFF 10. Con mayor extensión se encuentran en monografías dedicadas a esta materia y en capítulos de obras sobre la estructura dinámica de la Tierra.

ARAÑA, V., y ORTIZ, R. (1984): *Volcanología*. Rueda, Madrid.
BUNTEBARTH, G. (1984): *Geothermics*. Springer Verlag, Berlín.
CERMAK, V., y RYBACH, L. (1979): *Terrestrial heat flow in Europe*. Springer Verlag, Berlín.
ELDER, J. (1981): *Geothermal systems*. Academic Press, Londres.
JESSOP, A. M. (1990): *Thermal Geophysics*. Elsevier, Amsterdam.
LEE, W. H. K. (ed.) (1965): *Terrestrial heat flow*. American Geophysical Union. Washington.
LUBIMOVA, E. A. (1967): «Theory of thermal state of the Earth's mantle». En T. F. GASKELL: *The Earth's Mantle*. Academic Press, Nueva York.
PELTIER, W. R. (1980): «Mantle convection and viscosity». En DZIEWONSKI y BOSCHI: *Physics of the earth's interior*. North Holland, Amsterdam.
SCLATER, J. G. (1972): «New perspectives in terrestrial heat flow». En R. A. RITSEMA: *The upper mantle*. Elsevier, Amsterdam.
TURCOTTE, D. L., y SCHUBERT, G. (1982): *Geodynamics. Aplications of continuous physics to geological problems*. J. Wiley, Nueva York, 4 y 6.
VERHOOGEN, J.; TURNER, F. J.; WEISS, L. E., y WAHRHAFTIG, C. (1970): *The earth, an introduction to physical geology*. Holt Rinehart and Winston, Nueva York, 12.

Algunos artículos de carácter general son:

CHAPMAN, D. S., y POLLACK, H. W. (1975): «Global heat flow: a new look». *Earth Planet. Sci. Lett.*, 28, 23-32.
KNOPOFF, L. (1964): «The convection current hypothesis». *Rev. of Geophys.*, 2, 89.
TORRENCE, K. E., y TURCOTTE, D. L. (1971): «Structure of convection cells in the mantle». *Jour. Geophys. Res.*, 6, 1154-1164.

Yo busco de los siglos
las ya borradas huellas
y sé de estos imperios
de que ni el nombre queda.

G. A. BÉCQUER, *Rimas*.

21.1. Elementos radiactivos

Existe un cierto número de elementos naturales en la Tierra que son radiactivos, es decir, que están formados de átomos inestables que por pérdida de protones o neutrones y/o captura de electrones se convierten en otros elementos, llegando finalmente a convertirse en átomos estables. Esta propiedad es de singular importancia en Geofísica, pues además de proporcionar información sobre el tiempo de formación de las rocas, suministra una fuente de energía calorífica que condiciona las características termodinámicas de la Tierra.

En Física nuclear se denominan isótopos a aquellos elementos que poseen el mismo número atómico y distinta masa atómica. Se consideran radiactivos aquellos elementos que espontáneamente se desintegran en otros que pueden ser también inestables. La primera indicación de que la proporción entre isótopos radiactivos está en relación con la edad de los minerales que los contienen fue hecha por lord Rayleigh, en 1899, estudiando la proporción helio/uranio en diversos minerales. En 1905, Rutherford estudió las posibilidades del fenómeno de la desintegración para determinar las edades de las rocas, deduciendo para el mineral objeto de estudio una edad no inferior a quinientos millones de años. Esta edad venía a ampliar la duración, no superior a cien millones de años, de las eras geológicas, que se admitía a principios de siglo por la mayoría de los geólogos.

Los mecanismos más importantes de desintegración radiactiva son los siguientes: unos elementos radiactivos se transforman en otros por la emisión de una partícula α (núcleo del átomo de helio formado por dos protones y dos neutrones) de su núcleo. Otros emiten electrones (partículas β), resultando en este caso un elemento radiactivo que posee un número atómico superior (en una unidad) con la misma masa. Existen elementos cuyos átomos son capaces de atrapar uno de sus propios electrones, fe-

nómeno opuesto a la emisión β, resultando un nuevo elemento con número atómico disminuido en uno y la misma masa atómica. En este proceso se produce una emisión de rayos X. Por último, otro mecanismo establece la posibilidad de que el elemento radiactivo emita rayos X (radiación electromagnética), transformándose en un elemento no radiactivo. Aunque existen otros tipos de actividad radiactiva natural, los mecanismos descritos corresponden a la gran mayoría de los procesos espontáneos de desintegración.

21.2. Leyes de la desintegración radiactiva

En una muestra de material radiactivo con n átomos, el número de átomos desintegrados en un tiempo dado es proporcional al número total de átomos. Llamando λ a la constante de desintegración de este material, el número de átomos desintegrados, dn, en un intervalo de tiempo, dt, viene dado por:

$$\frac{dn}{dt} = \lambda n \qquad [21.1]$$

Integrando se obtiene el número de átomos que quedan sin desintegrar en la muestra después de un tiempo t:

$$n_t = n_0\, e^{-\lambda t} \qquad [21.2]$$

donde n_0 es el número de átomos que existían inicialmente. Esta expresión recibe el nombre de ley de desintegración radiactiva. También es costumbre llamar actividad R a la relación dn/dt y, como consecuencia de la definición establecida en [21.1], también puede escribirse en forma análoga a [21.2].

$$R_t = R_0\, e^{-\lambda t} \qquad [21.3]$$

donde R_0 es la actividad inicial (para $t = 0$).

Es un hecho comprobado experimentalmente que, independientemente del momento en el que comience la observación, se puede obtener un tiempo $T_{1/2}$ en el que la actividad R se convierte en la mitad. Este tiempo se denomina periodo o vida media de la muestra, y depende únicamente del material de que se trate. La relación entre el periodo y la constante de desintegración λ puede establecerse sin más que aplicar en [21.3] esta consideración:

$$\frac{R_0}{2} = R_0\, e^{-\lambda T_{1/2}} \qquad [21.4]$$

$$e^{\lambda T_{1/2}} = 2 \qquad [21.5]$$

Tomando logaritmos neperianos en [21.5]:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 0{,}693/\lambda \qquad [21.6]$$

La constante de desintegración λ se puede determinar a partir de la observación del periodo o vida media.

Si n es el número de átomos de una muestra radiactiva que se han desintegrado en dt años, multiplicando por el tiempo t en el que se ha desintegrado cada uno de ellos, se obtiene la vida de la muestra desintegrada.

$$t = \int_0^t \lambda n t\, dt = \int_0^t n_0 e^{-\lambda t}\, (\lambda t)\, dt \qquad [21.7]$$

Si se hace $t = \infty$, se obtiene la vida total de la muestra:

$$t_T = \int_0^\infty n_0 t\, e^{-\lambda t}\, d(\lambda t) = \frac{n_0}{\lambda} \qquad [21.8]$$

Luego el valor medio de la vida $\bar{t}$ de uno de los átomos que existían primitivamente será:

$$\bar{t} = \frac{t_T}{n_0} = \frac{1}{\lambda} \qquad [21.9]$$

que relaciona una característica como el valor medio de la vida de los átomos y la constante de desintegración de la sustancia.

El valor medio de λ se puede determinar experimentalmente para cada muestra radiactiva. A partir de este valor es posible calcular la proporción entre núcleos radiactivos, NR, y núcleos estables, NE, de una determinada muestra. En efecto, si n_0 es el número total de núcleos de la muestra en un tiempo dado:

$$n_0 = NR + NE \qquad [21.10]$$

La proporción entre el número total de núcleos y el de núcleos radiactivos $n_t = NR$ para un tiempo t, es:

$$\frac{n_0}{n_t} = \frac{NR + NE}{NR} = 1 + \frac{NE}{NR} \qquad [21.11]$$

Si al principio todos los núcleos eran radiactivos (para $t = 0$, $n_0 = NR$), el tiempo t necesario para llegar a una proporción dada entre núcleos estables y radiactivos, se obtiene sustituyendo n_0/n_t en la ecuación [21.2] y tomando logaritmos:

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln\left(1 + \frac{NE}{NR}\right) \qquad [21.12]$$

Un problema que se plantea aquí es el de poder asegurar que todos los *NE* de la muestra proceden por desintegración radiactiva. Si por algún método esto puede asegurarse, y previo conocimiento de λ, se tiene la posibilidad de obtener la vida de la muestra. Esto tiene una aplicación muy importante en la determinación de las edades de las rocas de la Tierra.

21.3. Principios de la geocronología. Series radiactivas

Las edades de ciertos minerales, deducidas por métodos radiactivos, se situaron en la primera década del siglo, en aparente contradicción con las supuestas a partir de métodos puramente goelógicos. Esta controversia se prolongó durante algunos años hasta los trabajos de A. Holmes, en 1911, y J. Barrell, en 1917, en los que de forma explícita se establece que la radiactividad se comporta como un verdadero reloj de medición de tiempos para los procesos geológicos. Los perfeccionamientos en la espectrometría de masas en los años 1940 ayudaron de manera decisiva al desarrollo de estas técnicas.

En principio, estas técnicas se basan en la obtención de la relación entre *NR* del elemento cabeza de serie, y *NE* del elemento final del proceso de desintegración. Los distintos métodos se conocen por los nombres del radioisótopo natural y su producto final. Como ya se ha dicho, los primeros estudios se realizaron con el uranio y helio, pero pronto se abandonó este método, ya que el helio, por ser un gas, se desprendía del mineral, no pudiendo medirse su contenido con precisión. Entre las familias más usadas actualmente están los productos de desintegración del uranio, por ejemplo, U^{238}, que produce un isótopo intermedio de Th^{234} y finalmente el elemento estable Pb^{206}, y el isótopo menos abundante U^{235}, que produce finalmente Pb^{207}. Otras familias utilizadas son el Rb^{87}, que produce Sr^{87}, el K^{40}, que se descompone en A^{40} y Ca^{40}, y el C^{14}, que finalmente produce N^{14}. La vida media de los procesos indicados son del orden de 10^9 años, menos para el C^{14}, que sólo es de cinco mil setecientos cincuenta años. Por tanto, estos procesos son muy adecuados para la medida de edades en la Tierra.

La exactitud de las medidas está condicionada a la de los métodos analíticos para medir la proporción del elemento radiogenético, y la contaminación con átomos del mismo elemento de otro origen. El valor de λ, la constante de desintegración, se conoce bien por los análisis de laboratorio, y se supone constante a lo largo del tiempo geológico. El tiempo t_0 que se obtiene se refiere al de la formación del mineral en cuestión, y también puede responder a los diversos acontecimientos geológicos, como la cristalización de las rocas ígneas, recristalización de rocas preexistentes, etc. Las limitaciones e incertidumbres a las que están sujetos estos métodos hace que se esté abandonando en general el apelativo de «edades absolutas», utilizado en el pasado para los métodos radiactivos.

21.4. Método rubidio-estroncio (Rb-Sr)

El isótopo Rb^{87} abunda en la naturaleza con una proporción del 27,2 por 100 del Rb natural. Este isótopo es radiactivo y se convierte, por emisión de una partícula β, en Sr^{87}:

$$Rb^{87} \xrightarrow{-\beta} Sr^{87}$$

con una vida media $t_{1/2} = 4{,}9 \times 10^{10}$ años, aproximadamente.

Supongamos una roca ígnea que en el momento de solidificación ($t = 0$) posee una cierta cantidad de Rb^{87}. Al cabo de un cierto tiempo t, después de haberse solidificado, existirá una cierta cantidad de Sr^{87}, como consecuencia de la desintegración radiactiva.

$$(Sr^{87})_t = (Rb^{87})_0(1 - e^{-\lambda t}) \qquad [21.13]$$

y expresando en [21.13] todas las cantidades en términos de sus valores en el instante actual t, que es el que podemos medir:

$$(Sr^{87})_t = (Rb^{87})_t(e^{\lambda t} - 1) \qquad [21.14]$$

por lo que t puede deducirse inmediatamente de esta expresión.

Uno de los problemas que se plantean, como ya se ha indicado, es que en la determinación del Sr^{87} deben eliminarse las contaminaciones de su isótopo no radiactivo Sr^{86}, que existe con el 9,8 por 100 en el estroncio natural. Para corregir esta indeterminación se calculan las relaciones Sr^{87}/Sr^{86} para cada mineral de la roca que se analiza, y que será la suma del inicial más el que se ha producido por desintegración del Rb^{87}:

$$\left.\frac{Sr^{87}}{Sr^{86}}\right|_{total} = \left.\frac{Sr^{87}}{Sr^{86}}\right|_{inicial} + \left.\frac{Rb^{87}}{Sr^{86}}\right|_t (e^{\lambda t} - 1) \qquad [21.15]$$

La expresión [21.15] corresponde a una recta de pendiente $e^{\lambda t} - 1$, cuya ordenada en el origen es el contenido de Sr^{87}/Sr^{86}, existente en el momento inicial de formación de la roca. Por tanto, una representación del contenido total en Sr^{87}/Sr^{86}, en función del Rb^{87}/Sr^{86} presentes actualmente para cada mineral de que se compone la muestra, viene dada por un punto de la recta buscada, denominada isocrona.

En este método existe gran imprecisión, porque el valor $e^{\lambda t} - 1 \simeq 0$. Sin embargo, tiene la ventaja que los elementos que han de determinarse son sólidos y, por tanto, existe sólo una pequeña probabilidad de haber perdido elementos resultantes de la serie radiactiva.

Además, este método, según la presentación propuesta por Nycolaysen, en 1961 (Fig. 21.1), permite deducir, simultáneamente, la edad de una roca que, posteriormente a su formación hace T años, pudo sufrir un proceso metamórfico en el instante t, siendo $t \ll T$. En efecto, supongamos que en el instante $T = 0$, tres rocas X, Y, Z se diferenciaron de un magma con contenido idéntico de Sr^{87}/Sr^{86}, pero con diferentes valores de Rb^{87}/Sr^{86}, por efecto de su diferenciación química. Durante este proceso, el contenido en Rb^{87} va disminuyendo por efecto de la desintegración, transformándose en Sr^{87}, que va aumentando, de tal forma que las composiciones químicas de las rocas X, Y, Z se transforman en otras X', Y', Z'.

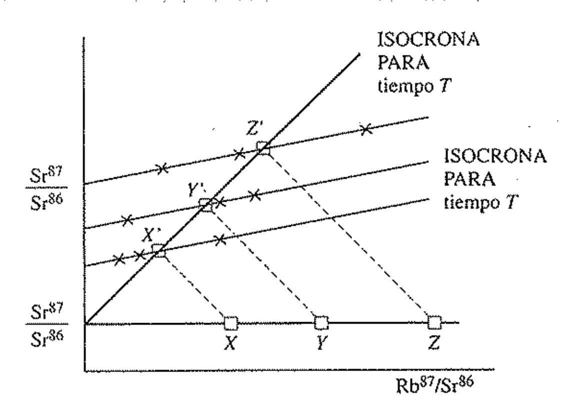


FIGURA 21.1. Isocronas de rocas con una fase metamórfica en el tiempo *t*, según la representación de Nycolaysen, para el método Rubidio-Estroncio.

La línea que une estos nuevos puntos corresponde a la isocrona *T*. Sin embargo, puede suceder que en el transcurso de esta desintegración se haya producido un calentamiento en el instante $t = 0$, en el que los minerales que constituyen una roca cambien de tal forma que el contenido en Sr^{87} se haya homogeneizado, produciéndose así un nuevo instante inicial. De esta forma, un análisis individualizado para cada mineral de que está constituida cada roca producirá una agrupación de puntos según la isocrona *t*. Mediante esta representación es posible deducir los valores de comienzo de ambos procesos.

21.5. Método potasio-argón (K^{40}-A^{40})

De los tres isótopos del potasio únicamente el K^{40} es radiactivo, existiendo en una proporción del 0,0117 por 100 de los átomos del potasio natural. La desintegración se realiza bajo dos formas completamente diferentes; una por emisión de partícula β, convirtiéndose en Ca^{40}, y otra por captura de electrones, resultando A^{40}. Si se expresan ambas desintegraciones conjuntamente:

$$\frac{d}{dt} K^{40} = (\lambda_\beta + \lambda_e) K^{40} = \lambda K^{40} \quad [21.16]$$

siendo λ la constante de desintegración promedio. Considerando que en el instante $t = 0$ los elementos fin de desintegración comienzan a acumularse sin existencia de pérdidas, se tiene:

$$\frac{Ca^{40}}{K^{40}} = \frac{\lambda_\beta}{\lambda}(e^{\lambda t} - 1) \quad [21.17]$$

$$\frac{A^{40}}{K^{40}} = \frac{\lambda_e}{\lambda}(e^{\lambda t} - 1) \quad [21.18]$$

En cuanto al conocimiento de λ_β, puede determinarse mediante contabilización de partículas β, mientras que para λ_e se obtiene de forma indirecta mediante la emisión de rayos X que van asociados con la captura de electrones. Valores de $\lambda_\beta = 4{,}78 \times 10^{-10}$ año^{-1} y $\lambda_e = 0{,}588 \times 10^{-10}$ año^{-1} son generalmente utilizados.

La cuantificación de Ca^{40} es muy difícil, dado que forma el 97 por 100 del calcio presente en las rocas, y es prácticamente imposible separar éste del Ca^{40}, de origen radiactivo. Por esta razón, las dataciones se realizan por la medida de la concentración de K y A. En la medida del contenido de A^{40} hay que tener en cuenta que se trata de un gas que puede perderse y, por otro lado, es preciso también corregirlo por la contaminación del procedente de la atmósfera.

En definitiva, la precisión del método dependerá de la que se tenga en determinar los elementos fin de la serie radiactiva. Esto está determinado, por una parte, por las características radiactivas del propio elemento, y, por otra, del tipo de minerales que se utiliza, es decir, si favorecen o no el aislamiento del elemento radiactivo con relación al medio que le rodea. Así, la temperatura a que esté sometida una roca después de su formación influirá en la pérdida y en la contaminación procedente de la atmosfera que sufre el A^{40} de origen radiactivo.

Este método ha sido extensamente empleado en la determinación de la edad de meteoritos llegados a la Tierra y muy escasamente en aplicaciones petrológicas de minerales terrestres. Por este método se han determinado edades de meteoritos comprendidas entre $4{,}0$-$4{,}5 \times 10^9$ años. En este tipo de aplicaciones, es necesario tener en cuenta las altas temperaturas a que han estado sometidos los meteoritos, con la consiguiente pérdida de algunos elementos.

21.6. Método uranio-thorio-plomo

La desintegración radiactiva de los isótopos U^{238} y U^{235} y del Th^{232} se realiza de la forma siguiente:

$$U^{235} \xrightarrow{(7\alpha + 4\beta)\ \text{emisión}} Pb^{207} \quad [21.19]$$

$$U^{238} \xrightarrow{(8\alpha + 6\beta)\ \text{emisión}} Pb^{206} \quad [21.20]$$

$$Th^{232} \xrightarrow{(6\alpha + 4\beta)\ \text{emisión}} Pb^{208} \quad [21.21]$$

Dado que en cualquier mineral de uranio existen dos isótopos radiactivos con diferentes constantes de desintegración, se puede comprobar los resultados obtenidos con cada uno de ellos.

El método más directo para calcular λ_{235}, λ_{238} y λ_{232} es determinando la actividad total de la muestra en una cámara de ionización, contando los pulsos de ionización

producidos por las partículas emitidas por el uranio y el thorio. Como este método no distingue de qué elemento es la partícula, es necesario realizar una determinación de la proporción existente de ambos elementos en la muestra analizada.

Las expresiones de desintegración se pueden escribir de forma análoga a la ya vista para otros elementos. Para el caso del uranio:

$$\frac{Pb^{206}}{Pb^{204}} = \frac{Pb^{206}\ \text{original}}{Pb^{204}} + \frac{U^{238}}{Pb^{204}}(e^{\lambda_{238} t} - 1) \qquad [21.22]$$

$$\frac{Pb^{207}}{Pb^{204}} = \frac{Pb^{207}\ \text{original}}{Pb^{204}} + \frac{U^{235}}{Pb^{204}}(e^{\lambda_{235} t} - 1) \qquad [21.23]$$

y combinando ambas expresiones se obtiene:

$$\frac{Pb^{207}}{Pb^{206}} = \left(\frac{U^{235}}{U^{238}}\right)\frac{e^{\lambda_{235} t} - 1}{e^{\lambda_{238} t} - 1} \qquad [21.24]$$

donde las proporciones de plomo y uranio son las medidas en el momento actual.

Los problemas de aplicación de este método radican en el hecho de que algunos minerales tienen una trayectoria en el tiempo de pérdidas de plomo o/y uranio. Sin embargo, en aquellos minerales de formación cerrada, estos fenómenos son más controlables o inexistentes y, por tanto, fácilmente aplicables para una determinación de su edad.

La representación de la figura 21.2 corresponde a un sistema no perturbado, en el cual todo el plomo existente procede de la desintegración del uranio. En este caso, los puntos obtenidos para ambas proporciones se sitúan sobre una curva llamada concordante. Sobre dicha curva se obtendrá, para un punto P, una edad que se llama concordante del plomo. Si, por el contrario, los minerales han tenido una trayectoria de pérdidas de plomo o uranio, los valores que se obtienen se llaman discordantes. Por ejemplo, supongamos un sistema que recientemente haya perdido plomo, las relaciones Pb/U serán inferiores y se obtendrá el punto P_2 y análogamente P_1 para aquel con pérdidas de uranio.

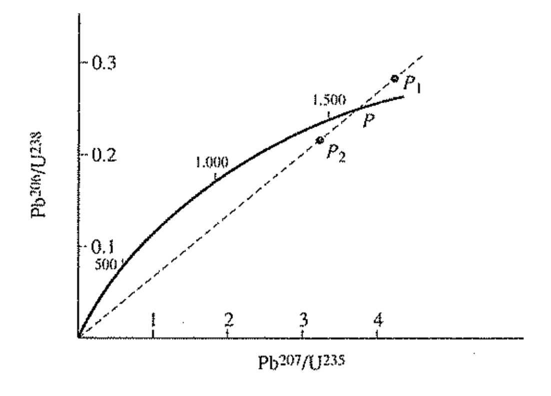


FIGURA 21.2. Isocrona para rocas según el método Uranio-Plomo.

El estudio de las relaciones Pb/U tanto para valores concordantes como discordantes suministran una historia detallada de un mineral, siendo los minerales concordantes los más interesantes.

Sin embargo, una contaminación por pérdida de plomo o/y uranio proporcionan valores P_1 o P_2 que son discordantes, tal que estos puntos se encuentran sobre la cuerda que une el origen con el punto concordante P. Por otra parte, el estudio de puntos discordantes proporciona una detallada historia del mineral.

21.7. La edad de la Tierra

La primera estimación de la edad de la Tierra propuesta por lord Kelvin en 1864 daba un resultado de solamente entre 20 y 80 Ma y se basaba en el tiempo necesario para su enfriamiento a partir de un estado inicial de material fundido y el hecho de que la Tierra todavía no se ha enfriado del todo. Este valor contradecía la duración de más de 100 Ma exigida por los procesos geológicos, problema que no fue resuelto hasta el descubrimiento de la radiactividad. La presencia de material radiactivo en la Tierra es en efecto la responsable de un calentamiento adicional que extendería en el tiempo la propuesta inicial de Kelvin.

Además, la desintegración de estos materiales ha proporcionado la metodología adecuada para medir su edad. Por otro lado, los estudios modernos se inclinan por las hipótesis sobre la formación de la Tierra por acreción de planetesimales o asteroides de naturaleza condrítica situados en la parte interior del sistema solar. Éstos a su vez se formaron por acreción del polvo en la nebulosa solar. El calentamiento, fusión, segregación gravitacional y diferenciación magmática del material de la Tierra con la formación del núcleo son procesos subsiguientes. La formación de la Luna se asigna, también, a un impacto de un asteroide de gran tamaño y posiblemente también la inclinación del eje de rotación de la Tierra con respecto al plano de la eclíptica y la pérdida de material gaseoso.

En la determinación de la edad de la Tierra son muy importantes las observaciones realizadas sobre meteoritos. La razón fundamental es que, suponiendo que las relaciones de isótopos de plomo en el momento inicial son idénticas en la Tierra que en los meteoritos, en éstos no se han producido fenómenos de diferenciación del material radiactivo como en la Tierra. Esta diferenciación es la causa de que se haya borrado en la Tierra la historia ocurrida en los primeros ochocientos a mil millones de años, pues debido a una intensa actividad ígnea, el material correspondiente a las rocas más antiguas se ha transformado en otras completamente nuevas.

El modelo de Tierra propuesto por Holmes y Houtermans, en 1946, puede servir como modelo de partida en la discusión de la evolución de radioisótopos, en particular la correspondiente al uranio/plomo. Se supone que inmediatamente después de la formación de la Tierra se diferenciaron el manto y el núcleo, con un contenido en U/Pb distintos, permaneciendo éstos como sistemas cerrados. Sin embargo, el muestreo de minerales de estos sistemas es hoy imposible, por lo que se recurre a la datación de meteoritos, que pueden establecer edades comparables a las correspondien-

tes a la Tierra. Los valores comúnmente establecidos siguiendo este método proporcionan una edad para la Tierra de $4{,}54 \times 10^9$ años.

Por otra parte, considerando esta misma relación para material terrestre, se obtiene un valor promedio de $2{,}7 \times 10^9$ años, claramente inferior al ya establecido previamente. Sin embargo, si tenemos en cuenta que con anterioridad a este momento de aparente formación existió el material terrestre con composición radio-isotópica idéntica a la de los meteoritos estudiados, puede deducirse que el contenido en uranio/plomo hace $2{,}7 \times 10^9$ años provenía de una desintegración iniciada $1{,}84 \times 10^9$ años antes. La suma de estos dos periodos es de $4{,}54 \times 10^9$ años, que corresponde exactamente con la datación realizada directamente para material proveniente de meteoritos. De las observaciones realizadas en diversos materiales terrestres, tales como sedimentos marinos, basaltos, etc., se infieren diferentes tiempos, considerando el manto y núcleo como sistemas cerrados, lo que sugiere a su vez que la segregación del núcleo pudo realizarse en un periodo de tiempo bastante grande.

Si se utiliza el método Rb/Sr sobre meteoritos, resultan valores del orden de $4{,}53 \times 10^9$ años, que están en completo acuerdo con el valor proporcionado por el método U/Pb. Sin embargo, existen observaciones sobre meteoritos utilizando el método Rb/Sr que proporcionan valores muy discordantes, lo que puede explicarse por una más reciente homogeneización en el contenido Rb/Sr por efectos de procesos térmicos no conocidos. Sin embargo, estos valores no contradicen el valor establecido como inicio del sistema solar en $4{,}55 \times 10^9$ años, prácticamente coincidente con la edad de la Tierra.

TABLA 21.1. Escala geológica del tiempo

Eras	*Periodos*	*Comienzo del periodo (millones de años)*
Cuaternaria	Reciente	0,01
	Pleistoceno	1,5-2,0
Terciaria	Plioceno	7
	Mioceno	26
	Oligoceno	38
	Eoceno	54
	Paleoceno	65
Secundario	Cretáceo	136
Mesozoico	Jurásico	190-195
	Triásico	225
Primaria	Pérmico	280
Paleozoico	Carbonífero	345
	Devónico	395
	Silúrico	430-440
	Ordoviciense	500
	Cámbrico	570
Precámbrico		3.800
	Origen de la Tierra	4.500
	Origen del Universo	13.000-20.000

Procediendo con los métodos geocronológicos anteriormente descritos, es posible realizar dataciones de las distintas épocas geológicas sobre los materiales de la corteza terrestre, y así establecer una relación entre las divisiones geológicas y tiempos de su formación. Los resultados obtenidos para las diferentes eras y periodos vienen esquematizados en la tabla 21.1. Puede observarse la gran duración reservada al Precámbrico, por lo que algunas escuelas geológicas han establecido para él divisiones que no poseen una nomenclatura universal. Las determinaciones de edad en este periodo se han realizado dividiendo el escudo Precámbrico continental en provincias caracterizadas por su tectónica. Es aquí donde la utilización de la geocronología ha supuesto un gran avance, dado que las rocas correspondientes a estas orogenias no disponen de fósiles que permitan ordenarlas cronológicamente. Así, la edad conocida como Fanerozoico, en la que aún se hace registro claro de fósiles, y que establece el límite inferior del Cámbrico, se sitúa en seiscientos millones de años. Podemos pues establecer el Precámbrico dividido de la siguiente manera:

	m.a.
Proterozoico	
— tardío	950
— medio	1.750
— antiguo	2.500
Arqueozoico	> 3.200

Esta división ha sido posible mediante datación radiactiva, que ha permitido distinguir distintos periodos para aquellas épocas que la geología era incapaz de subdividir por carecer de fósiles.

21.8. Evolución térmica de la Tierra

La evolución térmica de la Tierra, propuesta por lord Kelvin en 1864, con un enfriamiento progresivo desde un estado de fusión total hasta la situación actual, resultaba, como ya se ha dicho, en una edad muy corta. El descubrimiento de la radiactividad ha permitido establecer una fuente calorífica en la Tierra, adecuada para explicar el flujo geotérmico observado en la superficie, sin recurrir necesariamente a un modelo de Tierra en enfriamiento progresivo. La idea más reciente es que la Tierra se encuentra en la actualidad en un proceso de ligero enfriamiento como resultado de los procesos de convección en el manto. Así, la mayor parte del calor que ésta desprende proviene de la desintegración de radioisótopos de vida media elevada, en la corteza y manto superior, siendo una parte muy pequeña de este calor la procedente del enfriamiento del planeta. En efecto, cerca del 80% de la energía térmica de la Tierra es producida por la desintegración de isótopos radiactivos, en especial de Th^{232}, U^{238}, K^{40} y U^{235}. El resto representa remanentes del calor originado durante la formación y diferenciación del material de la Tierra. El mecanismo de producción de calor por desintegración se explica de forma sencilla por las partículas emitidas por los átomos radiactivos, que al entrar en colisión con los átomos circundantes transfor-

man su energía cinética en calor (vibración de los átomos en la estructura cristalina). Por ejemplo, un gramo de U^{238} genera $9{,}4 \times 10^{-8}$ W, y uno de K^{40}, $2{,}8 \times 10^{-8}$ W. Las rocas ígneas de la corteza generan calor debido a la proporción de elementos radiactivos en ella. En el granito, por ejemplo, la proporción de elementos radiactivos produce un calor de $3\mu W/m^3$, de forma que una columna de 1 m^2 de sección y 30 km de espesor genera 90 mW. Esta cifra es mayor que el flujo medio de calor observado en la superficie terrestre. Por otro lado, las observaciones en el fondo del mar para las regiones oceánicas, cuya corteza no tiene capa granítica, dan un flujo de calor semejante al de los continentes, lo que indica que la situación es más compleja.

El modelo de la evolución térmica de la Tierra puede establecerse en una serie de etapas, comenzando con el proceso inicial del calentamiento producido durante su formación como consecuencia de la energía gravitacional liberada de las partículas preexistentes, juntamente con una fuerte compresión adiabática. En esta primera etapa también pudo funcionar como fuente de calor la desintegración de isótopos de muy corto periodo, pudiendo durar en total este periodo alrededor de 10^6 años (Fig. 21.3). A continuación comienza la etapa de diferenciación del núcleo terrestre, produciendo una fuerte liberación de calor. Esta etapa, cuya duración se estima entre 1 y 1.000×10^6 años, produjo una elevación acusada de temperaturas, llegando a producir una extensa fusión parcial en el manto superior. Posteriormente, durante un tiempo de varios cientos de millones de años, se establece un equilibrio térmico entre el calor producido por radioisótopos de gran periodo, enfriamiento progresivo y flujo geotérmico en la superficie.

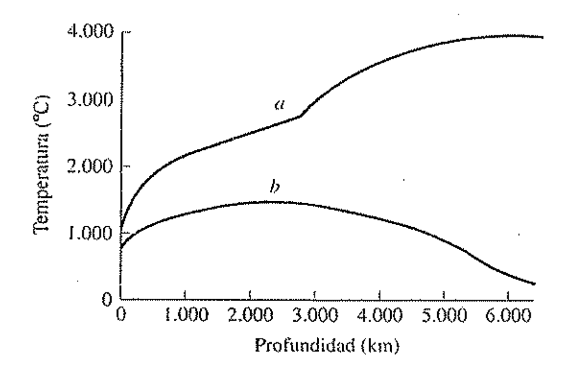


FIGURA 21.3. Perfiles de temperaturas en el interior de la Tierra: *a*) en la situación actual, y *b*) antes de la formación del núcleo (según Bott con información de Stacey, Hanks y Anderson).

En este periodo, al existir una fuerte convección en el manto, el flujo geotérmico en la superficie se considera cinco veces superior a la actual. Por último, se inicia la etapa reciente hace cuatro mil millones de años, con un proceso de enfriamiento de unos cientos de grados, decreciendo el flujo geotérmico en un factor de tres, al tiempo que el calor de desintegración ha ido también disminuyendo. El resultado de este proceso es un engrosamiento de la litosfera, siendo el 75 por 100 de las pérdidas de

calor producidas por el enfriamiento concomitante a la creación de nuevo suelo oceánico.

En cuanto al estado actual, la distribución de temperaturas en el interior no puede realizarse a partir de los datos de flujo geotérmico, ya que es necesario conocer la concentración de radioisótopos en la corteza y manto superior, y el mecanismo de convección actuante en el manto. Por estas razones, el perfil de temperaturas es mucho más impreciso que el correspondiente a otros datos, como puede ser la densidad o constantes elásticas.

Consideremos únicamente el manto y núcleo en la investigación del perfil de temperaturas. Como el material del manto es sólido, su temperatura de fusión parcial proporciona un límite superior no alcanzable a cualquier profundidad. Por tanto, es necesario un conocimiento de la variación de la temperatura de fusión parcial del material con la profundidad, existiendo gran cantidad de teorías al respecto. Entre las relaciones empíricas más satisfactorias, puede citarse la correspondiente a Fraut y Kennedy, propuesta en 1966, que relaciona la temperatura de fusión parcial T_m, la correspondiente a presión cero T_0 y la reducción volumétrica a la presión considerada $\Delta V/V_0$:

$$T_m/T_0 = 1 + b\,\Delta V/V_0 \qquad [21.25]$$

siendo b una constante. Esta expresión, sin embargo, tiende a sobrestimar el punto de fusión parcial de los minerales que componen el manto. Por ejemplo, la fosforita funde a 2.160 °K en la superficie, lo que proporciona un gradiente de 1,5 °K/km con la profundidad.

Para las partes más profundas del manto se utiliza el estudio de peridotitas, conteniendo ciertos compuestos como ortopiroxeno, que proporcionan temperaturas a

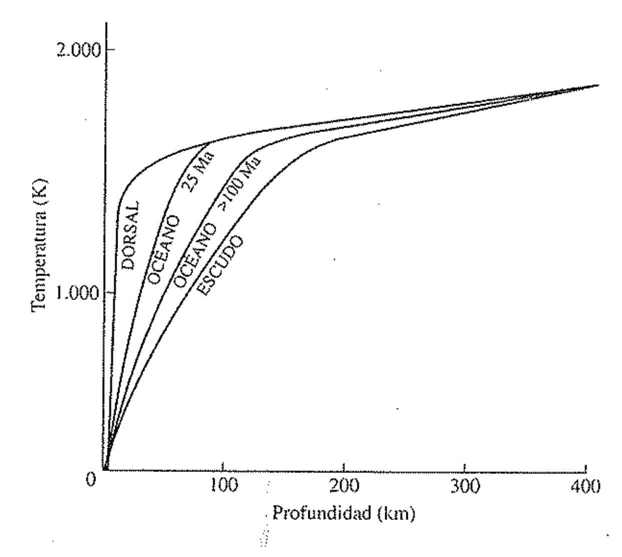


FIGURA 21.4. Distribución de temperaturas en el interior del manto para zonas oceánicas de distinta edad, de dorsal y escudos continentales (según Bott).

130-170 km del orden de 1.170-1.290 °K, respectivamente. La temperatura a 400 km, tomando en consideración el olivino y la relación presión-temperatura, se estima en 1.700-1.900 °K.

Mediante estos criterios es posible, con grandes reservas, establecer tres o cuatro temperaturas en el manto, siendo el resto del perfil una consecuencia de las hipótesis sobre distribución de radioisótopos y de los mecanismos de transferencia de calor aplicables. En la figura 21.4 se dan distribuciones de temperatura estimadas para el manto superior para distintos tipos de regiones.

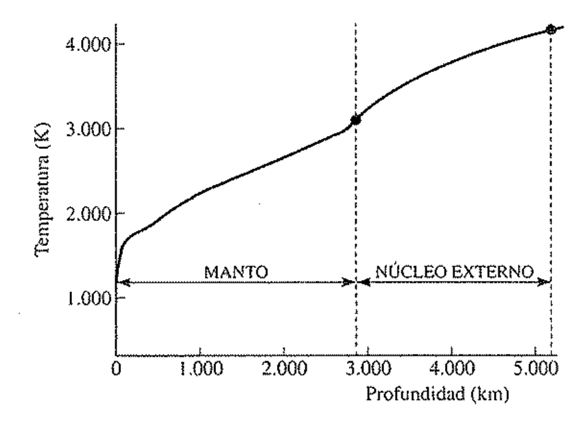


FIGURA 21.5. Distribución de temperatura en el interior del manto y núcleo externo (según Bott).

En la figura 21.5 se presenta de forma esquemática la distribución en el manto inferior, incluyendo además la correspondiente al núcleo externo. La estimación de temperaturas en el núcleo se ha realizado por extrapolación de la temperatura de fusión parcial del hierro a gran presión, aunque la presencia de otros minerales más ligeros complica aún más el análisis. Por otra parte, la presencia de un núcleo externo líquido presupone que la temperatura en esta zona está por encima de la temperatura de fusión parcial (Fig. 21.6). Este hecho ha permitido establecer una hipótesis plausible para el origen del núcleo interno, como consecuencia de una solidificación, al irse enfriando progresivamente el núcleo interior.

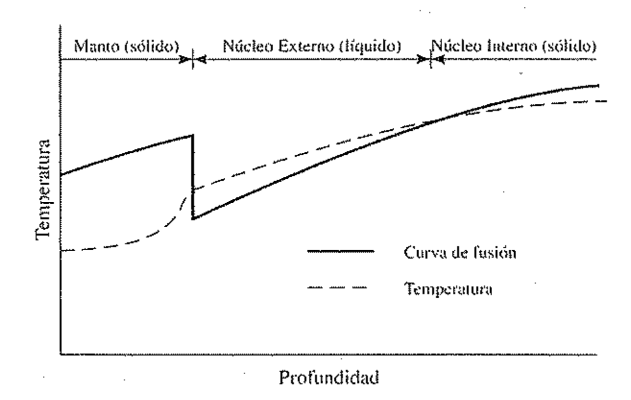


FIGURA 21.6. Distribución de temperatura en el núcleo externo e interno y curva del punto de fusión del material.

21.9. Bibliografía

Los conceptos fundamentales de radiactividad pueden consultarse en cualquier texto de Física. En cuanto a los métodos de aplicación geofísica en geocronología y la historia térmica de la Tierra pueden citarse STAC 2 y 7, GARL 22, 23 y 25, COUL 37 y 38 y JEFF 9 y 10.

En relación con la historia térmica y la distribución de temperaturas en la Tierra son pertinentes muchas de las obras citadas en el capítulo 20. Existen además numerosos trabajos monográficos, entre los que destacamos por su carácter general los siguientes:

ANDERSON, D. L. (1981): «Temperature profiles in the Earth». En R. J. O'CONNELL y W. S. FYFE: *Evolution of the Earth.* Geodynamics Series, vol. 5. Am. Geophys. Union, Washington, 19-27.

ARKANI-HAMED, J.; TOKSÖZ, M. N., y HSUI, A. T. (1981): *Thermal evolution of the Earth. Tectonophysics,* vol. 75, 19-30.

DALRYMPLE, G. B. (1991): *The Age of the Earth.* Stanford University Press, Stanford, Cal.

LUBIMOVA, E. A. (1969): «Thermal history of the Earth». En P. J. HART: *The Earth's Crust and Upper Mantle.* Geophysical monograph., 13. Am. Geophys. Union, Washington, 63-67.

—, y PARPHENUK, O. (1981): «Terrestrial heat flow history and temperature profiles». En R. J. O'CONNELL y W. S. FYFE: *Evolution of the Earth.* Geodynamics Series. Am. Geophys. Union, Washington 217-228.

NEWSOM, H. E., y JONES, J. H. (eds.) (1990): *Origin of the Earth.* Oxford University Press.

La poderosa mole de la Tierra
su movimiento y turbulencia imita.
Vorágines inmensas abre y cierra
y en convulsión frenética se agita.

G. GÓMEZ DE AVELLANEDA, *El día final*.

22.1. Evolución histórica de las teorías geodinámicas

Los accidentes visibles en la superficie de la Tierra, tales como grandes cadenas montañosas, simas oceánicas y grandes fracturas o fallas del terreno, dan testimonio de que ésta no es un cuerpo estático, sino que ha estado y está sujeta a una actividad continua. Las primeras ideas sobre la evolución de la Tierra se deben a J. Hutton (1726-1797), en su obra *Theory of the Earth*, publicada en 1795. En ella, la Tierra se considera como un cuerpo dinámico que funciona como una máquina térmica y se definen por primera vez los ciclos de sedimentación, elevación por efecto del calor interno y erosión. Las ideas de los catastrofistas como G. Cuvier (1769-1832), que postulaban periódicas convulsiones violentas de los continentes, fueron finalmente superadas en la interpretación uniformista de los procesos geológicos defendida por C. Lyell (1797-1875) en su obra *Principles of Geology,* publicada en 1830. Esta interpretación propuesta originalmente por Hutton supone que los procesos que han dado origen a las montañas son los mismos que están hoy en operación. Una de las primeras hipótesis sobre el mecanismo que da origen a la formación de las montañas es la que se basa en el enfriamiento y contracción de la Tierra. Propuesta por primera vez por E. Beaumont y J. D. Dana a mediados del siglo pasado y desarrollada posteriormente por C. Davison, en 1887, esta teoría recibió pronto una aceptación general y estuvo vigente hasta una época relativamente reciente. Según ella, el enfriamiento de la Tierra produce una contracción de su volumen, causando tensiones horizontales en la región interior donde el enfriamiento es más rápido y compresiones tangenciales en las capas exteriores, que dan origen a plegamientos y fracturas de los depósitos sedimentarios. Según Jeffreys, el radio de la Tierra a lo largo de su historia geológica podía haber disminuido en unos 90 km.

Hasta principios de este siglo se pensaba que la distribución de océanos y continentes había sido siempre esencialmente la misma, concibiéndose solamente movimientos

verticales de levantamientos y hundimientos, para explicar los grandes espesores de sedimentos depositados en mares marginales y situados actualmente a miles de metros de altura. Sin embargo, ya en el siglo XVII, Francis Bacon hizo notar la correlación en la forma de las costas a ambos lados del Atlántico, lo que podía sugerir que hubieran estado alguna vez unidos. A finales del siglo XIX, Eduard Suess propuso la idea de que los continentes australes habían estado unidos en uno solo, habiéndose hundido más tarde la tierra que los unía. Estas ideas empezaron a cristalizar en la obra de F. B. Taylor, en 1910, y de manera definitiva en la de Alfred Wegener (1880-1930), publicada en 1915. En esta obra se postula que en el pasado los distintos continentes han estado agrupados en uno solo al que se da el nombre de Pangea, fracturado y dispersado después por grandes movimientos horizontales (Fig. 22.1). Wegener añadió a la similitud en la apariencia de las costas, que sugieren que éstas encajan unas con otras como las piezas de un rompecabezas, toda clase de indicios geológicos para fundamentar esta hipótesis, tales como la continuación a través de las costas de estructuras, formaciones, fósiles, situaciones paleoclimáticas, etc. Para explicar el

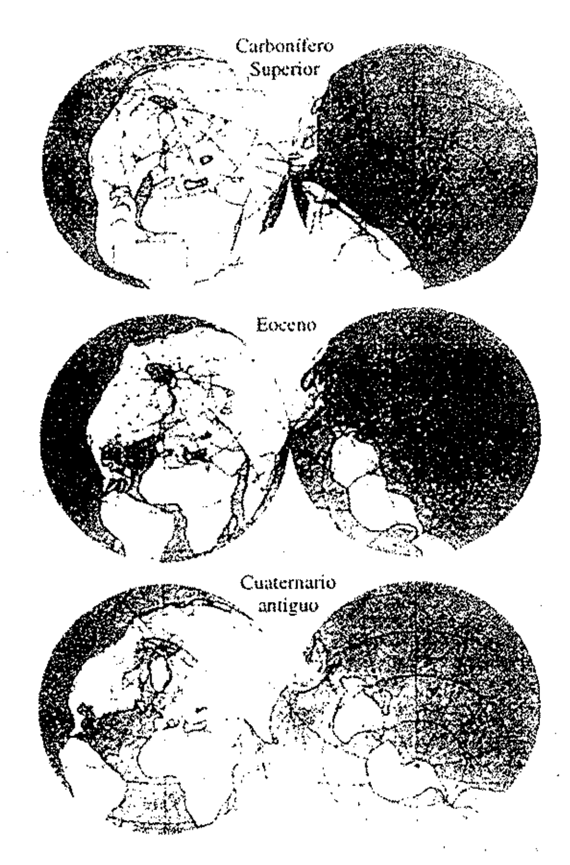


FIGURA 22.1. Deriva de los continentes desde el carbonífero superior hasta el presente, según Wegener.

movimiento horizontal de los continentes, supuso que éstos, formados por un material rígido y menos denso (SIAL), se movían a través del material viscoso, aunque más denso (SIMA), del manto, impulsados por la fuerza derivada de las mareas y de la rotación de la Tierra. Las dificultades de orden físico para establecer este movimiento sin un mecanismo adecuado llevó a una fuerte oposición contra esta teoría, en especial de los geofísicos, siendo el más influyente entre ellos H. Jeffreys. Sin embargo, no le faltaron seguidores a Wegener, entre los que hay que destacar a A. du Toit, que publicó, en 1937, una reconstrucción más exacta de los continentes del hemisferio sur, agrupados en el subcontinente de Gondwanaland, que quedaba separado del subcontinente norte o Laurasia por el mar de Tetis. En 1938, A. Holmes propuso un mecanismo de convección térmica para explicar el movimiento horizontal de los continentes, con corrientes ascendentes en las zonas de separación y descendentes en las de colisión. Este mecanismo había sido ya propuesto por R. Schwinner, en 1919, y por G. Kirsch, en 1928, y está citado por el mismo Wegener en una de las últimas ediciones de su obra como una de las posibles causas del desplazamiento de los continentes. La hipótesis de la existencia de corrientes de convección bajo la corteza, para explicar la formación de las montañas, es aún más antigua y se puede remontar a los trabajos de W. Hopkins, en 1830, y de O. Fisher, en 1881.

Entre 1940 y 1960, la deriva de los continentes era rechazada por una gran mayoría de geofísicos y geólogos, aunque se mantiene un grupo de seguidores. Entre estos últimos podemos destacar a S. W. Carey, geólogo australiano, quien en 1958 describe el mecanismo de dispersión de los continentes en una Tierra en expansión. Carey se adelantó a su tiempo al sugerir la rotación de los bloques de la corteza y proponer grandes movimientos horizontales a lo largo de fallas transcurrentes. La hipótesis de una expansión de la Tierra para explicar la separación de los continentes había sido ya propuesta por B. Lindemann, en 1927, y por O. C. Hilgenberg, en 1933. En su forma más radical se supone que la capa siálica era originalmente continua sobre toda la superficie, lo que exige un valor inicial del radio terrestre de solamente unos 4.000 km. En 1956, L. Egyed propuso una expansión uniforme con un aumento del radio terrestre de 0,5 mm por año. También de esta época son los estudios de F. A. Vening Meinesz (1887-1966), sobre la estructura de los arcos de islas y las anomalías gravimétricas asociadas a ellos que tendrán gran importancia en las nuevas teorías, y los de V. V. Belusov, que reduce fundamentalmente la tectónica a movimientos verticales de la corteza, sin adoptar nunca las nuevas teorías.

Esta era la situación en los años sesenta, cuando una nueva aportación de observaciones de prácticamente todos los campos de la geofísica y geología va a dar origen a una nueva concepción de la deriva de los continentes, bajo el nombre de la teoría de la tectónica de placas. Esta teoría se fundamenta principalmente en las observaciones de la topografía y edad de los sedimentos de los fondos oceánicos, de una más exacta localización de los epicentros y profundidades de los terremotos, su mecanismo y estructura de velocidades y atenuaciones de las ondas sísmicas, la aportación del paleomagnetismo, el estudio de las anomalías gravimétricas y magnéticas a escala regional, por sólo citar algunos datos. El primer paso hacia la tectónica de placas lo constituye la teoría de la extensión del suelo oceánico, resultado de los trabajos de geología marina de H. Hess, y sus colaboradores, publicados hacia 1962. El nombre mismo de extensión del suelo oceánico *(sea floor spreading)* fue en realidad propues-

to por R. S. Dietz, que junto con H. Menard, M. Ewing y B. Heezen estudiaron el fondo de los océanos en los años cincuenta, descubriendo la importancia de las dorsales oceánicas y las zonas de fracturas. Hess, en su trabajo, expuso que el suelo del océano se crea a partir de las dorsales oceánicas por la aportación de nuevo material, que aflora en la superficie procedente de corrientes de convección térmica en el manto. La corteza oceánica que se crea en las dorsales desaparece debajo de los continentes en las zonas de arcos de islas, donde están situadas las corrientes descendientes de convección. El movimiento de los continentes se produce en este esquema, al ser arrastrados pasivamente por este movimiento del material del manto.

La reconstrucción de la situación de los continentes en el pasado recibió un instrumento clave con el desarrollo del paleomagnetismo. El estudio de la situación de los polos virtuales, a lo largo del tiempo geológico, para distintos continentes, demostró las distintas posiciones relativas que éstos han tenido en el pasado. K. Runcorn y D. Irwing demostraron ya en 1956 que los polos de las rocas de distintas eras geológicas de Europa y América del Norte coincidían si se cerraba el océano Atlántico. El trabajo de McElhinny y J. Briden permitió reconstruir la posición de los continentes del hemisferio sur para cada época. Una reconstrucción puramente geométrica de todos los continentes, usando la línea batimétrica de 1.000 m, realizada por E. Bullard, J. Everett y A. Smith, en 1965, demostró que su área se ha mantenido sensiblemente constante a lo largo de la evolución geológica.

En 1929, M. Matuyama había propuesto la idea de la existencia de inversiones de polaridad del campo magnético terrestre, durante el Pleistoceno, para explicar las observacones del magnetismo de las lavas en Japón. Estos resultados fueron confirmados en los años sesenta por A. Cos y otros autores, estableciéndose una secuencia de épocas de magnetismo normal e invertido. F. Vine y D. Matthews descubren, en 1963, la presencia de bandas alternantes de anomalías magnéticas positivas y negativas a ambos lados de las dorsales oceánicas, que interpretan a la luz de la teoría de la extensión del suelo oceánico, como formadas por franjas alternantes de material con magnetización normal e invertida de acuerdo con los datos del paleomagnetismo.

En 1965, J. T. Wilson, de la Universidad de Toronto, estudiando la naturaleza de las fracturas con movimiento horizontal que desplazan las crestas oceánicas, propuso el concepto de fallas de transformación, en las que el movimiento es de sentido opuesto al de una falla transcurrente. Con este concepto conectó el movimiento en las crestas oceánicas con el de subducción en los arcos de islas.

A partir de todas estas ideas, hacia 1967 y 1968, nace la teoría de la tectónica de placas con los trabajos de J. Morgan, X. Le Pichon y D. McKenzie, entre otros autores. En ella se postula la división de la corteza terrestre en un número de placas rígidas, de las que las más importantes son seis, que se desplazan con movimientos horizontales que se pueden representar como rotaciones con respecto a un eje que pasa por el centro de la Tierra. La parte rígida que es arrastrada en este movimiento se extiende hasta 100 km de profundidad y se denomina litosfera. El trabajo de los sismólogos B. Isaacks, J. Oliver y L. R. Sykes demostró en 1968 que la teoría satisfacía las observaciones de la distribución de los terremotos, su profundidad y mecanismo. La distribución de terremotos coincide en su mayor parte con los bordes de las placas, estando situados los sismos profundos en las zonas de subducción. Las zonas postuladas de tensión y compresión coinciden también con los datos del mecanismo de los terremotos. El resultado final de todas las observaciones fue el establecimiento de las líneas generales de la tectónica global.

22.2. Ideas fundamentales de la tectónica de placas

La teoría de la tectónica de placas, como hemos visto en su desarrollo histórico, ha integrado, en un esquema unificado y relativamente simple, una gran variedad de observaciones tanto geofísicas como geológicas. Sobre ella se han escrito tratados enteros, lo que hace difícil un resumen breve como el que se presenta en este capítulo. Sin embargo, las ideas fundamentales son relativamente sencillas y a ellas nos vamos a limitar. En esta presentación se hace hincapié en las observaciones de tipo geofísico, sobre las que se fundamenta esta teoría, sin apenas mencionar las evidencias geológicas, que también tienen una gran importancia. El punto de vista que se ha seguido es el de hacer ver cómo todas las ideas expuestas a lo largo de los capítulos de este libro aparecen ahora unificadas en una teoría global que explica el comportamiento dinámico de la litosfera terrestre, y en el que toman parte procesos que afectan prácticamente a toda la Tierra.

En primer lugar, la unidad de comportamiento mecánico lo forma la litosfera y no la corteza sola. La litosfera, como ya se ha indicado en varias ocasiones, está formada por los primeros 100 km, incluyendo la corteza y parte del manto superior. El límite inferior de la litosfera corresponde a una isoterma de valor aproximado de 1.300 °C. El material por encima de ella está suficientemente frío para comportarse de forma rígida, mientras que por debajo puede deformarse fácilmente debido a su temperatura. La litosfera se comporta como una unidad rígida en contraste con la capa subyacente, la astenosfera, capa débil, y en estado de semifusión. Esta capa permite el desplazamiento sobre ella, o arrastrada por ella, de la litosfera a velocidades que oscilan entre 1-6 cm/año. La litosfera está dividida en una serie de placas que incluyen parte de corteza continental y oceánica (Fig. 22.2), de las que las más importantes son seis: Pacífico, América, Eurasia, Australia-India, África y Antártida. A éstas hay que añadir las placas menores de Nazca, Cocos, Filipinas, Caribe, Arabia, Somalia y Juan de Fuca. Placas de dimensiones aún menores son a veces denominadas subplacas o microplacas que pueden no ser del todo independientes. El número de estas subplacas varía con las interpretaciones de los diversos autores. Sólo para la zona del Mediterráneo se han propuesto más de seis subplacas.

A pesar de la variedad de las placas, los tipos de contactos, márgenes o fronteras entre las placas se reducen fundamentalmente a tres: márgenes de divergencia o extensión, márgenes de convergencia o subducción y márgenes de fractura de deslizamiento horizontal o de transformación. En los márgenes de divergencia o extensión, las placas se separan una de la otra, creándose en el espacio que resulta nueva litosfera de carácter oceánico. En las de convergencia o subducción, la litosfera de una placa se introduce en el manto por debajo de la otra, produciéndose en estos márgenes una destrucción de litosfera. En los márgenes de fracturas, las placas se deslizan horizontalmente una con respecto a la otra sin que haya creación ni destrucción de litosfera (Fig. 22.3).

FIGURA 22.2. Distribución global de las principales placas litosféricas y tipos de márgenes entre ellas.

Los márgenes de las placas litosféricas pueden separar dos bloques oceánicos, dos continentales o uno oceánico y uno continental, siendo los procesos en cada caso distintos. Desde el punto de vista de los continentes sus márgenes se dividen, a su vez, en activos y pasivos. Márgenes activos son aquellos en los que el margen del continente es a la vez un margen de placa. Si la otra placa tiene carácter oceánico se produce una zona de subducción como el margen occidental de América y el oriental de Eurasia. El margen continental es a la vez un margen de placa. En los márgenes pasivos, el continente está unido a una parte oceánica formando una misma placa, como, por ejemplo, el margen oriental de América y el occidente de Eurasia y África. En estos casos, el margen del continente queda alejado de un margen de placa. Este tipo de margen se forma al separarse dos continentes con la creación de la corteza oceánica entre ellos. Un margen pasivo se convierte en activo cuando la apertura del océano alcanza su máxima dimensión. A partir de ese momento se activan los márgenes continentales consumiéndose en ellos la corteza oceánica.

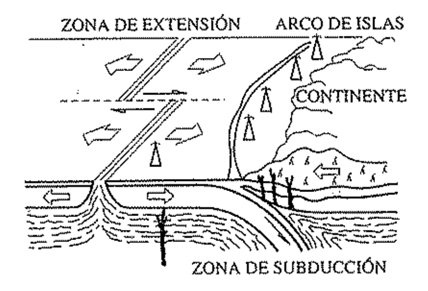


FIGURA 22.3. Esquema de los tipos de márgenes de placas y su movimiento.

El movimiento de las placas sobre la superficie esférica de la Tierra puede definirse de acuerdo con el teorema de Euler por rotaciones en torno a un eje o polo que pasa por su centro. Debido a que no es posible conocer el movimiento absoluto de las placas, los polos de rotación y su velocidad angular se refieren al movimiento relativo en cada par de placas de una respecto a la otra (tabla 22.1). A lo largo del proceso de fracturación y traslación de las placas, la corteza continental permanece prácticamente constante en extensión, mientras la corteza oceánica se va renovando continuamente, creándose en los márgenes de extensión y destruyéndose en los de convergencia. La actual división de los continentes es debida a una fracturación que comienza hacia el periodo Triásico, hace unos doscientos millones de años. Antes de esta fracturación, los continentes estaban reunidos en un único bloque continental o continente primitivo, Pangea. Es bastante probable que con anterioridad a esta fracturación hayan existido otras, cuyos márgenes no tienen por qué coincidir con los actuales, pero las pruebas son difíciles de establecer. Durante este proceso que hemos descrito se producen las fases de orogenia, que ocurren principalmente en los márgenes en los que se dan colisiones de las placas produciendo el plegamiento y la fractura de los sedimentos marinos depositados en las plataformas continentales. Además de los movi-

mientos relativos de unas placas con respecto a otras, las posiciones de las distintas placas han variado mucho con respecto tanto al eje de rotación de la Tierra, como a sus polos magnéticos, a lo largo de la historia geológica. De esta forma se explican las situaciones climatológicas del pasado geológico, muy distintas de las actuales y la aparente migración de los polos magnéticos.

TABLA 22.1. *Polos de rotación de las placas litosféricas.*
Modelo NOUVEL-1 (DeMets, Gordon, Argus, Stein, 1990).

Placas	*Latitud grados*	*Longitud grados*	*Vel. angular 10^{-7} grado/año*
África-Eurasia	21,0 N	20,6 W	1,3
Eurasia-Norteamérica	62,4 N	135,8 E	2,2
Arabia-Eurasia	24,6 N	13,7 E	5,2
Pacífico-Australia	60,1 S	178,3 W	11,2
Norteamérica-Pacífico	48,7 N	78,2 W	7,8
Nazca-Suramérica	56,0 S	94,0 W	7,6
Suramérica-Antártida	86,4 S	139,3 E	2,7
Australia-Antártida	13,2 N	38,2 E	6,8
África-Suramérica	62,5 N	39,4 W	3,2

Respecto al problema del movimiento absoluto de las placas, han adquirido una gran importancia los fenómenos denominados como puntos calientes *(hot spots)* o «plumas» convectivas de material caliente del manto (Fig. 22.4). Estas plumas de material se extienden a través de todo el manto, hasta posiblemente la frontera con el núcleo. Debido a su gran profundidad son fenómenos muy estables que han podido permanecer constantes a lo largo del tiempo geológico. La importancia de estos puntos calientes en la tectónica de placas fue puesta de manifiesto por Wilson y Morgan. Algunos de estos puntos calientes están situados cerca de un margen entre placas, como el situado cerca de la isla de Tristán da Cunha y otros en el centro de una placa, como el de Hawai. El desplazamiento de la placa sobre el punto caliente estacionario deja una huella de una fila de volcanes, de la que sólo los últimos son activos. Esta hilera de volcanes permite establecer el movimiento de la placa con respecto al punto

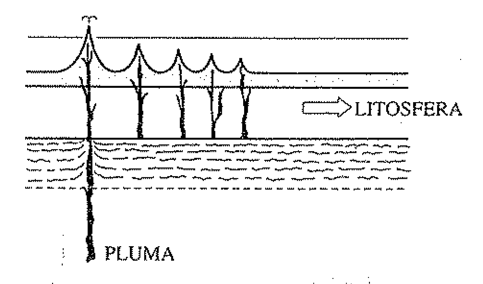


FIGURA 22.4. Punto caliente *(hot spot)* y cadena de volcanes producido por él con el movimiento de la litosfera.

caliente que se ha mantenido fijo. El conjunto de puntos calientes permite establecer un sistema de referencia, respecto al cual se puede referir el movimiento absoluto de las placas. Sin embargo, esto no es del todo claro, ya que algunos autores han encontrado movimientos relativos entre algunos de ellos. La estabilidad del sistema formado por los puntos calientes debe considerarse sólo en el sentido de que su desplazamiento es lento en comparación con el de las placas. Para Wilson, este sistema está formado por 60 puntos. Morgan ha reducido su número a 20, y Minster y Jordan a solamente 16, que han estado activos por lo menos en los últimos diez millones de años.

22.3. Naturaleza y procesos de los márgenes de placas

Como ya se ha dicho, los márgenes entre placas pueden reducirse a tres tipos. La litosfera se crea en los márgenes de divergencia y se consume en los de convergencia, ya que la superficie de la Tierra es limitada y no puede crearse nueva litosfera en una zona si no se consume en otra. Además, para que este proceso sea posible es necesario que las placas se deslicen lateralmente en ciertos márgenes. Los procesos geofísicos que se dan en cada uno de estos tipos de márgenes son distintos. Nos fijaremos ahora brevemente para cada tipo de margen en las observaciones geofísicas, en especial, sismológicas, gravimétricas, magnéticas y de flujo térmico.

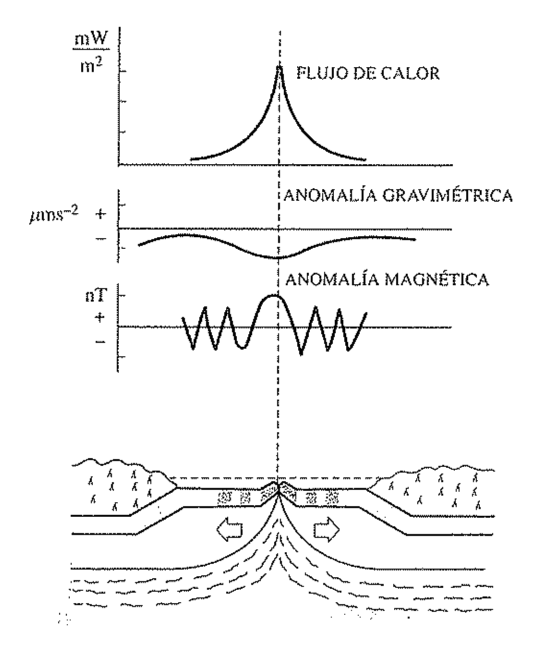


FIGURA 22.5. Esquema de una dorsal oceánica y curvas de anomalías gravimétrica y magnética y de flujo de calor.

22.3.1. *Márgenes de extensión o divergencia*

Un caso típico de este tipo de márgenes es el de una dorsal oceánica, como puede ser la de la cordillera Centro-Atlántica. Topográficamente, la dorsal está formada por una cadena montañosa de origen volcánico, en cuyo centro se suele dar una depresión o valle de rift, aunque no siempre sea así. El grosor de los sedimentos marinos aumenta con la distancia al eje de la dorsal, así como su edad. Esto indica que la zona de extensión actúa como centro a partir del cual se va generando la nueva litosfera oceánica. Al separarse las dos placas, el material fundido del manto surge en forma de lava a la superficie y se enfría incorporándose a la corteza. Al continuar separándose las placas, este material va ocupando el espacio abierto, creándose nueva corteza oceánica a partir del eje de la dorsal. Éstas constituyen así una importante proporción de las zonas volcánicas. Cuando en ellas el volcanismo es muy intenso, las cimas de la cordillera afloran sobre la superficie del mar formando islas. Una representación esquemática de los distintos procesos que tienen lugar en los márgenes de extensión está representada en la figura 22.5.

Los datos sísmicos muestran que la distribución de epicentros está alineada en una franja estrecha que sigue el eje de la dorsal con terremotos de magnitud moderada ($M < 6{,}5$) y profundidad superficial ($h < 30$ km). Estas alineaciones marcan, con asombrosa exactitud, la situación de las zonas de extensión a lo largo de la superficie de los océanos. El mecanismo de los terremotos es predominantemente de fallas normales, correspondiendo a esfuerzos tensionales horizontales y perpendiculares al eje de las dorsales. Los planos de falla buzan en la dirección de la extensión de la litosfera hacia los dos lados de la dorsal (Fig. 22.6*b*). En muchas partes, la dorsal está interrumpida por una falla perpendicular a su eje debida a una cierta diferencia relativa en la velocidad de extensión. Estas fallas reciben el nombre de fallas de transformación o transformadas y se estudiarán más adelante, al hablar de los márgenes de deslizamiento horizontal. Los valores obtenidos para las velocidades de las ondas sísmicas bajo las dorsales indican una disminución de hasta un 10 por 100. Para el manto superior, las velocidades son entre 7,3 y 7,7 km/s, valores que se deben comparar con los de aproximadamente 8 km/s, en zonas oceánicas alejadas de las dorsales. Esta disminución se explica por el aumento de temperatura y presencia de numerosas fracturas en el material debajo de las dorsales. Esta situación explica también el que los valores del coeficiente de fricción interna Q^{-1} de las ondas sísmicas, a lo largo de las dorsales, sean más altos que los observados en regiones oceánicas fuera de las dorsales.

Las medidas de las anomalías de la gravedad a lo largo de líneas que cruzan las dorsales oceánicas muestran una anomalía de Bouguer negativa muy extendida situada sobre su eje, indicando que el material caliente ascendente del manto tiene una densidad menor que el más frío debajo de las zonas fuera de la dorsal. El hecho de la forma suave de la curva indica que la deficiencia de masa se extiende a bastante profundidad, aumentando el grosor de la astenosfera bajo el eje de la dorsal, sin que exista una verdadera raíz cortical que corresponda a la altura entre 3.000 y 4.000 m de la cresta oceánica sobre los planos abisales. Las anomalías de aire libre son suaves positivas o prácticamente nulas, indicando que, en efecto, la elevación de la dorsal está compensada isostáticamente. Ambas observaciones muestran que el mecanismo responsable de las cordilleras submarinas es de distinto carácter del de las montañas

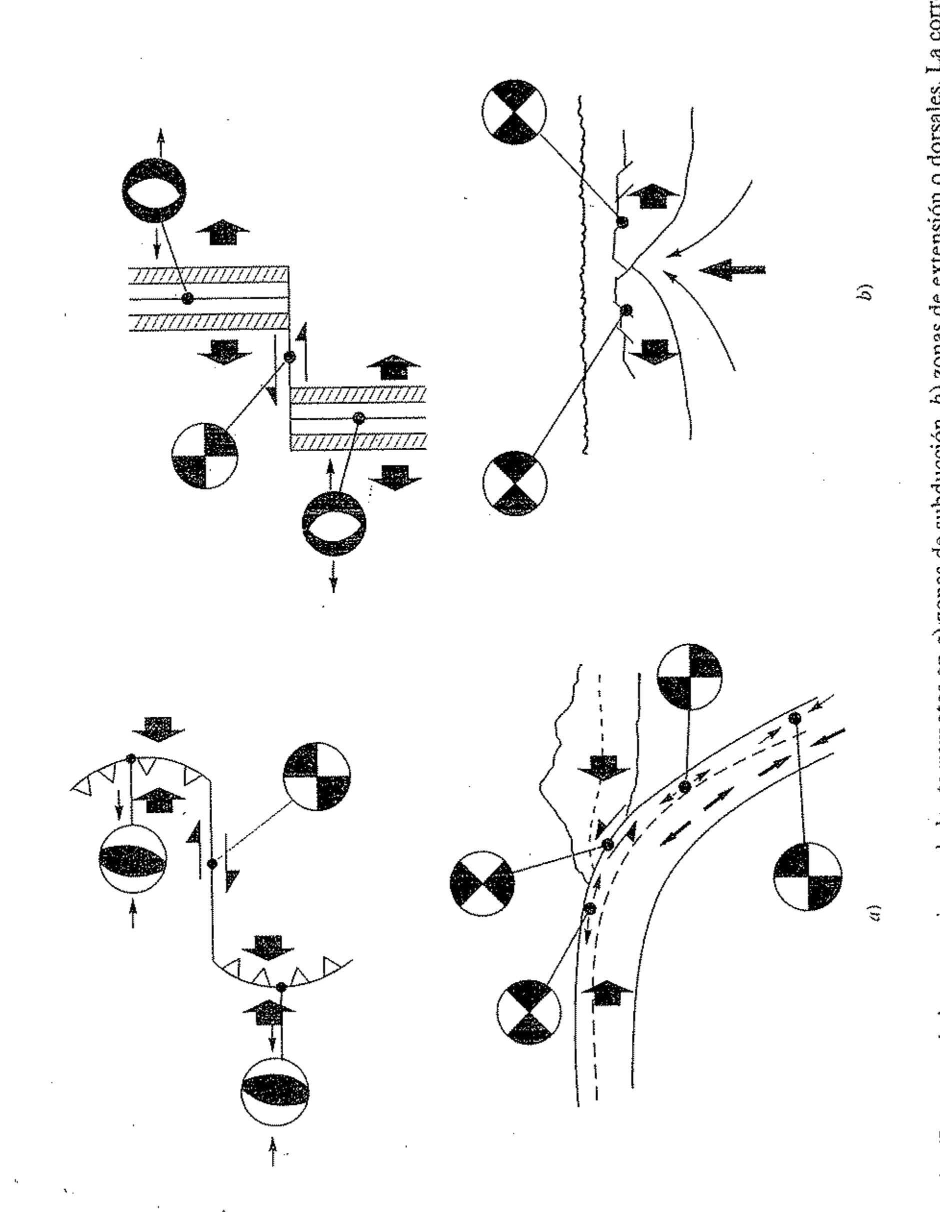


FIGURA 22.6. Esquema de los mecanismos de los terremotos en *a*) zonas de subducción, *b*) zonas de extensión o dorsales. La correspondencia de los diagramas de mecanismo en el plano horizontal y vertical y el tipo de falla viene dado en la figura 11.11

continentales, cuyas alturas están compensadas isostáticamente con mayores grosores corticales. La compensación de las dorsales oceánicas es más profunda, afectando a toda la astenosfera con contrastes muy pequeños de densidad. Debajo de ellas la litosfera es delgada (menos de 50 km) y va engrosando a medida que se separa de su eje.

Las anomalías magnéticas a lo largo de cortes transversales a las dorsales proporcionan una de las evidencias más claras del mecanismo de creación de nueva corteza oceánica. Estas anomalías presentan máximos y mínimos con valores de hasta 500 nT, alternativamente positivos y negativos, simétricos con respecto al eje de la dorsal. Sobre el plano, las anomalías están distribuidas en franjas alternantes de anomalías positivas y negativas paralelas al eje de la dorsal. La única explicación posible de estas distribuciones es la de creación de nueva corteza oceánica a partir de las dorsales, mientras se producen inversiones periódicas de la polaridad del campo magnético terrestre, con lo que las rocas quedan magnetizadas en dirección alternante normal e invertida. La correlación de la anchura de estas bandas entre 30 y 50 km y la duración de las épocas entre inversiones del campo magnético, aproximadamente un millón de años, resulta en una velocidad de apertura entre 1 y 6 cm/año, velocidad que coincide con la deducida por otros métodos para el desplazamiento de las placas. Un estudio más detallado de esta velocidad en distintas dorsales ha dado los siguientes resultados: Centro-Atlántica, 1 cm/año; Juan de Fuca, 2,9 cm/año, y Este del Pacífico, 4,4 cm/año. En la mayoría de las dorsales oceánicas se aprecian con mayor claridad las franjas de anomalías correspondientes a las últimas inversiones magnéticas. Un esquema para la dorsal Centro-Atlántica correspondiente a los últimos cuatro periodos (Fig. 22.7) muestra la correlación entre el tiempo de las inversiones y la distancia de cada franja al eje de la dorsal.

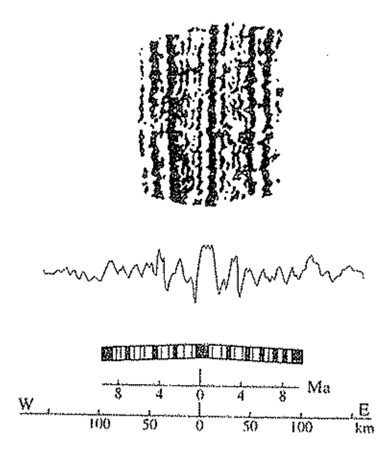


FIGURA 22.7. Distribución en superficie de anomalías magnéticas en la dorsal atlántica (negro positivas). Anomalías en un corte transversal y modelo de inversiones del campo geomagnético con distancias a partir del eje de la dorsal y su correspondiente escala de tiempo.

Las medidas de flujo térmico en un corte a través de una dorsal oceánica presentan un rápido aumento cerca de su eje (Fig. 22.5). El máximo de flujo sobre la dorsal misma llega a valores de 300 m W/m^2, es decir, varias veces el valor normal medio en zonas no anómalas. La presencia de estos valores altos de flujo térmico evidencia las corrientes ascendentes de material caliente del manto, a partir del cual se forma la nueva litosfera oceánica.

22.3.2. *Márgenes de subducción o convergencia*

Los márgenes de subducción son aquellos en los que las placas convergen unas contra otras. Este movimiento obliga a una de ellas a introducirse por debajo de la otra, resultando que la litosfera se consume o destruye. Cuando una de las dos placas es de naturaleza continental, la placa oceánica es la que se introduce por debajo de la continental debido a la baja densidad de esta última, que opone una gran resistencia a penetrar en el manto de mayor densidad. De esta forma, la litosfera continental se ha conservado prácticamente constante, mientras la oceánica se crea y se destruye. En los márgenes en que se intenta destruir litosfera continental se produce un cambio en el sentido del movimiento y se hunde la placa oceánica opuesta, o se produce un cambio en las características del margen de las placas. La estructura de un margen de subducción está representada esquemáticamente en la figura 22.8. En general, el frente de la placa buzante tiene una cierta curvatura penetrando desde la parte convexa. En muchos casos, el frente del margen de subducción se halla a cierta distancia de la costa continental, formando un arco de islas y existiendo entre dicho arco y el continente una cuenca marina *(back-arc basin)*. Esta cuenca se forma a partir de un centro de extensión situado detrás (parte cóncava) del arco de islas, en el que se genera corteza oceánica de la misma manera que en una dorsal. El mecanismo de su formación no es bien conocido y se supone que el frente de subducción se separa del continente que permanece estacionario, dando origen a la cuenca marginal que ocupa el lugar que se va creando entre ellos. Un ejemplo de esta situación es el mar de Japón. En otros casos, como en la costa occidental de América del Sur, la zona de subducción está directamente adosada a la costa y la placa oceánica se introduce con un ángulo pequeño bajo la litosfera continental. Esta situación se produce por un movimiento del continente hacia el frente de subducción que impide la formación de una cuenca marginal.

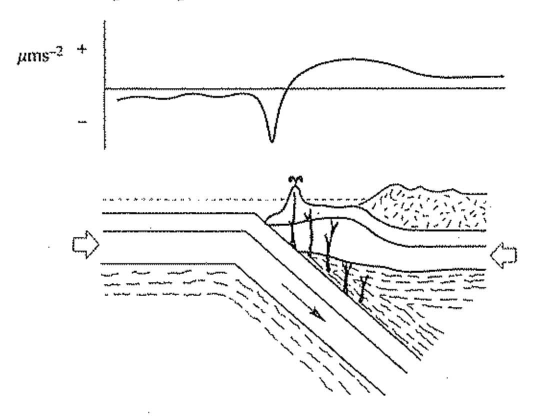


FIGURA 22.8. Esquema de una zona de subducción y curva de anomalía gravimétrica.

En general, en las zonas de subducción, el hundimiento de la placa produce una pronunciada sima oceánica. Parte del material introducido en el manto asciende hacia la superficie, formando zonas de volcanismo activo detrás del frente de subducción. Este volcanismo, si el frente está muy separado de la costa, forma un arco de islas, como en la costa asiática del Pacífico. En caso contrario, aparece en el mismo continente, como a lo largo de la costa americana. Generalmente, la línea de volcanes, paralela a la fosa oceánica está situada a unos 150 km por encima de la placa buzante. La producción de este fenómeno se supone que es debida a la migración hacia la superficie del material menos denso contenido en la placa litosférica que ha penetrado dentro del manto; aunque su exacto mecanismo no es todavía del todo bien conocido.

Uno de los indicios más importantes de la existencia de estas placas de material litosférico introducidas en el manto es la distribución de focos sísmicos en profundidad (Fig. 22.9). Éstos forman alineaciones desde la superficie hasta unos 700 km de profundidad con un ángulo con la horizontal que varía en inclinación, en muchos casos del orden de 45°, y que se denominan zonas de Benioff-Wadati. El espesor de la zona sísmica está limitado en general a la parte superior de la placa litosférica. El hecho de que su profundidad no pase de los 700 km indica que a esta profundidad la placa litosférica hundida en el manto ha perdido su rigidez y probablemente ha quedado asimilada al material del manto. El mecanismo de los terremotos en la superficie es de fallas inversas, con la parte oceánica desplazándose bajo la continental y presiones horizontales y perpendiculares al frente del arco. En la zona donde la placa se dobla se producen en la superficie superior fallas de tensión, mientras que en la inferior éstas son de compresión (Fig. 22.6*a*). El interior de la capa buzante a profundidades medias está sometido a tensiones a lo largo de la placa, mientras que en la parte más profunda lo está a compresiones, debido a la resistencia que opone el material del manto a la penetración de la placa. La distribución de velocidades y atenuaciones de las ondas sísmicas muestra que el material de la placa buzante es más consistente (velocidades altas y atenuaciones bajas) que el de la región del manto en su entorno.

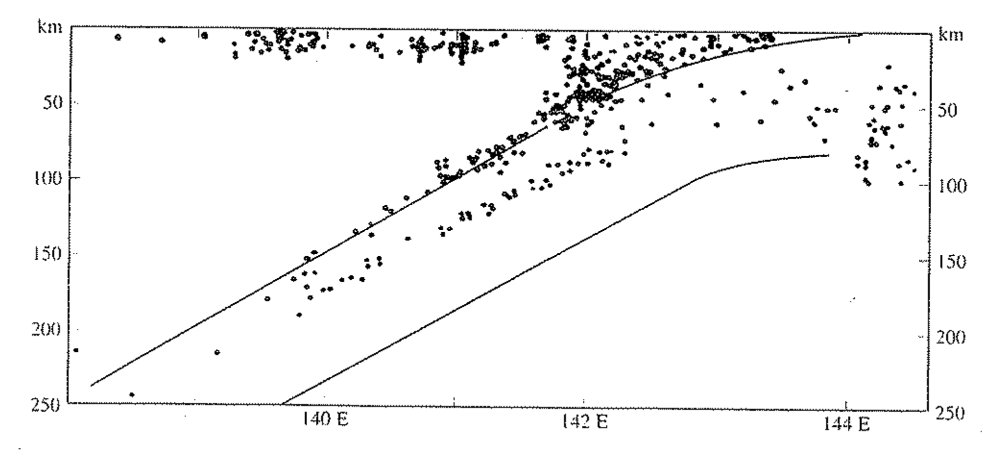


FIGURA 22.9. Distribución de terremotos en profundidad en una zona de subducción (zona de Benioff) en Tohoku, Japón (según Hasegawa, Umino y Takagi).

Las anomalías gravimétricas a lo largo de un corte transversal al margen de subducción muestran un mínimo muy pronunciado y abrupto sobre la sima oceánica, seguido por una anomalía positiva suave (Fig. 22.8). Esta parte positiva de la anomalía se explica por el aumento en la densidad de la placa con la profundidad por compactación del material en su interior. Esta anomalía positiva es la característica gravimétrica más importante, mientras que la anomalía negativa, a pesar de su valor alto, responde a fenómenos más superficiales, tales como la formación de la sima oceánica y la fracturación del material de la litosfera oceánica en la zona donde empieza a doblarse hacia el interior.

Las anomalías magnéticas no ofrecen datos de especial interés en estas zonas. Los valores de flujo térmico sí reflejan la estructura profunda de las placas buzantes, dando valores menores que la media. La disminución de flujo térmico es aquí debida a la presencia de la placa litosférica, más fría que el material del manto en el que se introduce.

22.3.3. *Márgenes de fractura, o deslizamiento horizontal*

Desde antiguo se conoce la existencia de grandes fallas de movimiento predominantemente horizontal, cuyo ejemplo más notable es la falla de San Andreas, en California. La explicación del movimiento en estas fallas no se hizo clara hasta el trabajo de J. T. Wilson, de 1965, en el que explicó su función y les dio el nombre de fallas de transformación *(transform faults)*. Una de las características que más impresionó a Wilson fue que en estas fallas el desplazamiento termina súbitamente a los dos extremos de la falla. La explicación ofrecida es que las fallas conectan zonas de extensión y subducción entre sí o unas con otras. De los seis tipos posibles se representan en la figura 22.10 tres de ellos; los dos primeros son fallas que conectan zonas de extensión o subducción entre sí, y el tercero, mixto, una zona de extensión con una de subducción. Estas fallas son necesarias para explicar el movimiento de las placas, que no sería posible sin la existencia de este tipo de margen. En todos los tipos, el movimiento

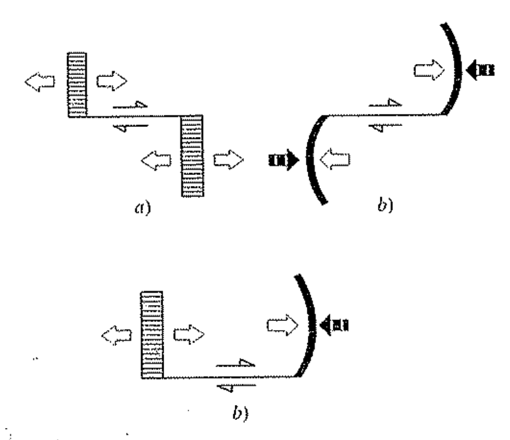


FIGURA 22.10. Tipos de fallas de transformación conectando: *a*) dos zonas de extensión; *b*) dos de subducción, y *c*) una de extensión con una de subducción.

horizontal se transforma en los extremos, bien en movimiento de expansión o de subducción, lo que explica su nombre. En la práctica, la situación no es tan simple como la ofrecida en los esquemas de la figura 22.10, aunque existen ejemplos muy claros: como la falla de San Andreas, que conecta dos zonas de extensión, y la del Caribe, que une las zonas de subducción del arco de las Antillas y de la costa de México.

Los terremotos en estas fallas llegan a tener magnitudes muy grandes ($M > 8$), baste recordar el de San Francisco, ocurrido en la falla de San Andreas, en 1906, en el que la ruptura se extendió a más de 300 km, o los ocurridos a lo largo de la falla Azores-Gibraltar. Su mecanismo es de fallas casi verticales de movimiento horizontal, es decir, de desgarre o salto en dirección (Fig. 22.6). El sentido del movimiento, determinado en los mecanismos de estos terremotos, coincide con el que corresponde al producido por el mecanismo de transformación, y no al de fallas transcurrentes que hubieran desplazado las dorsales. La presencia y sentido del movimiento de estas fallas en las dorsales oceánicas se puede apreciar también en los desplazamientos de las franjas de las anomalías magnéticas.

22.4. Orogénesis y volcanismo

Antes de la aparición de la tectónica de placas, la explicación de los procesos de orogénesis se vincula a la noción de geosinclinal, introducida originalmente por J. D. Dana y J. Hall a mediados del siglo pasado. El proceso de geosinclinal se suele dividir en una fase previa de sedimentación marina en márgenes continentales con un progresivo hundimiento de la corteza que permite grandes espesores de sedimentos seguida de otra de tectogénesis, en la que los sedimentos depositados sufren diversos plegamientos, y otra posterior de orogénesis propiamente dicha, producida por un levantamiento epirogénico con nuevos plegamientos y fracturas. Al conjunto de todo este fenómeno se le denomina fase orogénica. Estas fases están agrupadas en ciclos, de los que a lo largo de la historia geológica de la Tierra se distinguen tres, Caledoniano, Hercínico y Alpino.

La aplicación de la tectónica de placas ha llevado a una revisión radical de las ideas orogénicas. Muchos autores cuestionan hoy la utilidad del concepto mismo de geosinclinal, debido a la variedad de situaciones en las diversas cadenas montañosas, que apenas presentan características comunes. Dentro del nuevo contexto se puede decir que las orogénesis están asociadas a procesos en los márgenes de placas, en los que las rocas provenientes de depósitos sedimentarios marginales son plegadas y fracturadas, produciéndose además fenómenos de magmatismo y volcanismo. En unos casos, la orogénesis se produce en la colisión de dos bordes continentales, cuando ha desaparecido la placa oceánica intermedia, y en otros, en la de uno continental con uno oceánico. En el primer caso, los sedimentos depositados en ambas márgenes continentales sufren diversos grados de deformación, bajo la acción de fuerzas compresivas horizontales, que dan origen a plegamientos y fracturas y, en consecuencia, a acortamientos y engrosamientos de la corteza. En el segundo, el empuje de la placa oceánica sobre el margen continental produce una serie de procesos que desencadenan el plegamiento de los sedimentos y su levantamiento con la presencia de abundante volcanismo.

El ejemplo más impresionante del primer tipo de orogenia es el de la cadena montañosa de los Himalayas, producida por la colisión de las placas continentales de India y Eurasia, y en la que los acortamientos de la corteza se estiman en más de 300 km, y su grosor del orden de 60 km. El cabalgamiento de los estratos se ha producido en este caso hacia el sur, en el material depositado en el margen norte de la placa de la India, doblándose hacia atrás con respecto a la dirección de su avance. Algo distinto es el caso de los Alpes, en los que la orogénesis tiene lugar por la colisión repetida del margen sur de la placa de Eurasia con el promontorio Adriático (hoy península Itálica), perteneciente a la placa de África, en el movimiento de cierre del antiguo Mediterráneo. La situación es pues muy compleja. Se supone que una zona de subducción se ha formado hacia el sur, con penetración de la parte oceánica debajo del borde Adriático y se han producido cabalgamientos en la superficie del material proveniente del sur sobre la placa Euroasiática (Fig. 22.11).

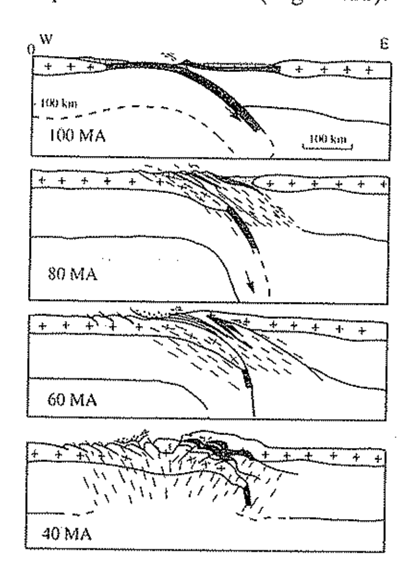


FIGURA 22.11. Esquema de la evolución en el tiempo de la formación de los Alpes (según Mattauer y Tapponnier).

Un ejemplo del segundo caso, es decir, de la colisión de una placa oceánica con una continental, lo constituye la formación de la cordillera de los Andes. La colisión se produce aquí entre el margen continental de la placa de América del Sur y el de la placa oceánica de Nazca, que se desplaza hacia el este desde la dorsal del Pacífico Oriental. Según la mayoría de los autores, no se dan fuertes cabalgamientos de los sedimentos, sino que el proceso de subducción produce a lo largo del tiempo una serie de arcos volcánicos en la placa continental cada vez más hacia el interior, con la ascensión del magma desde la placa que ha hecho subducción. Esta ascensión de magma produce un progresivo engrosamiento de la corteza y el plegamiento de los sedimentos. El resultado final es una ancha franja de cadenas montañosas con

volcanismo activo, paralelas al margen de la placa, con un enorme engrosamiento de la corteza que llega a alcanzar unos 70 km.

Esta breve descripción de los tres ejemplos puede servir de muestra de la diversidad de los procesos orogénicos. Esta diversidad, a su vez, hace aconsejable el tratamiento de cada caso individualmente, sin pretender sacar esquemas generales del desarrollo orogénico, que serían difícilmente aplicables a todos ellos.

Otro fenómeno asociado a los procesos de los márgenes activos es el del volcanismo, que consiste en el afloramiento a la superficie de material fundido, procedente del interior, generalmente del manto superior. Como ya se ha dicho, el volcanismo aparece tanto en los márgenes de extensión como en los de subducción. En el primer caso, en las dorsales oceánicas, la mayor parte del volcanismo es submarino y sólo en algunos casos, como en Islandia, llega a la superficie creando islas de material volcánico. En las zonas de subducción, las líneas de volcanes son generalmente paralelas a su frente. Si éste está muy separado de la costa y el margen del continente se comporta pasivamente, el volcanismo produce un arco de islas, detrás del cual suele formarse una cuenca de extensión, como sucede en todo el margen oriental de Asia. Si el frente está muy cercano a la costa y el continente avanza hacia él, el volcanismo se produce dentro de la misma placa continental, como es el caso en el margen occidental de América Central y del Sur.

El volcanismo no está limitado a los márgenes de placas, sino que se produce también en su interior, como puede verse en la figura 22.12. El ejemplo más patente de este fenómeno es el de las islas Hawai, prácticamente en el centro de la placa del Pacífico. Otros lo forman las islas volcánicas situadas en el margen pasivo de África, entre ellas las islas Canarias. Muchos de estos volcanes intra-placas están asociados a puntos calientes de los que ya se ha hablado.

En las zonas del volcanismo, el flujo geotérmico es superior a la media y la litosfera es generalmente delgada, aunque en algunos casos ésta es relativamente gruesa, dándose una migración del magma a través de su interior. El volcanismo asociado a puntos calientes está relacionado con la ascensión de magma procedente de plumas desde el manto inferior. En las dorsales o zonas de rift, el volcanismo está directamente relacionado con el mecanismo de creación de corteza oceánica y está asociado directamente a las corrientes de convección ascendentes que aportan material caliente a la superficie. El volcanismo de las zonas de subducción, al contrario, está asociado a la penetración de la capa litosférica oceánica en el manto. En principio, la placa buzante es más fría que el material del manto que la rodea, por lo que directamente no es un mecanismo que produzca calor. La fricción entre esta placa y el manto no parece que sea suficiente, por lo que algunos autores proponen mecanismos relacionados con cambios de fase en el material de la placa, para originar el calor que produce la fusión parcial del material del manto por encima de ella.

22.5. Deriva de los continentes

Todos los indicios, tanto geológicos como geofísicos, apuntan hoy a la agrupación de todos los continentes en uno solo, hace poco más de doscientos millones de años. El ensamblaje de los continentes que cierran el océano Atlántico y el de los australes,

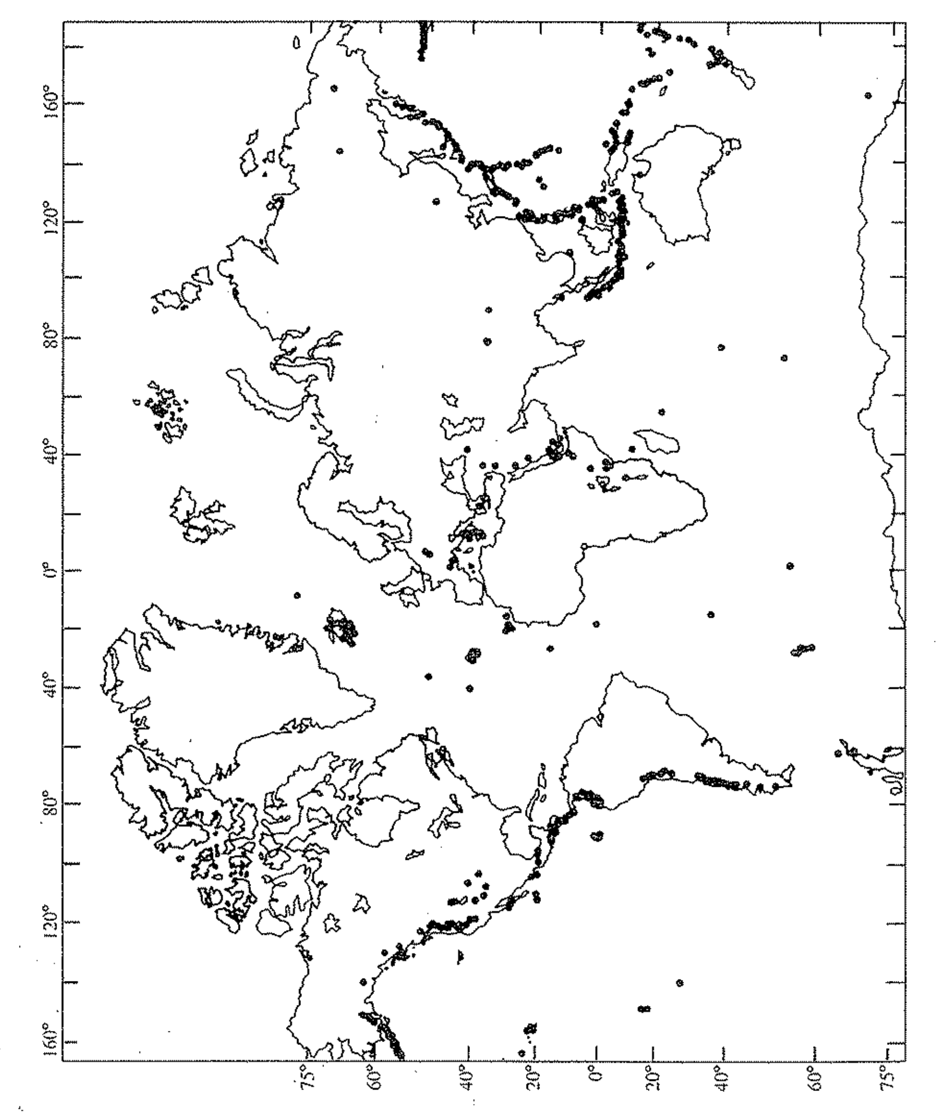


FIGURA 22.12. Distribución global de volcanes (según Turcotte y Schubert).

incluida la India, está representado en las figuras 22.13 y 22.14. Este continente único, o Pangea (Fig. 22.15), como ya se ha mencionado, quedaba formado por dos bloques unidos, el boreal o Laurasia, formado por América del Norte, Groenlandia y Eurasia, y el austral, o Gondwanaland, formado por América del Sur, África, India, Antártida y Australia. Algunos autores sostienen la idea de que estos dos supercontinentes estaban separados y que convergieron en uno solo en el Paleozoico superior, para volver a separarse otra vez en el Triásico. Esto implicaría la existencia entre Laurasia y

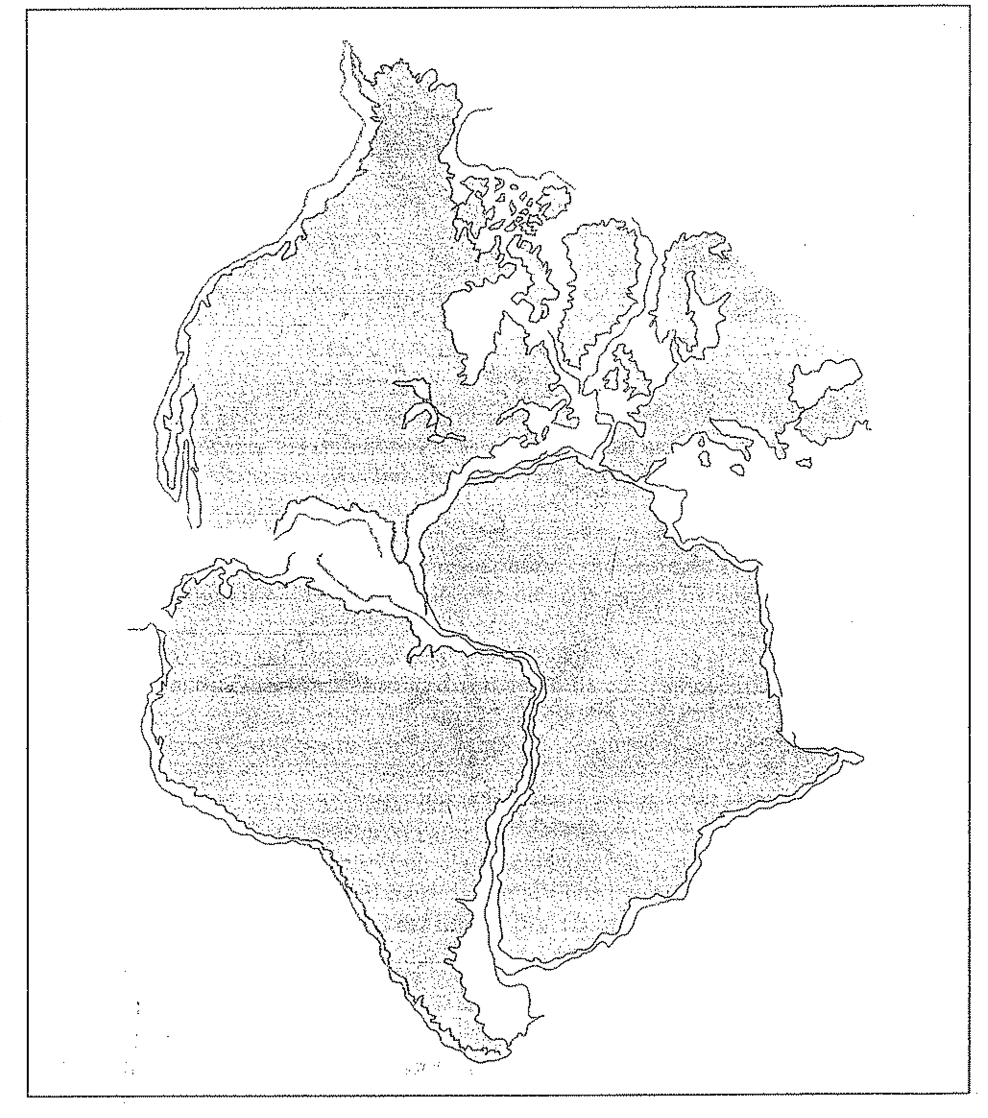


FIGURA. 22.13. Reconstrucción del cierre del Océano Atlántico (según Bullard).

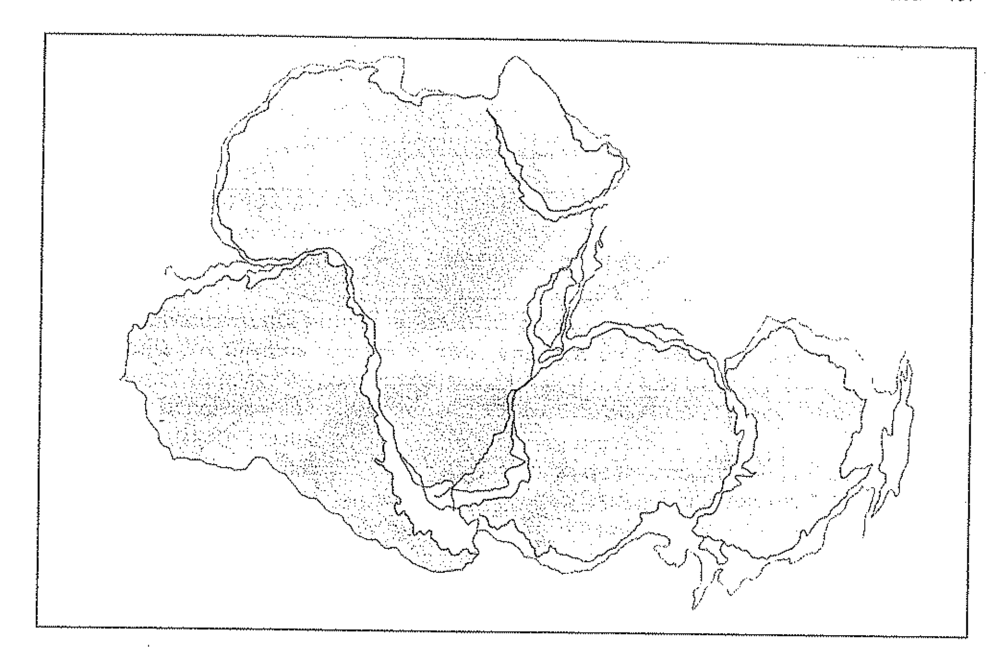


FIGURA 22.14. Reconstrucción de la agrupación de los continentes australes (según Irving).

Gondwana primero de una zona de colisión y más tarde de extensión. La situación absoluta de la Pangea con respecto a los polos geográficos de la Tierra es una cuestión más controvertida. La posición dada en la figura 22.15 está basada en los datos del paleomagnetismo, que exigen que los polos paleomagnéticos anteriores al Jurásico coincidan con los del eje de rotación de la Tierra. Estos datos dan control de las latitudes, pero no de las longitudes. Para éstas se utiliza la posición de las placas con respecto a los puntos calientes que se suponen estables a lo largo de eras geológicas. La posición de estos puntos, como ya se dijo, permite establecer un sistema de referencias para medir el movimiento absoluto de los continentes.

El comienzo de la última fracturación se sitúa hace aproximadamente doscientos millones de años en el periodo Triásico. Las primeras zonas de extensión se crean entre América del Norte y del Sur y África y en el hemisferio sur entre Antártida, la India y el margen sureste de África. Este movimiento inicia la apertura del Atlántico Norte, al mismo tiempo que se produce un acercamiento entre el margen sur de Eurasia y el norte de África creándose una zona de subducción a lo largo del antiguo Tetis.

La situación de los continentes hacia el final del Jurásico, hace ciento treinta y cinco millones de años, puede resumirse de la siguiente forma: Continúa la apertura del norte del Atlántico, creándose además el Caribe al separarse hacia el norte de América del Norte, aunque este continente sigue unido a Europa por Groenlandia. En el contexto de la apertura del Atlántico norte se inicia la rotación sinistral de la península Ibérica con la apertura del golfo de Vizcaya. Continúa el acercamiento entre

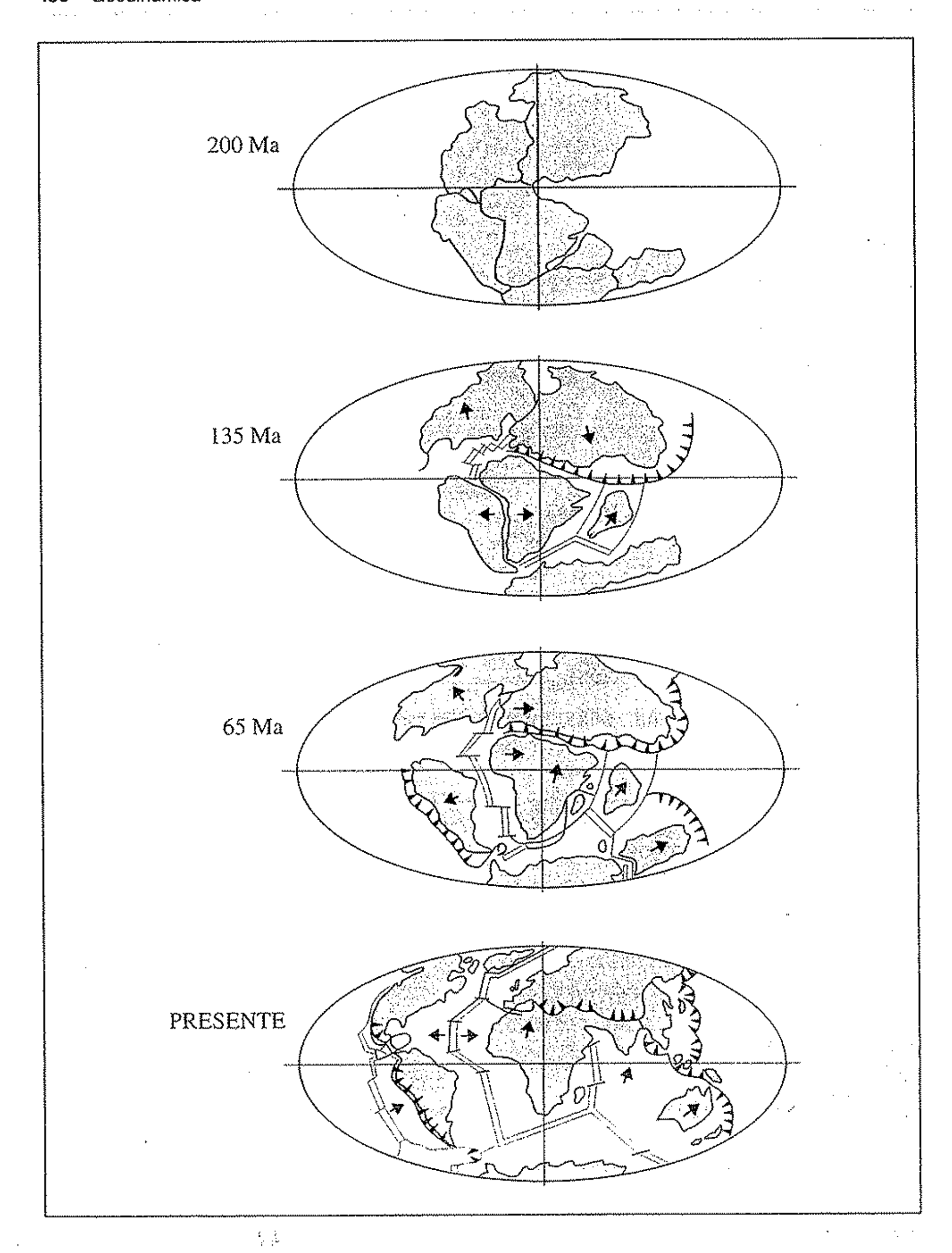


FIGURA 22.15. División de la Pangea y movimiento de los continentes hasta la posición actual (basado en el esquema de Dietz y Holden).

Eurasia y África, cerrándose la zona de subducción del Tetis. En el hemisferio sur se inicia la fracturación entre América del Sur y África y se crea el punto caliente de Walvis. Este punto caliente, situado ahora 200 km al suroeste de la isla de Tristán da Cunha, es de gran importancia para ajustar los movimientos absolutos de separación entre África y América del Sur. En el hemisferio sur continúa la separación entre África y la Antártida, aunque Australia sigue unida a este último continente. La India se desplaza rápidamente hacia el norte entre dos fallas de transformación empujada por la zona de rift al sur, y arrastrada por la zona de subducción al norte, en lo que será la región de los Himalayas. Estos movimientos se mantienen hasta el final del Cretácico, hace sesenta y cinco millones de años.

Durante los últimos sesenta y cinco millones de años se producen los procesos que resultan en la actual configuración de los continentes. La India completa su recorrido y en su colisión con el margen sur de Eurasia produce el plegamiento de los Himalayas. Durante la última parte de su desplazamiento, este continente atraviesa la posición de un punto caliente que es responsable de los basaltos de la meseta de Deccán y que ahora está situado en el océano Índico. Australia se separa definitivamente de la Antártida, desplazándose hacia el norte, y Madagascar se separa de África. El cierre progresivo del Tetis en su parte occidental da origen a la actual situación del Mediterráneo y la formación de los plegamientos del ciclo Alpino. En el hemisferio oeste se forman los plegamientos relacionados con la zona de subducción del margen occidental de América, y se produce un cierto cierre en la zona del Caribe. En el Atlántico Norte se completa la separación de Groenlandia de Europa. En el margen oriental de Eurasia se forman las zonas de subducción que bordean el Pacífico desde Alaska y las islas Aleutianas hasta Nueva Zelanda, aunque estas zonas de subducción pueden haber iniciado su actividad en una época anterior.

De una manera muy simplificada y esquemática, según el esquema de Dietz y Holden, los movimientos entre las placas más importantes están condicionados por tres sistemas principales de extensión y otros tantos de subducción (Fig. 22.15).

22.6. Mecanismo del movimiento de las placas

En su teoría de la deriva continental, Wegener invocaba como origen de las fuerzas que desplazan los continentes principalmente aquellas que se derivan de la rotación de la Tierra y mareas, aunque también llegó a mencionar las corrientes de convección térmica en el interior del manto. El movimiento de los continentes se concebía entonces como el de bloques de material rígido ligero, flotando sobre un sustrato viscoso más denso. En la tectónica de placas, como ya se ha mencionado, los continentes forman parte de las placas litosféricas, cuyo espesor es de unos 100 km y que forman realmente las unidades dinámicas. Los diversos sistemas de fuerzas que se han propuesto para explicar el desplazamiento de las placas se pueden reducir a cuatro (Fig. 22.16). Los dos primeros están formados por fuerzas que actúan en los márgenes y en ellas puede actuar el efecto de la gravedad. Las placas o bien son empujadas desde los centros de extensión o dorsales por la acción de cuña del nuevo material que surge del manto, o arrastradas desde las zonas de subducción por el peso de la capa buzante que ha adquirido una mayor densidad que la del medio que

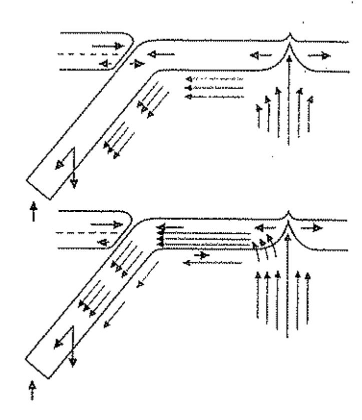


FIGURA 22.16. Dos modelos del mecanismo del movimiento de las placas y fuerzas actuando sobre ellas.

la rodea. Los otros dos se derivan de la existencia de corrientes de convección térmica, bien en todo el manto o sólo en su parte superior. En el primero de estos mecanismos, las corrientes de convección del manto arrastran la placa litosférica por medio de un acoplamiento viscoso en su superficie interna. Como mostró McKenzie, una forma modificada de este mecanismo puede ser compatible con las observaciones. El segundo mecanismo, propuesto por Orowan y Elsasser, en 1967, y después por Oxburg y Turcotte, incorpora la placa litosférica a la corriente misma de convección. Esto es, la placa constituye la región fría de la corriente de convección de material caliente y viscoso del manto superior. La placa litosférica rígida actúa como una guía de esfuerzos que transmite el movimiento de la convección térmica.

En sentido contrario a estas fuerzas se encuentran las que deben ser superadas para producir el movimiento. Entre ellas están las que se oponen a la penetración de la capa buzante en el manto, sobre todo cuando ésta llega a su profundidad máxima y las que actúan en el frente de subducción, por la resistencia de la placa oceánica a doblarse hacia abajo y sobre la parte continental empujándola hacia atrás. El arrastre viscoso entre la litosfera y el manto puede también considerarse como una resistencia cuando el movimiento de la litosfera es más rápido que el del material de la astenosfera.

Actualmente se piensa que el mecanismo predominante del movimiento de las placas es el resultante de corrientes de convección térmica en el material del manto, que también pueden incluir en parte a la litosfera. Las fuerzas gravitacionales derivadas de las diferencias de densidad forman también parte de este mecanismo. La capa buzante de las zonas de subducción introduce material frío, que determina la forma de la célula convectiva y al aumentar su densidad, al pasar su material a tener una densidad mayor que la del manto, añade un componente gravitacional en el arrastre de la placa. Los dos mecanismos que hemos explicado antes del movimiento de la placa pueden estar presentes, ya sea por arrastre viscoso del movimiento del manto o por ser ella misma parte del movimiento convectivo. Según M. H. Bott, el segundo es el más probable y el efecto más importante es el de las fuerzas aplicadas a los extremos de las placas, tanto en las zonas de extensión como en las de subducción. En estos últimos, la fuerza vertical de arrastre de la capa se traduce en fuerzas de arrastre horizontal de toda la placa hacia el frente de subducción.

El problema de si la convección se extiende a todo el espesor del manto o está reducida a sólo su parte superior, no está todavía resuelto. Otra posibilidad es la existencia de dos sistemas no acoplados de corrientes, uno en el manto superior y otro en el inferior. En todo caso, los modelos teóricos simplificados de convección sólo pueden ofrecer una indicación muy aproximada de la situación real. Una mejor aproximación exige modelos más complicados de convección en los que deben considerarse formas asimétricas, viscosidades variables y distribución de fuentes de calor en el manto.

Un problema muy importante y todavía no del todo resuelto es el del mecanismo por el cual se inicia la fractura de la litosfera continental. Generalmente, se admite que las zonas actuales de rift, como las del África oriental, representan el comienzo de una de estas fracturas. Estas estructuras están formadas hoy por un abombamiento de la corteza, formación de grabens y abundante volcanismo. Al mismo tiempo se da un adelgazamiento de la litosfera con la ascensión hacia la superficie de material parcialmente fundido de la astenosfera. Estos mecanismos son necesarios para iniciar la fracturación y separación de dos continentes, y deben ir acompañados de fuertes fuerzas tensionales. Los primeros pasos de este proceso pueden ser una intensa actividad de puntos calientes, con aportación de material fundido desde el manto inferior y progresivo debilitamiento de la litosfera. En esta región se daría una acumulación de esfuerzos tensionales en la corteza rígida que resultaría en fallas normales y la inyección de magma desde abajo. Poco a poco se iría formando un margen de extensión con la formación de un nuevo océano intermedio.

22.7. Bibliografía

Una exposición de las ideas geodinámicas anteriores al desarrollo de la tectónica de placas se puede encontrar en:

GOGUEL, J. (1952): *Traité de Tectonique*. Masson, París.
SCHEIDEGGER, A. E. (1963): *Principles of Geodynamics*. Academic Press, Nueva York.

La bibliografía sobre geodinámica posterior a la teoría tectónica de placas es abundante y se encuentra a niveles muy distintos. Los textos generales recientes incluyen capítulos sobre este tema como COUL 39 y 41 y Press y Siever (1974) 21. Recientemente se ha vuelto a publicar una traducción al español de la obra de Wegener, la primera fue en 1924 por V. Inglada, cuya consulta es siempre de interés. Los aspectos históricos están reflejados en la obra de Hallam, los libros de Cox y de Bird e Isacks recogen una colección de trabajos pioneros en el desarrollo de la teoría con introducciones muy ilustrativas, Turcotte y Schubert es particularmente interesante por su enfoque cuantitativo, así como las obras de Bott y Lliboutry por su tratamiento detallado de los problemas y las de Beloussov y Carey por su postura crítica.

BELOUSSOV, V. V. (1981): *Continental endogenous regimens*. Mir Publ., Moscú.
BIRD e ISACKS, J. M. (ed.) (1972); *Plate tectonics*. American Geophysical Union, Washington.
BOTT, M. H. P. (1982): *The interior of the earth; its structure, constitution and evolution* (2.ª ed). Edward Arnold, Londres.

CAREY, S. W. (1976): *The expanding earth.* Elsevier, Amsterdam.
COX, A. (1973): *Plate tectonics and geomagnetic reversals.* W. H. Freeman, San Francisco.
KEAREY, P., y VINE, F. J. (1990): *Global tectonics.* Blackwell Scientific Publications, Oxford.
LLIBOUTRY, L. (1982): *Tectonophysique et Geodynamique.* Masson, París.
MATTAUER, M. (1976): *Las deformaciones de los materiales de la corteza terrestre.* Omega, Barcelona.
MCELHINNY, M. W., y VALENCIO, D. (ed.) (1981): *Paleoreconstruction of the continents.* Geodynamic series. American Geophysical Union, Washington.
PICHON, X. LE; FRANCHETEAU, J., y BONIN, J. (1963): *Plate tectonics.* Elsevier, Amsterdam.
TURCOTTE, D. L., y SCHUBERT, G. (1982): *Geodynamics. Application of continuous physics to geological problems.* John Viley and Sons, Nueva York.
WEGENER, A. (1983): *El origen de los continentes y océanos.* Pirámide, Madrid.
WILSON, J. T. (ed.) (1976): *Deriva continental y tectónica de placas* (2.ª ed.). V. H. Blume, Madrid.
WYLEY, P. J. (1971): *The dinamic earth. Textbook in geoscience.* John Wiley, Nueva York.

Definiciones

Un escalar es una cantidad con un solo valor para cada punto del espacio que es independiente del sistema de coordenadas.

Un vector es una cantidad de tres componentes en el espacio, que se transforma bajo rotación del sistema de ejes como las coordenadas de un punto. Para los vectores se utilizan las letras negrillas, mientras para los escalares las normales. Un vector se puede representar por sus tres componentes en las direcciones de los ejes cartesianos (x, y, z) o (x_1, x_2, x_3) o por la suma de sus tres componentes multiplicados por los vectores unitarios $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$, en la dirección de los tres ejes. En la notación de subíndices, un vector lleva un solo subíndice a_i, donde $i = 1, 2, 3$.

$$\boldsymbol{a} = a_i = (a_x, a_y, a_z) = (a_1, a_2, a_3) = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k} \qquad [A1.1]$$

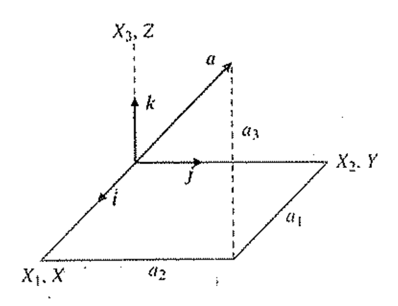


FIGURA A1.1. Sistema de coordenadas cartesianas y componentes de un vector.

Si (x_1, x_2, x_3) es un sistema de ejes cartesianos y (x'_1, x'_2, x'_3) otro con el mismo origen efectuado un giro especificado por los ángulos

$$\cos(x_1, x'_1) = \beta_{11}$$

y, en general:

$$\cos(x_i, x'_j) = \beta_{ij} \quad [A1.2]$$

La transformación de los componentes del vector a_i referido al sistema x_i a los correspondientes a'_i del sistema x'_i, viene dada por:

$$a'_i = \sum_{j=1}^{3} \beta_{ij} a_j = \beta_{ij} a_j \quad [A1.3]$$

En esta expresión se ha utilizado la convención de la suma, es decir, los subíndices repetidos se entienden siempre que están sumados sobre sus tres valores y no es necesario usar el símbolo del sumatorio.

Un tensor cartesiano de segundo rango se puede definir en forma análoga a la definición de vector, como una cantidad de nueve componentes que se transforman en una rotación de ejes de acuerdo con la ley,

$$b'_{ij} = \beta_{im}\beta_{jn} b_{mn} \quad [A1.4]$$

Un ejemplo de tensor de segundo rango es la cantidad β_{ij}, formada por los cosenos de los ángulos entre los ejes de los sistemas x_i y x'_i. Para el fin de este libro, en el que se utilizan preferentemente vectores y tensores cartesianos de segundo orden, nos basta esta definición; para una definición más general y rigurosa nos referimos a los textos especializados de matemáticas.

Operaciones con vectores y tensores

Las operaciones de sumas o restas de vectores o tensores no implican ninguna dificultad; en la notación de subíndices se deben utilizar los mismos subíndices en toda la expresión,

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} \quad [A1.5]$$

$$c_i = a_i + b_i \quad [A1.6]$$

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \quad [A1.7]$$

El producto escalar de dos vectores se representa en la notación de subíndices por medio del tensor δ_{ij}, delta de Kroneker definido por:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & : \text{ si } i = j \\ 0 & ; \text{ si } i \neq j \end{cases} \quad [A1.8]$$

en la forma

$$a = \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{c} = bc \cos(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) \quad [A1.9]$$

$$a = \delta_{ij} b_i c_j = b_i c_i = b_1 c_1 + b_2 c_2 + b_3 c_3 \quad [A1.10]$$

El producto vectorial se representa con la ayuda del tensor alternante e_{ijk} definido por:

$$e_{ijk} = \begin{cases} = 1 & ; \ i \neq j \neq k \text{ (permutaciones de orden par)} \\ = -1 & ; \ i \neq j \neq k \text{ (permutaciones de orden impar)} \\ = 0 & ; \text{ algún subíndice repetido} \end{cases} \quad [A1.11]$$

En este caso, para

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c} = bc \operatorname{sen}(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{c})\boldsymbol{e} \quad [A1.12]$$

donde $\boldsymbol{e}$ es el vector unitario normal al plano en el que se encuentran $\boldsymbol{b}$ y $\boldsymbol{c}$, positivo en la dirección del giro dextrogiro de $\boldsymbol{b}$ hacia $\boldsymbol{c}$. En la notación de subíndices se tiene:

$$a_i = e_{ijk} b_j c_k \quad [A1.13]$$

La relación entre los tensores δ_{ij} y e_{ijk} viene dada por:

$$e_{ijk} e_{ilm} = \delta_{jl}\delta_{km} - \delta_{jm}\delta_{kl} \quad [A1.14]$$

Los productos de tres vectores vienen representados, el escalar por:

$$d = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c} \quad [A1.15]$$

$$d = e_{ijk} a_i b_j c_k \quad [A1.16]$$

y el vectorial por:

$$\boldsymbol{d} = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c} = (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c})\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b})\boldsymbol{c} \quad [A1.17]$$

$$d_i = e_{ijk} e_{klm} a_j b_l c_m = a_j c_j b_i - a_j b_j c_i \quad [A1.18]$$

En la última expresión se ha utilizado la ecuación [A1.14].

Campos escalares y vectoriales

En física se hace uso frecuente del concepto de campo escalar y vectorial. De forma simplificada, un campo se puede definir como una función escalar o vectorial de las coordenadas del espacio. Las operaciones más comunes definidas sobre ellos son el gradiente, la divergencia y el rotacional. La notación vectorial utiliza el operador nabla ∇, definido por las derivadas parciales con respecto a las tres coordenadas del espacio, en coordenadas cartesianas viene dado por:

$$\nabla = \boldsymbol{i}\frac{\partial}{\partial x} + \boldsymbol{j}\frac{\partial}{\partial y} + \boldsymbol{k}\frac{\partial}{\partial z} \qquad [A1.19]$$

El gradiente de un campo escalar $f(x, y, z)$ viene representado por:

$$\boldsymbol{a} = \nabla f = \boldsymbol{i}\frac{\partial f}{\partial x} + \boldsymbol{j}\frac{\partial f}{\partial y} + \boldsymbol{k}\frac{\partial f}{\partial z} \qquad [A1.20]$$

En notación de subíndices es

$$a_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \frac{\partial f}{\partial x_3}\right) = f_{,i} \qquad [A1.21]$$

donde en el último término se utiliza la coma para representar las derivadas con respecto a las coordenadas de los subíndices que aparecen detrás de ella.

El gradiente de un campo vectorial $F_i(x_1, x_2, x_3)$ es un tensor

$$a_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial x_j} = F_{i,j} \qquad [A1.22]$$

La divergencia de un campo vectorial es una función escalar

$$a = \nabla \cdot \boldsymbol{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} \qquad [A1.23]$$

y en notación de subíndices

$$a = \delta_{ij}\frac{\partial F_i}{x_j} = \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = \frac{\partial F_1}{\partial x_1} + \frac{\partial F_2}{\partial x_2} + \frac{\partial F_3}{\partial x_3} \qquad [A1.24]$$

El rotacional de un campo vectorial es otra función vectorial

$$\boldsymbol{a} = \nabla \times \boldsymbol{F} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}, \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}, \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right) \qquad [A1.25]$$

en notación de subíndices

$$a_i = e_{ijk}\frac{\partial F_k}{\partial x_j} = e_{ijk}F_{k,j} \qquad [A1.26]$$

Usando la notación de subíndices y la relación [A1.14] se puede demostrar fácilmente la conocida relación

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{F} = \nabla\nabla \cdot \boldsymbol{F} - \nabla^2\boldsymbol{F} \qquad [A1.27]$$

en efecto:

$$e_{ijk}e_{klm}F_{m,jl} = F_{j,ji} - F_{i,jj} \qquad [A1.28]$$

En las ecuaciones en las que sólo aparecen combinaciones lineales de vectores con coeficientes escalares es suficiente la notación vectorial. En las que aparecen vectores y tensores, la de subíndices es más conveniente y compacta.

En los problemas relacionados con los distintos campos de la Tierra es muy generalizado el uso de coordenadas esféricas polares. La posición de un punto en ellas viene dada por la distancia r desde el origen y los ángulos θ y λ. Con respecto a un sistema cartesiano x_1, x_2, x_3, el ángulo θ se mide desde el eje x_3 a la dirección de r, y λ desde x_1 a la proyección de r sobre el plano x_1, x_2. Las coordenadas están definidas en el rango $0 < r < \infty$, $0 < \theta < \pi$, $0 < \lambda < 2\pi$ (Fig. A2.1). La relación entre las coordenadas (r, θ, λ) y (x_1, x_2, x_3) de un punto es:

$$x_1 = r \operatorname{sen} \theta \cos \lambda \qquad [A2.1]$$

$$x_2 = r \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \lambda \qquad [A2.2]$$

$$x_3 = r \cos \theta \qquad [A2.3]$$

La transformación inversa es:

$$r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \qquad [A2.4]$$

$$\theta = \cos^{-1}\left[\frac{x_3}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}}\right] \qquad [A2.5]$$

$$\lambda = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{x_2}{x_1}\right) \qquad [A2.6]$$

En cada punto del espacio P (r, θ, λ) se puede construir un sistema de tres ejes cartesianos unitarios $\boldsymbol{e}_r$, $\boldsymbol{e}_\theta$, $\boldsymbol{e}_\lambda$ en las direcciones positivas del incremento de cada una de las coordenadas. Estos vectores cambian de dirección para cada punto y son, por

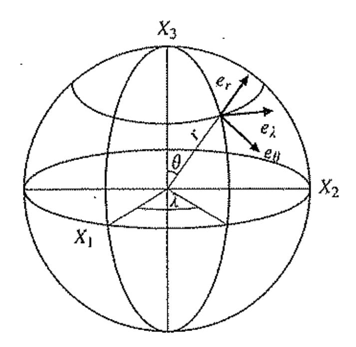


FIGURA A2.1. Sistema de coordenadas esféricas polares.

tanto, función de las coordenadas. Las relaciones entre los vectores $\boldsymbol{e}_r$, $\boldsymbol{e}_\theta$, $\boldsymbol{e}_\lambda$ y los vectores unitarios $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$, en la dirección de los ejes x_1, x_2, x_3, son:

$$\boldsymbol{e}_r = \operatorname{sen}\theta\cos\lambda\boldsymbol{i} + \operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\lambda\boldsymbol{j} + \cos\theta\boldsymbol{k} \qquad [A2.7]$$

$$\boldsymbol{e}_\theta = \cos\theta\cos\lambda\boldsymbol{i} + \cos\theta\operatorname{sen}\lambda\boldsymbol{j} + \operatorname{sen}\theta\boldsymbol{k} \qquad [A2.8]$$

$$\boldsymbol{e}_\lambda = -\operatorname{sen}\lambda\boldsymbol{i} + \cos\lambda\boldsymbol{j} \qquad [A2.9]$$

Los elementos de línea ds, de área dS sobre una esfera de radio constante y de volumen dV son:

$$\boldsymbol{ds} = (dr, r d\theta, r \operatorname{sen}\theta\, d\lambda) \qquad [A2.10]$$

$$dS = r^2 \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\lambda \qquad [A2.11]$$

$$dV = r^2 \operatorname{sen}\theta\, dr\, d\theta\, d\lambda \qquad [A2.12]$$

El gradiente de una función escalar $f(r, \theta, \lambda)$, la divergencia y el rotacional de una vectorial $\boldsymbol{F} = (F_r, F_\theta, F_\lambda)$, vienen respectivamente dados por:

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial r}, \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}, \frac{1}{r\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right) \qquad [A2.13]$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{F} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 F_r) + \frac{1}{r\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(\operatorname{sen}\theta F_\theta) + \frac{1}{r\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial F_\lambda}{\partial \lambda} \qquad [A2.14]$$

$$\nabla \times \boldsymbol{F} = \left[\frac{1}{r\operatorname{sen}\theta}\left(\frac{\partial}{\partial \theta}(\operatorname{sen}\theta F_\lambda) - \frac{\partial F_\theta}{\partial \lambda}\right),\right.$$

$$\frac{1}{r}\left(\frac{1}{\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial F_r}{\partial \lambda} - \frac{\partial}{\partial r}(r F_\lambda)\right),$$

$$\left.\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(r F_\theta) - \frac{\partial F_r}{\partial \theta}\right)\right] \qquad [A2.15]$$

El laplaciano tiene la forma:

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\operatorname{sen}\theta\frac{\partial f}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\operatorname{sen}^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial \lambda^2} \qquad [A2.16]$$

Apéndice 3

ECUACIÓN DE LAPLACE Y ARMÓNICOS ESFÉRICOS

En muchos problemas relacionados con los campos de fuerzas de la Tierra aparecen funciones de las coordenadas del espacio que para una determinada región satisfacen la ecuación de Laplace. Esta ecuación en coordenadas cartesianas viene dada por:

$$\nabla^2 V(x, y, z) = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \qquad [A3.1]$$

Debido a la simetría esférica de la Tierra, en los problemas geofísicos es conveniente expresar esta ecuación en coordenadas esféricas polares (r, θ, λ):

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{\operatorname{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\operatorname{sen}\theta \frac{\partial V}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{\operatorname{sen}^2\theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \lambda^2} = 0 \qquad [A3.2]$$

Para resolver esta ecuación se aplica el método de separación de variables en dos partes, primero en la forma:

$$V(r, \theta, \lambda) = R(r)\, S(\theta, \lambda) \qquad [A3.3]$$

La función $S(\theta, \lambda)$ representa la distribución de la función sobre cada superficie de radio r. Sustituyendo en [A3.2] resulta:

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{dR}{dr}\right) = -\frac{1}{S \operatorname{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\operatorname{sen}\theta \frac{\partial S}{\partial \theta}\right) - \frac{1}{S \operatorname{sen}^2\theta} \frac{\partial^2 S}{\partial \lambda^2} \qquad [A3.4]$$

Introduciendo la constante de separación $n(n+1)$ donde n es entero y positivo se obtienen dos ecuaciones, una para R y otra para S:

$$r^2\frac{d^2R}{dr^2} + 2r\frac{dR}{dr} - n(n+1)R = 0 \qquad [A3.5]$$

$$\text{sen}\,\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\text{sen}\,\theta\frac{\partial S}{\partial\theta}\right) + \frac{\partial^2 S}{\partial\lambda^2} + \text{sen}^2\,\theta\, n(n+1)S = 0 \qquad [A3.6]$$

La ecuación [A3.5] tiene por soluciones:

$$R = Ar^n + Br^{-n-1} \qquad [A3.7]$$

En la ecuación [A3.6] si S es sólo función de θ, es decir, el problema tiene simetría con respecto a λ, sustituyendo $\cos\theta = z$, se obtiene:

$$(1-z^2)\frac{d^2S}{dz} - 2z\frac{dS}{dz} + n(n+1)S = 0 \qquad [A3.8]$$

Esta es la ecuación diferencial de Legendre, por lo que sus soluciones pueden escribirse en la forma:

$$S = AP_n(z) + BQ_n(z) \qquad [A3.9]$$

donde $P_n(\cos\theta)$ son los polinomios de Legendre de primera clase, y $Q_n(\cos\theta)$, los de segunda. Estos últimos no están acotados para los valores extremos del argumento, lo que no se ajusta a los problemas geofísicos. Los polinomios de primera clase pueden deducirse de una función generatriz, la más sencilla es:

$$(1 - 2zx + x^2)^{-1/2} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n P_n(z) \qquad [A3.10]$$

El resultado general en función de las potencias de la variable z es:

$$P_n(z) = \sum_{j=0}^{k} (-1)^j \frac{(2n-2j)!\, z^{n-2j}}{2^n j!\,(n-j)!\,(n-2j)!} \qquad [A3.11]$$

donde $k = n/2$, o $(n-1)/2$ de forma que sea un entero. Los valores de los primeros de estos polinomios son:

$$P_0 = 1 \quad ; \quad P_1 = \cos\theta \quad ; \quad P_2 = \frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1)$$

$$P_3 = \frac{1}{2}(5\cos^3\theta - 3\cos\theta) \quad ; \quad P_4 = \frac{1}{8}(35\cos^4\theta - 30\cos^2\theta + 3)$$

Los polinomios de un grado y de los grados precedentes o siguientes y sus derivadas están relacionados por varias fórmulas de recurrencia, por ejemplo:

$$(n+1)P_{n+1}(z) = (2n+1)\,zP_n(z) - nP_{n-1}(z) \qquad [A3.12]$$

$$(z^2-1)P_n'(z) = nzP_n(z) - nP_{n-1}(z) \qquad [A3.13]$$

Debido a que estas funciones dependen sólo del $\cos\theta$, reciben el nombre de armónicos esféricos zonales de superficie.

La condición de ortogonalidad de estas funciones se expresa por:

$$\int_{-1}^{1} P_n(z)P_m(z)dz = \delta_{mn}\frac{2}{2n+1}$$

Si la función $S(\theta,\lambda)$ depende de ambas coordenadas, utilizando de nuevo la separación de variables,

$$S(\theta,\lambda) = X(\theta)Y(\lambda) \qquad [A3.14]$$

Sustituyendo en [A3.6] se obtienen ecuaciones para cada una de las funciones, introduciendo la constante de separación m^2:

$$\frac{d^2Y}{d\lambda^2} + m^2Y = 0 \qquad [A3.15]$$

$$(1-z^2)\frac{d^2X}{dz^2} - 2z\frac{dX}{dz} + \left[n(n+1) - \frac{m^2}{1-z^2}\right]X = 0 \qquad [A3.16]$$

en la segunda se ha sustituido $\cos\theta = z$. La solución de la primera ecuación son funciones armónicas de λ:

$$Y = A\cos m\lambda + B\,\text{sen}\, m\lambda \qquad [A3.17]$$

En la segunda ecuación sustituyendo $X = (1-z^2)^{m/2}Z$, ésta se transforma en una ecuación para Z, que se puede obtener tomando la derivada de orden m de la ecuación de Legendre. Las soluciones para X son, por tanto, las funciones asociadas de Legendre:

$$X = P_n^m(z)$$

que se obtienen de los polinomios respectivos por la relación

$$P_n^m(z) = (1-z^2)^{m/2}\frac{d^m}{dz^m}P_n(z) \qquad [A3.18]$$

Las funciones asociadas de Legendre para los primeros valores de m y n son:

$$P_1^0 = \cos\theta \quad ; \quad P_1^1 = \operatorname{sen}\theta$$

$$P_2^0 = \frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1) \quad ; \quad P_2^1 = 3\operatorname{sen}\theta\cos\theta \quad ; \quad P_2^2 = 3\operatorname{sen}^2\theta$$

$$P_3^0 = \frac{1}{2}(5\cos^3\theta - 3\cos\theta) \quad ; \quad P_3^1 = \frac{1}{2}\operatorname{sen}\theta\,(15\cos^2\theta - 3)$$

$$P_3^2 = 15\operatorname{sen}^2\theta\cos\theta \quad ; \quad P_3^3 = 15\operatorname{sen}^3\theta$$

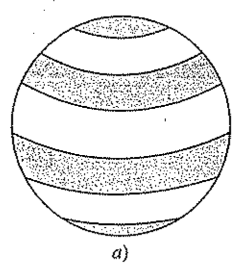
Las soluciones para $S(\theta, \lambda)$ pueden expresarse ahora en la forma:

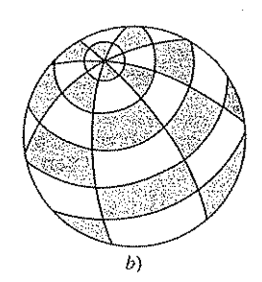
$$S_{nm}(\theta, \lambda) = (A_n^m \cos m\lambda + B_n^m \operatorname{sen} m\lambda)P_n^m(\cos\theta) \qquad [A3.19]$$

Estas funciones se denominan armónicos esféricos de superficie o armónicos esféricos teserales. A las funciones que dependen sólo de λ se las suele llamar armónicos sectoriales. Generalmente es costumbre introducir un factor de normalización en la definición de los armónicos de superficie de forma que su valor medio cuadrático sobre la superficie de la esfera quede especificado. Para que este valor sea la unidad (normalización total) el factor es:

$$2(2n+1)\frac{(n-m)!}{(n+m)!}$$

La representación sobre la esfera de los diferentes armónicos viene dada por líneas de paralelos y meridianos que corresponden a sus raíces separando valores positivos y negativos (Fig. A3.1).


a)


b)

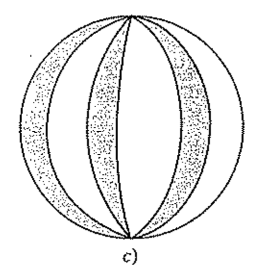

c)

FIGURA A3.1. Representación de los armónicos esféricos: *a*) zonales, *b*) teserales, y *c*) sectoriales.

En Geomagnetismo se suele utilizar una normalización parcial propuesta por Schmidt en la que el factor es:

$$\frac{2(n-m)!}{(n+m)!}$$

Multiplicando los armónicos de superficie por las funciones de r, se obtienen los armónicos esféricos sólidos:

$$(ar^n + br^{-n-1})S_{nm}(\theta, \lambda)$$

Finalmente, la solución general de la ecuación de Laplace se expresa como la suma de las soluciones encontradas:

$$V(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{n}(ar^n + br^{-n-1})(A_n^m \cos m\lambda + B_n^m \operatorname{sen} m\lambda)P_n^m(\cos\theta) \qquad [A3.20]$$

Apéndice 4
UNIDADES

En Geofísica, como en otros campos de la Física, se ha generalizado el uso del Sistema Internacional de Unidades (SI), aunque se sigan utilizando en algunos casos las de otros sistemas. Las unidades fundamentales del sistema SI son: longitud, metro (m); masa, kilogramo (kg); tiempo, segundo (s); corriente eléctrica, amperio (A); temperatura, Kelvin (K); cantidad de sustancia, mol (mol); intensidad luminosa, candela (cd).

Algunas unidades SI derivadas con nombre especial son:

Energía	julio	J	$kg\ m^2/s^2$
Fuerza	newton	N	$kg\ m/s^2$
Potencia	vatio	W	J/s
Presión	pascal	Pa	N/m^2
Carga eléctrica	culombio	C	A s
Diferencia de potencial eléctrico	voltio	V	J/A s
Resistencia eléctrica	ohmio	Ω	V/A
Conductancia eléctrica	siemen	S	Ω^{-1}
Capacidad eléctrica	faradio	F	As/V
Flujo magnético	weber	Wb	V s
Inductancia	henrio	H	V s/A
Inducción magnética	tesla	T	$V\ s/m^2$
Frecuencia	hertzio	Hz	s^{-1}

Algunas unidades utilizadas en Geofísica y su equivalencia a las del sistema SI:

Gravimetría

Aceleración de la gravedad	gal	10^{-2} m/s^2
	u.g. (unidad gravimétrica	10^{-6} m/s^2
Densidad	g/cm^3	Mg/m^3

Sismología

Fuerza	dyn (dinas)	10^{-5} N
Momento sísmico	dyn-cm	10^{-7} Nm
Esfuerzos	bar = 10^6 dyn/cm^2	10^5 Pa
Energía	erg (ergios)	10^{-7} J

Geomagnetismo

Campo magnético (H)	Ö (oersted)	$10^3/4\pi$ A/m
Inducción magnética (B)	G (gauss)	10^{-4} T
	γ (gamma) = 10^{-5} G	1 nT
Momento magnético	e.m.u.	10^{-3} Am^2

Geotermia

Calor	cal (caloría)	4,187 J
Flujo térmico	cal/cm^{2}s	$4{,}187 \times 10^4$ W/m^2
Conductividad térmica	cal/g °C	4,187 J/gK

Radio ecuatorial: 6.378.136 m.
Radio polar: 6.356.750 m.
Radio esfera de igual volumen: 6.370.800 m.
Volumen: $1{,}83 \times 10^{21}$ m^3.
Masa: $5{,}973 \times 10^{24}$ kg.
Masa por constante gravitacional: $3{,}986 \times 10^{14}$ m^{3}s^{-2}.
Densidad media: 5,515 g cm^{-3}.
Área: $5{,}1 \times 10^{14}$ m^2.
Momento polar de inercia: $8{,}0378 \times 10^{37}$ kg m^2.
Momento ecuatorial de inercia: $8{,}0115 \times 10^{37}$ kg m^2.
Aplanamiento: $3{,}3528 \times 10^{-3}$.
Velocidad angular: $7{,}2921 \times 10^{-5}$ s^{-1}.
Periodo de rotación: 86.164 s.
Radio del núcleo: 3.486 km.
Masa del núcleo: $1{,}883 \times 10^{24}$ kg.
Flujo geotérmico medio: 80 mWm^{-2}.
Flujo geotérmico total: $3{,}14 \times 10^{13}$ W.
Radio medio órbita terrestre: $1{,}496 \times 10^8$ km.
Radio medio órbita lunar: $3{,}844 \times 10^5$ km.
Masa del Sol: $1{,}988 \times 10^{29}$ kg.
Masa de la Luna: $7{,}350 \times 10^{22}$ kg.

Apéndice 7

INTERIOR DE LA TIERRA

	Profundidad (km)	*Densidad* (g cm^{-3})	*Gravedad* (m s^{-2})	*Presión* (10^4 M Pa)	*Incomp.* (K) (10^4 M Pa)	*Rigidez* (μ) (10^4 M Pa)	*Velocidad* P (km s^{-1})	*Velocidad* S (km s^{-1})	*Temperatura* (K)
CORTEZA	10-20	2,9	9,83	0,06	6,82	4,41	7,5	4,3	280
	40	3,33	9,84	0,12	13,19	5,18	8,1	4,48	650
MANTO	220	3,36	9,90	0,71	15,29	7,41	8,0	4,42	1.610
	400	3,54	9,97	1,34	17,35	8,06	8,91	4,77	1.750
SUPERIOR	400	3,72	9,97	1,34	18,99	9,06	9,13	5,22	1.910
	670	3,99	10,01	2,38	25,56	12,39	10,27	5,27	2.075
MANTO	670	4,38	10,01	2,38	29,99	15,48	10,75	5,95	2.375
INFERIOR	1.200	4,69	9,94	4,78	38,50	19,96	11,78	6,52	2.525
	2.885	5,57	10,68	13,58	65,56	29,38	13,72	7,26	2.934
NÚCLEO	2.885	9,90	10,68	13,58	64,41	0	8,06	0	3.160
EXTERNO	3.800	11,11	8,42	22,75	96,33	0	9,31	0	3.650
	5.155	12,17	4.40	32,89	130,47	0	10,36	0	4.170
NÚCLEO	5.155	12,76	4,40	32,89	134,34	15,67	11,03	3,50	4.170
INTERNO	6.371	13.09	0	36,39	142,53	17,61	11,26	3,67	4.290

Datos tomados de Dziewonski y Anderson (PREM-1981) y Stacey.

Gravimetría

1. Suponer la Tierra formada por una esfera de radio a y densidad ρ, y en su interior dos esferas de radio $a/2$ y densidad 2ρ, situadas con centro en el eje de rotación en ambos hemisferios. Si M es la masa de la esfera de radio a; calcular: *a*) El potencial $U(r, \theta)$ y la forma de la superficie equipotencial que pasa por los polos. *b*) Los componentes g_r y g_θ de la gravedad en aproximación de primer orden (P_2) para puntos de la superficie. *c*) Calcular directamente g_r en el polo y ecuador y comparar con la aproximación de primer orden.

2. Para el caso del problema 1, si $GM = 4 \times 10^{14}$ m^{3}s^{-2}, $a = 6 \times 10^3$ km y $\omega = 7 \times 10^{-5}$ s^{-1}, calcular el valor de J_2, α, m, H y β.

3. Suponer la Tierra formada por una esfera de radio a y densidad ρ y en su interior una esfera de radio $a/2$ y densidad 5ρ, situada con centro en el centro del radio polar en el hemisferio norte. Si $m = \dfrac{1}{8}$ y M la masa de la esfera de radio a, determinar, *a*) La forma de la superficie equipotencial que pasa por el polo Norte. *b*) Si $GM = 4 \times 10^{14}$ m^{3}s^{-2} y $a = 6 \times 10^3$ km, calcular para latitud $\phi = 45°$ la latitud astronómica y la desviación de la vertical con respecto a la radial.

4. Si la esfera interna del problema 3 está situada con centro en el radio ecuatorial de longitud cero, hallar las expresiones de los componentes g_r, g_θ y g_λ de la gravedad.

5. ¿Qué diferencia existe entre la altura máxima alcanzada por un proyectil de masa m lanzado verticalmente desde la Tierra con velocidad v desde el polo o el ecuador? Considerar la Tierra esférica y elipsoidal.

6. El valor de la gravedad observada en un punto de coordenadas 42° 47′ N 0° 32′ W y altura 1.572 m es de 9,8003167 ms^{-2}. Calcular las anomalías de aire-libre y Bouguer sin corrección topográfica.

7. En el problema 6, si la compensación isostática se hace por una columna cilíndrica de 10 km de radio bajo dicho punto, calcular la atracción gravimétrica del defecto de masa que corresponde a la altura del punto según las hipótesis de Airy y Pratt. Para la corteza normal tomar $H = 30$ km, $\rho_c = 2{,}67$ g/cm³ y $\rho_M = 3{,}27$ g/cm³, y el nivel de compensación $D = 100$ km.

8. En tres puntos A, B y C de alturas 1.000 m, 500 m y 0 m se han observado valores de la gravedad de 9,7970, 9,7985 y 9,8002 ms^{-2}. El valor de referencia para el nivel del mar es 9,8 ms^{-2}.

   a) Calcular las anomalías de Bouguer y aire-libre.
   b) Calcular las anomalías isostáticas según las hipótesis de Airy y Pratt calculando la compensación según el problema 7.

9. Para los datos del problema 8, ¿qué profundidad tendría que tener la raíz según la hipótesis de Airy y la densidad según la de Pratt para que se compense totalmente la anomalía del punto A?

10. Calcular la anomalía de aire-libre observada en una montaña de 2.000 m de altura, que se encuentra totalmente compensada por una raíz de profundidad $t = 10$ km. La compensación se hace por un cilindro de radio 20 km y un contraste de densidades de 0,6 g/cm³.

11. Calcular la primera y segunda derivada con respecto a z de la anomalía de la gravedad producida por una esfera enterrada a profundidad d. Hacer la gráfica de su variación con x.

12. Seis observaciones de la gravedad en línea recta y a intervalos de 200 metros toman los valores de la gravedad en ms^{-2} y alturas en metros siguientes: 1.ª) 9,79980573; 100. 2.ª) 9,79941354; 300. 3.ª) 9,79931626; 350. 4.ª) 9,79961572; 200. 5.ª) 9,79971349; 150. 6.ª) 9,79980874; 100. Si el valor de la gravedad al nivel de referencia es 9,8 ms^{-2}, calcular las anomalías de aire-libre y Bouguer. Si la anomalía de Bouguer está producida por una esfera enterrada hallar la profundidad a que se encuentra y su radio (contraste de densidad es 0,3 g/cm³).

13. Dos planetas esféricos, A y B, de masas $3m$ y m, y radios $2a$ y a, con centros separados por una distacia de $6a$. El sistema gira en el plano ecuatorial. Calcular la componente de la aceleración producida por la marea en el polo de cada planeta.

14. Para el problema 13, si cada planeta gira alrededor de sí mismo con la misma velocidad angular que el sistema, ¿cuál es en cada planeta la proporción entre la fuerza de la gravedad y la máxima de las mareas en el ecuador?

Sismología

1. Deducir las relaciones:

$$\lambda = \frac{\sigma E}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}, \quad \sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}$$

$$E = \frac{\mu(3\lambda+2\mu)}{1+\mu}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\sigma)}$$

2. El potencial vectorial de la onda S viene dado por:

$$\psi_i = (\sqrt{3}, -1, 6) \exp 2i\left(\frac{1}{2}x_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_3 - 4t\right)$$

Calcular las amplitudes de las componentes SV y SH de la onda S y el ángulo de polarización ε.

3. En una onda S el ángulo de polarización $\varepsilon = 30°$, el acimut del rayo $\alpha = 45°$, el ángulo de incidencia $i = 60°$, y el módulo de la amplitud de los desplazamientos $|u_i^\beta| = 8$. Calcular los componentes u_1^β, u_2^β, u_3^β (x_3 = vertical).

4. Una onda acústica representada por el potencial

$$\Phi = 4 \exp 0{,}25i\left(\frac{x_1}{\sqrt{6}} + \frac{x_2}{\sqrt{3}} + \frac{x_3}{\sqrt{2}} - 4t\right)$$

incide en la superficie ($x_3 = 0$) de separación de dos líquidos de densidades 3 y 4 g/cm³. Si la velocidad en el segundo medio es 2 km/s escribir las expresiones de los potenciales de las ondas transmitidas y reflejadas.

5. Dada una capa de espesor H y una velocidad V_1 sobre un medio semiinfinito de velocidad V_2 donde $V_2 > V_1$. Escribir expresiones para la distancia crítica X_c y para el tiempo de la onda reflejada que llega a esa distancia en función de V_1, V_2 y H. Demostrar que las pendientes de las ondas reflejada y refractada crítica para esa distancia coinciden.

6. Dado un medio semiinfinito en el cual se separan por una superficie vertical dos medios de velocidades V y $3V$. En el medio 1 existe un foco de ondas sísmicas a profundidad a desde la superficie libre y distancia a de la superficie de separación de los dos medios. Escribir las expresiones de las ondas que llegan a la superficie libre, directas, reflejadas y transmitidas y dibujar la curva dromocrona (t, x) en unidades $\frac{V}{a}$ y a, respectivamente.

7. Una capa de espesor H tiene una distribución de velocidad $V = V_0 + kz$ y por debajo de ella el medio tiene velocidad $V_1 > V_0 + kH$. Determinar expresiones para la distancia crítica y la distancia máxima del rayo contenido en la capa.

8. Un medio esférico de radio R está formado por dos regiones concéntricas de velocidad constante. El radio de la región interna es $R/2$. Dibujar la trayectoria de los rayos y las dromocronas para los casos en que la velocidad de la región interior es $2V$ y $V/2$, siendo V la velocidad de región exterior.

9. Para una onda Rayleigh en un medio semiinfinito de periodo 20s, si el cociente de Poisson es de 0,25 y la velocidad de la onda P es 6 km/s, determinar: *a*) ¿A qué profundidad se anula el componente horizontal? *b*) ¿A partir de qué profundidad el movimiento es prógrado?

10. Dada una capa de espesor H y velocidad β' sobre un medio de velocidad $\beta(\beta > \beta')$, si los cambios de fase para las ondas reflejadas supercríticas son hipotéticamente $-\frac{\pi}{2}$ en la superficie libre y

$$-\cos^{-1}\left\{\left(1-\frac{c^2}{\beta^2}\right)^{1/2}\left(\frac{c^2}{\beta'^2}-1\right)^{-1/2}\right\}$$

en la superficie de separación entre la capa y el medio, *a*) determinar la ecuación de dispersión de la onda Love; *b*) Si $\beta' = 2/3\beta$, dibujar la curva de dispersión (c, k) en unidades β y π/H para el modo fundamental.

Geomagnetismo y electricidad

1. El campo geomagnético es el de un dipolo con polo magnético boreal 80° N, 45° E y momento 8×10^{22} Am². Calcular los componentes X, Y, Z, I y D para un punto de coordenadas geográficas 45° N, 30° W.

2. Si el campo geomagnético es el de un dipolo con polo boreal 70° N, 0° E, ¿cuál es el punto conjugado del de coordenadas geográficas 30° N, 30° E? Puntos conjugados son puntos de la superficie de la Tierra en los extremos opuestos de una misma línea de fuerza.

3. El campo magnético terrestre está formado por dos dipolos de igual momento y polaridad que forman un ángulo de 60° entre sí, siendo el eje de rotación la bisectriz. Calcular el potencial escalar Φ, y los componentes B_r, y B_θ. ¿En qué puntos de la superficie están situados los polos magnéticos?

4. El campo interno magnético terrestre corresponde al de un dipolo centrado cuyo polo geomagnético boreal es 60° N, 0° E y la constante geomagnética 32.000 nT. El campo externo es homogéneo de 10.000 nT paralelo al plano ecuatorial y proveniente del Sol. Para un punto de coordenadas geográficas 60° N, 60° W, calcular X, Y, Z, D e I del campo total a las 12 horas. ¿Cómo varía Z a lo largo del día?

5. En un punto de la superficie de la Tierra de latitud geomagnética 30° N y declinación 15° a una profundidad de 50 m se encuentra enterrado un dipolo horizontal de momento magnético $m\mu/4\pi = 10^{-2}$ Tm³ orientado con el polo positivo hacia el norte geográfico. Calcular las anomalías ΔH, ΔZ y ΔF en dicho punto. ¿A qué distancia de este punto el campo del dipolo enterrado y el de la Tierra tienen la misma dirección?

6. En un punto de coordenadas geográficas 45° N y 45° W se encuentra enterrada a 100 m de profundidad una esfera de material de susceptibilidad magnética 0,1 y radio 50 m. El polo boreal magnético terrestre tiene coordenadas geográficas 75° N, 135° E y la constante geomagnética vale 30.000 nT. Calcular el valor de ΔF y ΔZ en dicho punto.

7. En un punto de coordenadas geográficas 60° N, 60° W se ha tomado una muestra de roca magnetizada de 1 cm³ cuya edad es diez mil años. Los componentes del magnetismo remanente de la muestra en nanoteslas son $X = 40$, $Y = -30$ y $Z = 50$ y la susceptibilidad magnética 0,01. Si el campo geomagnético actual es el de un dipolo en la dirección del eje de rotación con $B_0 = 30.000$ nT, calcular: *a*) las coordenadas del polo virtual paleomagnético, correspondiente a la muestra; *b*) el valor de B_0 para esa época; *c*) la variación secular del campo total en nT/año si la variación es constante.

8. Una formación granítica se extiende desde la superficie hasta muchos kilómetros de profundidad, con resistividad de 1.000 ohmios-metro. *a*) Calcular la «profundidad de penetración» para una frecuencia de 10 *MHz*. *b*) ¿Qué frecuencia será necesaria para conseguir una «profundidad de penetración» de 5 km?

9. Sobre una formación homogénea de 50 ohmios-metro llega verticalmente una onda electromagnética de 25 Hz de frecuencia. El campo eléctrico observado en superficie es de 70 mV/km. ¿Cuál será el campo magnético en dirección perpendicular?

10. En un dispositivo Schlumberger con $AB = 200$ m y $MN = 10$ m circula una corriente de 250 mA. La diferencia de potencial entre M y N es de 4,5 mV. ¿Cuál será la resistividad aparente?

Geotermia y radiactividad

1. Considerar la corteza de 30 km y el flujo térmico en la superficie 60 mW/m². Si todo el calor se genera en la corteza, ¿cuál es el calor generado por unidad de

volumen necesario? Si todo el calor se genera en el manto con una distribución $Ae^{-z/30}$ mW/m^3, ¿cuál es el valor de A? Para cada caso, ¿cuál es la temperatura a profundidad de 100 km?

2. Si la concentración de Uranio (U^{235}) y Torio (Th^{235}) en el granito es respectivamente, 4 ppm y 17 ppm y su producción de calor $5{,}7 \times 10^{-4}$ W/kg y $2{,}7 \times 10^{-5}$ W/kg, calcular el flujo de calor en la base de una columna de granito de 1 m^2 de sección y 30 km de altura (densidad del granito: 2,65 g/cm^3).

3. En la superficie de la Tierra el valor del flujo térmico es 60 mW/m^2 y la temperatura $T = 0$ °C. Si todo el calor es generado en la corteza, en cuya base la temperatura es de 1.000 °C y $K = 4$ W/mK, determinar el espesor de la corteza y la producción de calor por unidad de volumen.

4. En la superficie de la Tierra ($R = 6.730$ km) la temperatura es de 300 K, el flujo 60 mW/m^2 y el coeficiente de conducción térmica 4W/mK. Si en su interior existe una distribución homogénea de producción de calor por unidad de volumen, ¿cuál será la temperatura en su interior?

5. Un análisis, mediante un espectrógrafo de masas, efectuado en los distintos minerales de una roca ígnea proporciona los siguientes valores de concentraciones de Sr^{87} de origen radiactivo por desintegración de Rb^{87}, cuya concentración también se da, frente al contenido en Sr^{86} de origen no radiactivo.

Mineral	Sr^{87}/Sr^{86}	Rb^{87}/Sr^{86}
A	0,709	0,125
B	0,715	0,418
C	0,732	1,216
D	0,755	2,000
E	0,756	2,115
F	0,762	2,247

Expresar en un diagrama Sr^{87}/Sr^{86}, Rb^{87}/Sr^{86}, la isocrona correspondiente a la formación de roca expresando el error en la edad correspondiente.

6. Determinar la actividad R de un gramo de Sr^{90}_{38} cuyo periodo de emisión de partículas β es de veintiocho años.

7. La masa de un milicurie de Pb^{214} es 3×10^{14} kg. Encontrar el valor de la constante de desintegración del Pb^{214}.

8. El isótopo K^{40} se desintegra por emisión de partículas β con una vida media de $1{,}83 \times 10^9$ años. Encontrar el número de desintegraciones β que ocurren por segundo en un gramo de K^{40} puro.

ÍNDICE DE MATERIAS

ALIANZA UNIVERSIDAD TEXTOS

Volúmenes publicados

8 Antonio Truyol y Serra: **Historia de la Filosofía del Derecho y del Estado, I. De los orígenes a la baja Edad Media**

9 Miguel Artola: **Textos fundamentales para la historia**

10 Enrique Ballestero: **Principios de economía de la empresa**

11 Alfredo Deaño: **Introducción a la lógica formal**

14 Carlos Castilla del Pino: **Introducción a la psiquiatría. 1. Problemas generales Psico(pato)logía**

15 Carlos Castilla del Pino: **Introducción a la psiquiatría, 2**

16 Enrique Ballestero: **Teoría y estructura de la nueva contabilidad**

17 Julián Marías: **Introducción a la filosofía**

18 Manuel Medina Ortega: **Las organizaciones internacionales**

19 José Luis L. Aranguren: **Etica**

20 Michael Akehurst: **Introducción al Derecho Internacional**

21 Robert F. Schmidt: **Fundamentos de Neurofisiología**

24 Víctor Miguel Pérez Díaz: **Introducción a la Sociología**

30 Marz W. Wartofsky: **Introducción a la Filosofía de la Ciencia**

32 **La concepción analítica de la Filosofía.** Compilación y prólogo de Javier Muguerza

34 Grahame Clark: **La Prehistoria**

35 Alfredo Fierro: **Lecturas sobre personalidad**

37 Marvin Harris: **Introducción a la antropología general**

38 C. Ulises Moulines: **Exploraciones metacientíficas**

39 Fernando de Terán: **Planteamiento urbano en la España contemporánea (1900-1980)**

40 Antonio Truyol y Serra: **Historia de la Filosofía del Derecho y del Estado. II. Del Renacimiento a Kant**

41 **Fundamentos del desarrollo del lenguaje.** Compilación de Eric H. Lenneberg y Elizabeth Lenneberg

42 Miguel Artola: **La Hacienda del Antiguo Régimen**

45 Josefina Gómez Mendoza, Julio Muñoz Jiménez y Nicolás Ortega Cantero: **El pensamiento geográfico**

46 G. Radnitzky, G. Anderson, P. Feyerabend, A. Grünbaum, et al.: **Progreso y racionalidad de la ciencia**

47 **La economía española al final del Antiguo Régimen. I. Agricultura.** Edición e introducción de Gonzalo Anes

48 **La economía española al final del antiguo Régimen. II. Manufacturas.** Edición e introducción de Pedro Tedde

49 **La economía española al final del Antiguo Régimen. III. Comercio y colonias.** Edición e introducción de Josep Fontana

50 **La economía española al final del Antiguo Régimen. IV. Instituciones.** Edición e introducción de Miguel Artola

51 Rom Harré: **El ser social**

52 Salustiano del Campo: **La evolución de la familia española en el siglo XX**

53 Luis G. de Valdeavellano: **Curso de Historia de las Instituciones españolas**

54 Milton Friedman: **Teoría de los precios**

55 John Hospers: **Introducción al análisis filosófico**

154 Ramón Tamames: **Estructura económica internacional**

155 María Shaw y Amalia Williart: **Física nuclear: problemas resueltos**

156 Miguel Cruz Hernández: **Historia del pensamiento del mundo islámico, 1**

157 Miguel Cruz Hernández: **Historia del pensamiento del mundo islámico, 2**

158 Miguel Cruz Hernández: **Historia del pensamiento del mundo islámico, 3**

159 M.ª Dolores Sáiz y M.ª Cruz Seoane: **Historia del periodismo en España, III**

160 Luis N. Epele, Huner Fanchiotti y Carlos A. García Canal: **Electrodinámica**

161 María Angeles Querol y Belén Martínez Díaz: **La gestión del patrimonio arqueológico en España**

162 Rafael Bañon y Ernesto Carrillo: **La nueva administración pública**

163 José Miguel Oviedo: **Historia de la literatura hispanoamericana**
2. Del Romanticismo al Modernismo

164 Rafael Muñoz de Bustillo y Rafael Bonete: **Introducción a la Unión Europea**

165 David Marsh y Gerry Stoker (eds.): **Teoría y métodos de la ciencia política**

166 Ramón Casilda, Prosper Lamothe y Manuel Monjas: **La banca y los mercados financieros**

167 Agustín Udías y Julio Mezcua: **Fundamentos de geofísica**

168 Javier Aracil y Francisco Gordillo: **Dinámica de sistemas**